MATHEMA Lösungen

Juni 2018

Aufgabe 2 (Mallas):

a) Term links: $0{,}3^2 + 0{,}7 = 0{,}09 + 0{,}7 = 0{,}79$

Term rechts: $0{,}7^2 + 0{,}3 = 0{,}49 + 0{,}3 = 0{,}79$

Der linke und der rechte Term haben den gleichen Wert 0,79.

b) weitere Beispiele:

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{4}$, denn $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{1}{16} + \frac{12}{16} = \frac{13}{16}$ und $\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{16} + \frac{4}{16} = \frac{13}{16}$

$0{,}9^2 + 0{,}1 = 0{,}1^2 + 0{,}9$, denn

$0{,}9^2 + 0{,}1 = 0{,}81^2 + 0{,}1 = 0{,}91$ und $0{,}1^2 + 0{,}9 = 0{,}01 + 0{,}9 = 0{,}91$

Extrembeispiele

$1{,}2^2 + (-0{,}2) = (-0{,}2)^2 + 1{,}2$, denn

$1{,}2^2 + (-0{,}2) = 1{,}44 - 0{,}2 = 1{,}24$ und $(-0{,}2)^2 + 1{,}2 = 0{,}04 + 1{,}2 = 1{,}24$

$0{,}5^2 + 0{,}5 = 0{,}5^2 + 0{,}5$, Wert der Terme 0,75

$0^2 + 1 = 1^2 + 0$

Beide Terme enthalten zwei Zahlen, deren Summe 1 ist. Im linken Term wird die erste Zahl quadriert und das Quadrat zur zweiten Zahl addiert. Im linken Term wird die zweite Zahl quadriert und das Quadrat zur ersten Zahl addiert.

c) Sei a die erste Zahl und b die zweite Zahl mit $a,\ b \in \mathbb{R}$ und $a + b = 1$. Dann ist $a = 1 - b$. Wir ersetzen in beiden Termen a durch $(1-b)$.

Term links: $a^2 + b = (1-b)^2 + b = \underbrace{1 - 2b + b^2} + b = 1 - b + b^2$

Term rechts: $b^2 + a = b^2 + (1-b) = 1 - b + b^2$

Beide Terme sind gleichwertig. Der "Trick" besteht in der Nutzung der zweiten binomischen Formel für $(1-b)^2$.

Literatur: LIETZMANN, WALTER, Sonderlinge im Reich der Zahlen, Bonn 1954