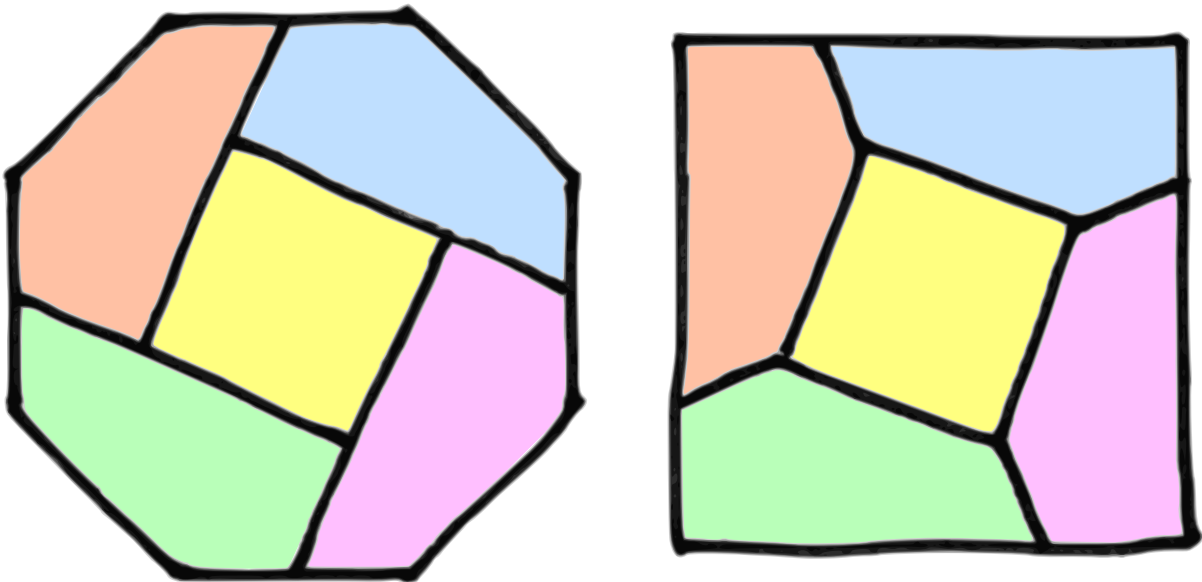


# MATHEMATIK

März 2020

Aufgabe 1: 8 – 4 – 5 Achtecks-Quadrat-Puzzle mit fünf Teilen



Die Skizze stellt ein Puzzle dar, mit dem man sowohl ein regelmäßiges Achteck als auch ein Quadrat legen kann.

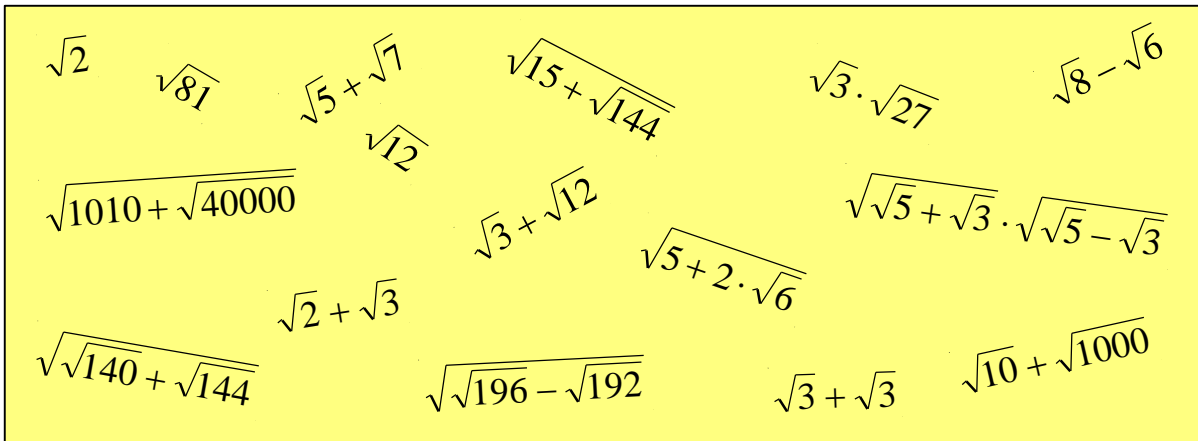
a) Beschreibe die Puzzleteile und gib eine exakte Konstruktion für sie an.

**Tipp:** Schneide die Puzzelteile aus und lege das Achteck sowie das Quadrat.

b) Begründe mit Hilfe der Konstruktion oder mit Hilfe berechneter Maße, dass die Puzzleteile beim Legen beider Figuren ohne Lücken oder Überschneidungen exakt passen.

c) Bestimme den exakten Anteil der einzelnen Puzzleteile am Flächeninhalt der gesamten Figur.

