Die schriftliche Abiturprüfung Mathematik im erhöhten Anforderungsniveau ab 2024

Caren Ihlemann, Stl‘ Mathematik, IQSH

Mattias Wohlfarth, Vorsitzender der Abituraufgabenkommission

6.11.2023

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Inhaltsverzeichnis

- Begrüßung
- Ablauf
  - Grundlagen mit Fokus auf den Veränderungen ab dem Abitur 2024
  - Aufgabenstruktur: die IQB-Aufgaben
  - Konsequenzen für den Unterricht
- Ein Beispiel

Zentralabitur

Abiturprüfungskommission entwickelt Aufgaben auf Grundlage der Aufgaben des IQB und der eingereichten Schulvorschläge

- ✓ IQB-Anteil ca. 50%
- ✓ Inhalte entsprechend der aktuellen Fachanforderungen und Fachbriefe

Abitur ab 2024:Das bleibt gleich

- zentral erstellte Aufgaben
- Die Prüfungsaufgabe besteht aus zwei Teilen:
  - einem hilfsmittelfreien (hmf-) Teil
  - komplexen Aufgabenstellungen aus den Sachgebieten Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik
  - (CAS-Aufgaben bis 2029 weiterhin möglich)
  - Nach 2029 mit MMS

Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024 (HMF)

Struktur: Hilfsmittelfreier Teil (Teil A)

Die Schule erhält **zehn hilfsmittelfreie Aufgaben**,

- **vier** Aufgaben im AFB I und II (Aufgabengruppe 1)
  - zwei dieser vier Aufgaben aus der Analysis
  - je eine Aufgabe aus der Analytischen Geometrie und eine aus der Stochastik.
- **sechs** Aufgaben im AFB III (Aufgabengruppe 2)
  - je zwei aus Analysis, Analytischer Geometrie und Stochastik

Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024 (HMF)

<u>Auswahl durch die Schülerinnen und Schüler:</u>

- zu bearbeiten sind insgesamt **sechs hilfsmittelfreie** Aufgaben
  - alle vier Aufgaben der Aufgabengruppe 1
  - zwei der sechs Aufgaben der Aufgabengruppe 2
    - ✓ Die hier gewählten Aufgaben dürfen im selben Sachgebiet liegen.
    - ✓ Die Prüflinge kennzeichnen die beiden von Ihnen gewählten und bearbeiteten Aufgaben auf einem Auswahlbogen.
- **30 Bewertungseinheiten** (5 **BE** pro Aufgabe)
- 100 Minuten **Bearbeitungszeit** (inklusive Einlese- und Auswahlzeit)

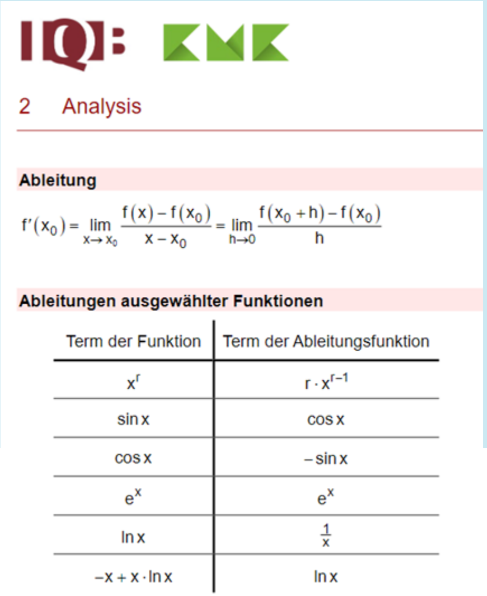
Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024 (Komplexteil)

Struktur: Komplexe Aufgabenstellungen (Teil B)