**Aufgabe 2: Wurzelwimmelbild**



- a) Je zwei Wurzelterme in dieser Abbildung haben den gleichen Wert. Gib Beispiele für solche Paare an und finde möglichst viele Paare.
- b) Konstruiere mit ähnlichen Überlegungen eigene Beispiele.
- c) Entscheide, ob derartige Terme rationale Werte annehmen können.

**Aufgabe 3: "plus" oder "mal" – ganz egal (2) – Malplusdrillinge entzaubert**

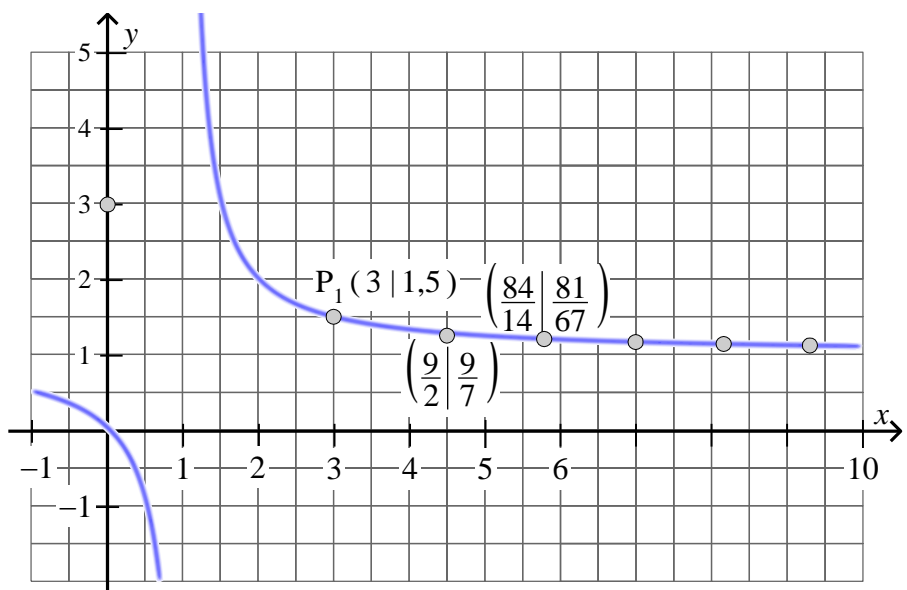
Die Gleichung  $1+2+3=1 \cdot 2 \cdot 3$  sieht interessant aus.

- a) Zeige, dass auch eine Gleichung  $1+2+3+x=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x$  mit vier Zahlen möglich ist. Zeige, dass in der gleichen Weise Gleichungen mit beliebig langen Summen und Produkten aufgestellt werden können. Untersuche, wie sich es sich auswirkt, wenn man mit drei anderen Zahlen anstelle von 1, 2 und 3 beginnt.
- b) In der Aufgabe „Malpluszwillinge“ wurden Gleichungen mit zwei Zahlen wie  $3+1,5=3 \cdot 1,5$  untersucht (siehe MA-THEMA November 2015). Ergänzt man diese Gleichung auf drei, vier und mehr Summanden, treten die Zahlen  $3; 1,5; \frac{9}{7}, \frac{84}{14}, \frac{81}{67}, \dots$  auf. Interpretiert man aufeinanderfolgende Glieder dieser Zahlenfolge als Koordinaten, liegen die zugehörigen Punkte auf einem Graphen.

Gib den zugehörigen Funktionsterm an, setze die Folge fort und erkläre den Sachverhalt.

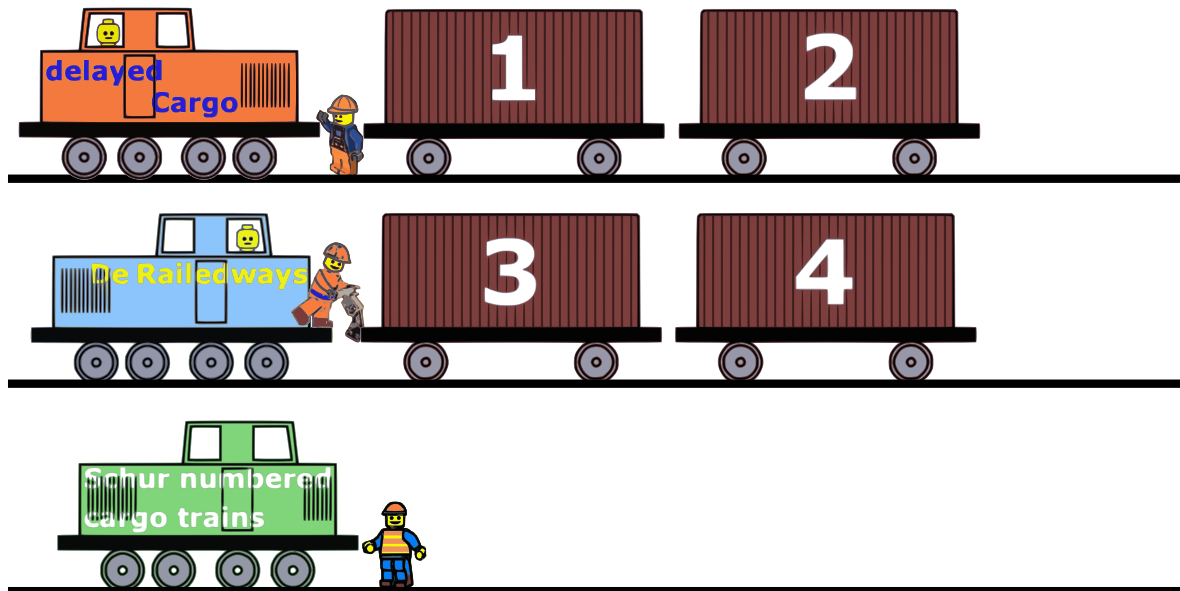
Untersuche, ob das Phänomen auch bei anderen Startwerten als 3 und 1,5 auftritt.

Gib einen Vorschlag an, wie man drei Startwerte berücksichtigen könnte.



### Aufgabe 4: Wagennummern

Sophie spielt mit ihrer Eisenbahn. Sie verfügt über drei Lokomotiven und Güterwagen mit Wagennummern von 1 bis 99. Jede Nummer kommt nur einmal vor.



Sophie möchte Güterzüge zusammenstellen, bei denen die Waggon nach den folgenden Regeln an die Lokomotive gekoppelt werden:

- Die Wagennummern bilden in jedem Güterzug eine aufsteigende Zahlenfolge.
- Keine Wagnummer darf die Summe zweier anderer Wagennummern aus dem gleichen Güterzug sein.
- Beim Verteilen auf zwei, drei oder mehr Züge müssen lückenlos alle kleineren Wagennummern aus Sophies Güterwagendepot verwendet werden.

- a) Sophie möchte zunächst zwei Güterzüge zusammenstellen. Finde heraus, bis zu welcher Wagnummer sie die beiden oberen Züge noch verlängern kann.
- b) Finde heraus, ob Sophie die ersten vier Waggon anders zusammenstellen sollte, damit sie noch mehr Wagennummern in beiden Güterzügen unterbringen kann.  
**Tipp:** Nimm Spielkarten, zum Beispiel aus einem UNO-Spiel, und lege zwei Reihen von Karten.
- c) Sophie stellt drei Züge zusammen. Untersuche, bis zu welcher Wagnummer das nach den Regeln möglich ist. Reichen ihre Waggon für vier lange Züge aus?
- d) Nachdem ein Zug im Tunnel entgleist war, blieb der Wagen mit der Nummer 2 unauffindbar. Die Wagnummer 2 kann deshalb in keinem der drei Züge mehr vorkommen. Untersuche, wie sich das auf die Länge der Züge auswirkt.
- e) Louis hat seinen Güterwagen mit der Nummer 0 bemalt und möchte mitspielen. Entscheide, wie sich die Wagnummer 0 auf die Länge der Züge auswirkt.



**MA-THEMA:** Aufgaben,

- die das Interesse an Mathematik fördern,
- für die Begabtenförderung,
- für mathematische Arbeitsgemeinschaften

Einmal im Monat erscheinen vier Aufgaben mit ausgearbeiteter Musterlösung.

**Besondere Merkmale der MA-THEMA-Aufgaben sind**

- konkrete Einstiege, Probier-, Experimentier- und Entdeckungsmöglichkeiten,
- interessante, herausfordernde Probleme,
- Steigerung im Schwierigkeitsgrad der Teilaufgaben bis zum Niveau der Mathematik-Olympiade,
- Anregung oder Anleitung zum systematischen Notieren von Lösungen, zum Formulieren von Vermutungen, zu Verallgemeinerungen und Beweisen.

**Wie komme ich an MA-THEMA-Aufgaben?**

- Mathematik-Lehrkräfte meiner Schule setzen MA-THEMA-Aufgaben im regulären Unterricht als Knobelaufgabe ein.
- Mathematik-Lehrkräfte meiner Schule hängen MA-THEMA-Aufgaben im Klassenraum als "Problem des Monats" an die Pinnwand.
- Eine Lehrkraft setzt die MA-THEMA-Aufgaben zum Bearbeiten im Rahmen einer Arbeitsgemeinschaft Mathematik ein und bespricht die Lösungen.
- Eine Lehrkraft hängt die MA-THEMA am schwarzen Brett aus, um alle Interessierten der Schule zu erreichen, 14 Tage folgt das Lösungsblatt.

**Wie erhalte ich MA-THEMA-Aufgaben regelmäßig?**

Aufgaben frei zugänglich auf der Seite <http://www.mathema.math.uni-kiel.de/>

Lösungen nur für Lehrkräfte <http://www.mathema.math.uni-kiel.de/lehrer/>

regelmäßig per E-Mail; formlose Anmeldung bei [ma-thema@iqsh.de](mailto:ma-thema@iqsh.de)