Die Schule erhält

- jeweils zwei Aufgaben aus der Analysis, der Analytischen Geometrie und der Stochastik
- die Summen der Bewertungseinheiten einer Aufgabe liegen innerhalb von Bandbreiten
  - ➢ Anforderungsbereich I: 20 % bis 30 %
  - ➢ Anforderungsbereich II: 40 % bis 55 %
  - ➢ Anforderungsbereich III: 25 % bis 35 %
- Hilfsmittel: **Formeldokument** und Taschenrechner (WTR) bzw. CAS



2 Analysis

Ableitung

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Ableitungen ausgewählter Funktionen

Term der Funktion	Term der Ableitungsfunktion
x^r	$r \cdot x^{r-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$-x + x \cdot \ln x$	$\ln x$

Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024 (Komplexteil)

Auswahl durch Lehrkräfte und APK

- Die Prüflinge bearbeiten **drei komplexe Aufgaben.**
- Schule erhält aus jedem Sachgebiet zwei komplexe Aufgaben
- Die Prüfungslehrkräfte schlagen jeweils eine Aufgabe zur Bearbeitung durch die Prüflinge vor; über den Vorschlag entscheidet die APK.
- **90 Bewertungseinheiten:**
  - ➢ Analysis **40** BE
  - ➢ Analytische Geometrie und Stochastik **jeweils 25** BE
- **Bearbeitungszeit** 200 Minuten

Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024

Zusammenfassung:

Aufgabenteil	Aufgaben	Auswahl	BE
HMF	Aufgabengruppe 1 **vier** Aufgaben im AFB I und II	-	20
	Aufgabengruppe 2 **zwei der sechs** Aufgaben im AFB III	SoS wählen zwei beliebige	10
Analysis	Umfang wie gewohnt	Auswahl durch Lehrkraft	40
Analytische Geometrie	weniger umfangreich	Auswahl durch Lehrkraft	25
Stochastik	weniger umfangreich	Auswahl durch Lehrkraft	25
			Σ 120

Abitur ab 2024

<u>Ablauf</u>

- die Schülerinnen und Schüler erhalten alle Aufgaben zu Beginn der Prüfung
- spätestens nach 100 Minuten wird der hilfsmittelfreie Aufgabenteil abgegeben
- nach der Abgabe erhalten sie Formeldokument sowie digitales Mathematikwerkzeug (Taschenrechner bzw. CAS)
- insgesamt 300 Minuten zur Verfügung

Quelle: https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024

Abitur ab 2024

Hilfsmittel

- WTR bzw. CAS
- Formelsammlungen sind nicht mehr zulässig.
- Das Formeldokument des IQB ist im Bildungsportal SH eingestellt

  https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024.

- Es soll auch im Unterricht und in Klausuren eingesetzt werden, damit die SuS sich daran gewöhnen.

Beispiele für die Struktur der IQB-Aufgaben

Aufgabe 2: Analysis

Auf einer Autobahn entsteht morgens an einer Baustelle häufig ein Stau, der sich dann wieder vollständig auflöst.

a) An einem bestimmten Tag entsteht der Stau um 6:00 Uhr und löst sich bis 10:00 Uhr vollständig auf. Für diesen Stau kann mithilfe der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit

$$f(x) = x \cdot (8 - 5\,x) \cdot \left(1 - \frac{x}{4}\right)^2 = -\frac{5}{16}\,x^4 + 3\,x^3 - 9\,x^2 + 8\,x$$

für $0 \leq x \leq 4$ beschrieben werden, wie stark die Staulänge zunimmt bzw. abnimmt. Dabei gibt x die nach 6:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und $f(x)$ die momentane Änderungsrate der Staulänge in Kilometer pro Stunde an. Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von f.

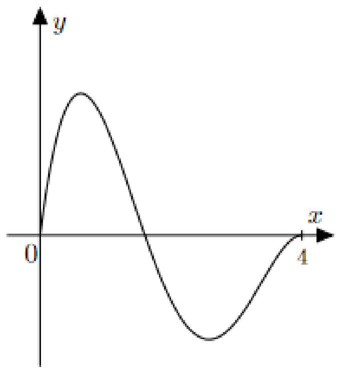


Abbildung 1

a1) Nennen Sie die Uhrzeiten, zu denen die momentane Änderungsrate der Staulänge den Wert null hat. (3 P)

a2) Es gilt $f(2) < 0$.
Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache im Sachzusammenhang an. (1 P)

a3) Bestimmen Sie rechnerisch den Zeitpunkt, zu dem die Staulänge am stärksten zunimmt. (5 P)

a4) Geben Sie den Zeitpunkt an, zu dem der Stau am längsten ist.
Begründen Sie Ihre Angabe. (2 P)

a5) Begründen Sie, dass die folgende Aussage richtig ist:

Die Staulänge kann für jeden Zeitpunkt von 06:00 Uhr bis 10:00 Uhr durch die Funktion s mit $s(x) = -\frac{1}{16}\,x^5 + \frac{3}{4}\,x^4 - 3\,x^3 + 4\,x^2$ angegeben werden. (2 P)

a6) Berechnen Sie die Zunahme der Staulänge von 6:30 Uhr bis 8:00 Uhr und bestimmen Sie für diesen Zeitraum die durchschnittliche Änderungsrate der Staulänge. (3 P)

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur Schleswig-Holstein
Schriftliche Abiturprüfung 2023
Name:
Kernfach Mathematik

Erwartete Schülerleistung	Bewertung Zuordnung I	II	III
Teilaufgabe a) 6:00 Uhr, 7:36 Uhr, 10:00 Uhr	3		
Um 8:00 Uhr nimmt die Staulänge ab.	1		
Notwendig für eine lokale Maximalstelle x ist $f'(x) = 0$. Mit $f'(x) = -\frac{5}{4}\,x^3 + 9\,x^2 - 18\,x + 8$ liefert $-\frac{5}{4}\,x^3 + 9\,x^2 - 18\,x + 8 = 0$ die möglichen lokalen Extremstellen $x_1 \approx 0{,}62$, $x_2 \approx 2{,}58$ und $x_3 = 4$.	3		
Anhand des dargestellten Graphen von f ist ersichtlich, dass x_1 die gesuchte globale Maximalstelle von f im betrachteten Intervall $[0;\,4]$ ist. Die Staulänge nimmt etwa $0{,}62$ Stunden nach 6:00 Uhr am stärksten zu.	2		
Der Stau ist $1{,}6$ Stunden nach 6:00 Uhr am längsten.		1	
Die Länge des Staus nimmt genau dann zu, wenn $f(x) > 0$ gilt.		1	
Da $s'(x) = f(x)$ gilt, ist s eine Stammfunktion von f. Außerdem ist $s(0) = 0$, so dass der Staubeginn korrekt modelliert wird.		2	
Es ist $s(2) - s(0{,}5) = \frac{681}{512} \approx 1{,}33$. Die Länge hat um etwa $1{,}33\,\text{km}$ zugenommen. Für die durchschnittliche Änderungsrate ergibt sich etwa $\frac{1{,}33\,\text{km}}{1{,}5\,\text{h}} \approx 0{,}89\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.		3	

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Allgemein:

- Es wird noch stärker als bisher auf Grundvorstellungen abgehoben.
- Kompetenzen statt Fertigkeiten stehen im Vordergrund. Es werden verstärkt Begründungen, Erläuterungen und Herleitungen erwartet.
- Es kann nicht mehr darauf gesetzt werden, dass es einfache Einstiegsaufgaben gibt. Fragen zum AFB III kommen oft sehr früh.
- Es werden zunehmend Aufgaben gestellt, bei denen eine Lösung gegeben ist und eine zugehörige Aufgabenstellung formuliert werden soll („rückwärtsarbeiten“).
- Zunehmendes Textverständnis wird gefordert. Umfang einer Aufgabe über zwei Seiten ist möglich.

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Allgemein:

- Zugleich wird zunehmend auf Grundfertigkeiten der Sek. I gesetzt: Termumformungen mit Brüchen, Auflösung von Exponentialgleichungen, Rechnen mit Wurzeln usw. .
- Weniger Standardaufgaben für schwache SuS; denn es wird mehr auf Verständnis gesetzt statt auf eingeübte Verfahren.
- Es werden zunehmend Scharen bearbeitet (Funktionenscharen in der Analysis, Ebenenscharen in der Geometrie) mit bis zu drei Parametern. Oft wird dabei zunächst der allgemeine Fall behandelt, ein einfaches Beispiel für einen bestimmten Scharparameter erst am Ende.

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Bewertung

- Durch die Bandbreitenregelung kann der Anteil der BE im AFB I auf 20% sinken, der Anteil der BE im AFB III bis auf 35 % steigen.
- BE werden stärker als bisher „en bloc" vergeben, z.B. für eine gesamte Teilaufgabe.

Hilfmittel

- Vollständige Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge (z.B: Integral-bestimmung mit dem WTR statt aufwändiger Bestimmung von Stammfunktionen per Hand, Lösung von Gleichungssystemen mit dem TR, Bestimmung von kumulierten Wahrscheinlichkeiten)

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Analysis:

- zunehmend Aufgaben zu Grundvorstellungen ohne Rechnung (z.B: graphisches Differenzieren/Integrieren, graphische Bestimmung von Ableitungen, Integration ohne Vorgabe eines Funktionsterms durch Auszählen von Kästchen)
- Angabe von Funktionstermen nach Verschiebungen und Streckungen
- Aufgaben auch zu Logarithmusfunktionen und trigonometrischen Funktionen
- „abschreckende“ Terme (z.B. mit komplizierten Vorfaktoren oder Wurzeln), die aber eigentlich (mit dem WTR) leicht zu lösen und bei Ableitungen nur hinzuschreiben sind oder sogar wegfallen
- flexibles Wechseln zwischen den Begriffen Änderungsrate (momentane, mittlere) und Bestand.

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Analytische Geometrie:

- Hohe Bedeutung des räumlichen Vorstellungsvermögens (Lage von Körpern und Ebenen im Raum, Identifizierung von Prismen, Pyramiden usw. als Teilkörper eines Körpers, Spiegelung von Objekten an Ebenen und Punkten)
- Räumliches Vorstellungsvermögen bei Drehung und Verschiebung im Raum
- Erkennen und Darstellen von Objekten in der Ebene trotz dreidimensionaler Darstellung (z.B. Quadrat, Trapez, Parallelogramm)
- Kenntnis der Definition dieser Objekte mit ihren Eigenschaften: z.B.: um zu zeigen, dass ein Objekt ein Trapez ist, muss ich nicht nachweisen, dass es kein Parallelogramm, kein Rechteck und kein Quadrat ist (→ kleines Haus der Vierecke)
- Behandlung von Geraden- und Ebenenscharen

Tendenzen bei den schriftlichen Abituraufgaben

Stochastik:

- Es gibt keine thematischen Einschränkungen wie sie in der Corona-Zeit vorkamen, es sind z.B. wieder Konfidenzintervalle möglich
- laut aktueller Fachanforderungen kann die Normalverteilung für Näherungen vorkommen
- Die Vorbemerkung zur Angabe von Zufallsgröße und Verteilung fällt ab 2024 weg.
  Bei vielen Rechnungen ist sie aber dennoch erforderlich.

Konsequenzen
insbesondere für den Unterricht

Konsequenzen

Hilfestellungen durch das MBWFK

- Zentral gestellte Klausur „nach Art und Umfang der Abiturprüfung" (sog. Abivorklausur)
  - am 21.11.2023
  - Ziel: Kennenlernen und Üben des neuen Prüfungsformates
  - Schulen erhalten eine komplette Klausur, d.h. inkl. einem Aufgabensatz für den hilfsmittelfreien Teil (inkl. Auswahlbogen für die hilfsmittelfreien Aufgaben) und mehrere Aufgaben je Sachgebiet von denen die Lehrkraft jeweils eine auswählt.

Hinweis: Es wird mehr komplexe Aufgabenstellungen als in der Abiturprüfung geben, weil nicht sichergestellt werden kann, dass alle Themen bereits bis zum November im Unterricht behandelt wurden.

Konsequenzen

- Vorbereitung der zentral gestellten Klausur
  Die SuS sind von den Lehrkräften ausführlich über den Ablauf der Klausur zu unterrichten,
  - insbesondere über zeitliche und organisatorische Abläufe
  - Wahlmöglichkeiten im hilfsmittelfreien Teil
  - verpflichtende Bearbeitung von Geometrie- **und** Stochastikaufgabe.

Hinweis zur Dienstverschwiegenheit:

Es ist streng untersagt, die Aufgaben, die man nicht gewählt hat, bereits vor dem Klausurtermin zu Übungszwecken im Unterricht einzusetzen oder an SuS weiterzugeben.

Konsequenzen für den Unterricht

- ✓ **Themenorientierung**

  d.h. einen Kontext etablieren und die gebildete
- ✓ **Grundvorstellung durchgängig nutzen** mit dem Ziel
- ✓ **verstehensorientierter** zu unterrichten mit
- ✓ weniger **Rechenorientierung.**
- ✓ **Fertigkeiten üben**

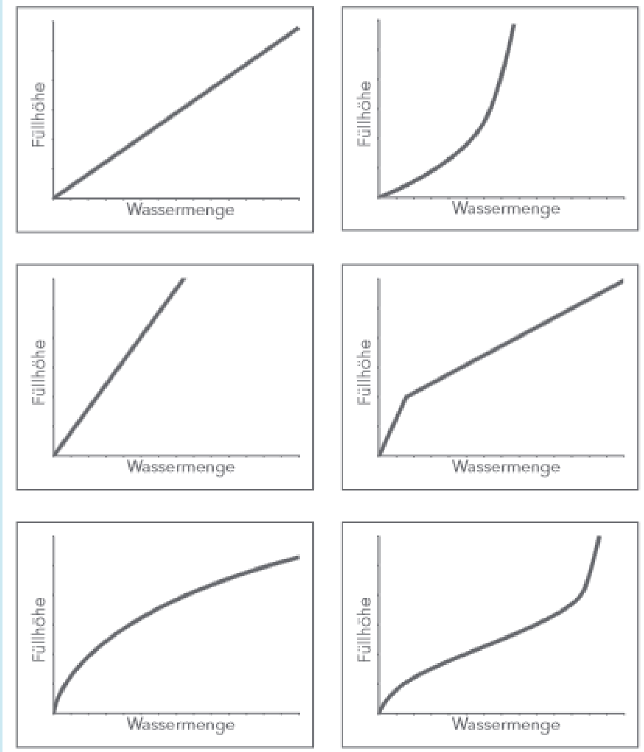
  wie grafisch ableiten und integrieren

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Themenorientierung

Füllstandsgraphen – *der Einstieg*

Das experimentelle Aufnehmen von Füllstandsgraphen ist als Einstiegsaufgabe besonders geeignet, um eine Grundvorstellung vom Begriff der Funktion aufzubauen. An verschiedenen Gefäßen wird durch Befüllen mit Wasser der Zusammenhang zwischen eingefülltem Volumen und Füllhöhe (oder umgekehrt) gemessen.



aus: Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel 2015

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

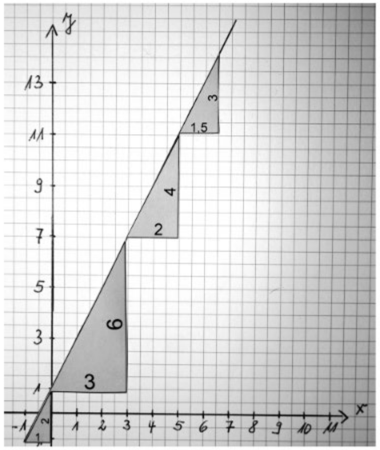
Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen

Füllstandsgraphen
als Grundvorstellung
für **proportionale**
Funktionen

Klasse 7

→



Füllstandsgraph eines Prismas mit Bodenerhöhung

Erweiterung durch
Erhöhung des
Bodens und
Entleerungsgraphen:
Lineare Fuktionen

Klasse 8

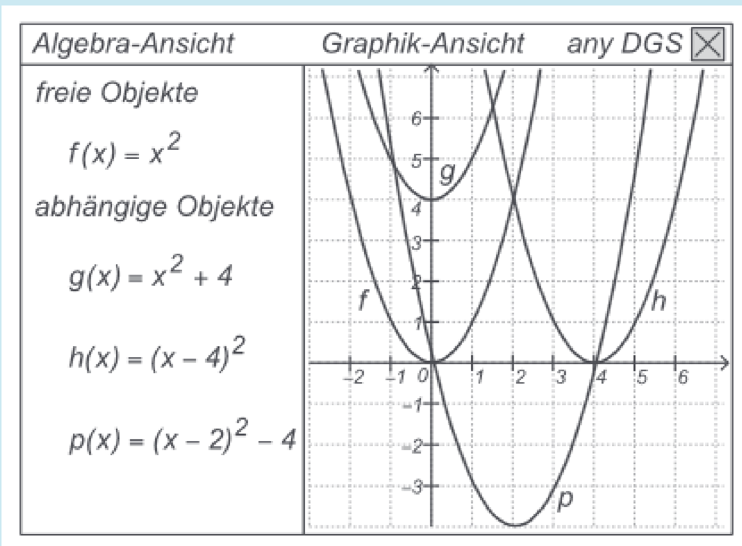
geradlinig, wegen „fester“ Änderung pro Intervall

aus: Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel 2015

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

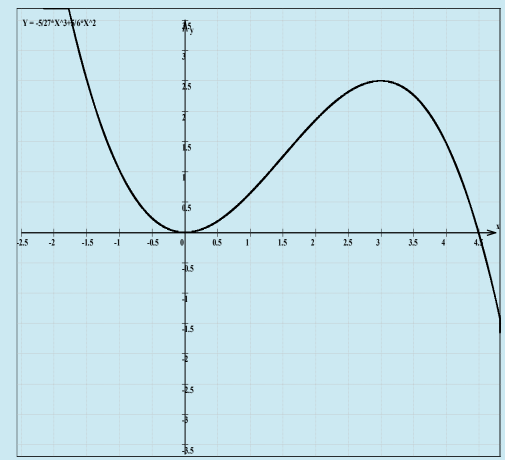
Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen



Mittelstufe

Peter, der korrekte Autofahrer (aus: SelMA – Ableitungen)



Klasse E

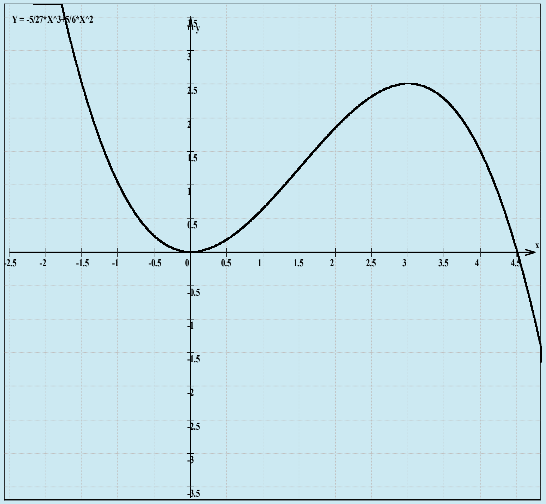
Vergleich der Funktionenklassen untereinander mit besonderem Blick auf die „Wirkung“ der Parameter (Streckung und Verschiebung)

aus: Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel 2015

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen

Peter, der korrekte Autofahrer (aus: SelMA – Ableitungen)



Peter rühmt sich, ein besonders korrekter Autofahrer zu sein. "Gestern", so sagt er, "habe ich für die 2,5km lange Ortsdurchfahrt in Marl genau 3 Minuten benötigt." War Peter so korrekt, oder hat er dabei nur Glück gehabt, dass an manchen Stellen keine Geschwindigkeitskontrolle war? […]

a) Wie kommt Peter zu der Aussage, dass er ein korrekter Autofahrer ist? a) Wie kommt Peter zu der Aussage, dass er ein korrekter Autofahrer ist? Gibt es Zeitintervalle, in denen er schneller/ langsamer als 50 km/h gefahren ist?

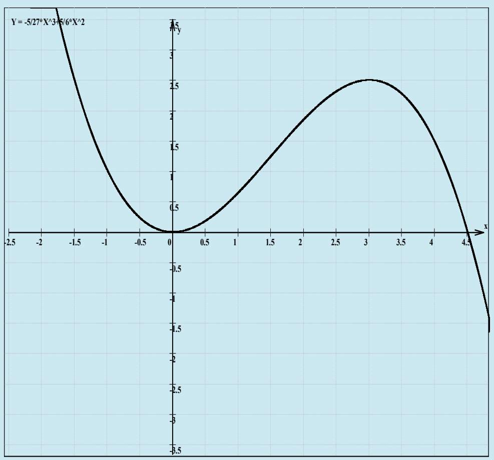
b) […]

c) Peter hat erfahren, dass nach 1,5 Minuten Fahrzeit die Geschwindigkeit gemessen wurde. Muss er mit einem Bußgeldbescheid rechnen?

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen

Peter, der korrekte Autofahrer (aus: SelMA – Ableitungen)



Begriffe

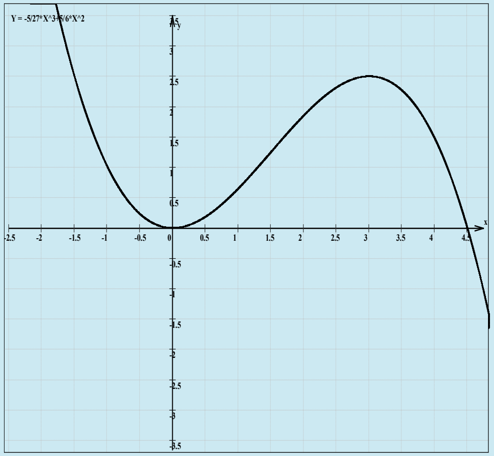
- Zeit-Weg- Funktion als Modellfunktion
- Intervallgeschwindigkeiten
- lokale Geschwindigkeit
  - Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeiten als verschiedene Begriffe
- Präzisierung von Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit als mathematischer Term
- Gedanklicher und grafischer Grenzwertprozess
- Grenzwertschreibweise
- Interpretation des mathematischen Terms

$$\lim_{x \to 1{,}5} \frac{f(x) - 1{,}25}{x - 1{,}5}$$

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen: Momentangeschwindigkeit

Peter, der korrekte Autofahrer



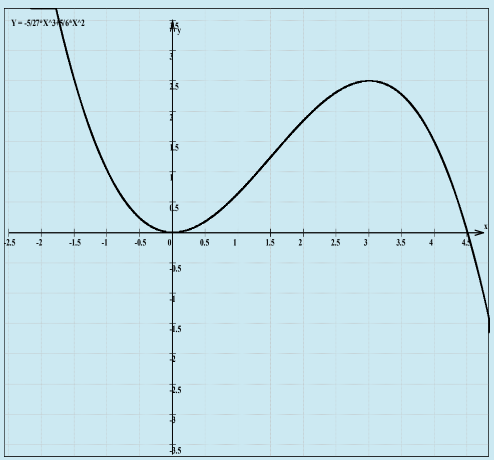
Due SuS vertiefen ihre GV von lokalen Änderungsprozessen:

- Aufbauend auf der absoluten Änderung $f(x_1) - f(x_2)$
- wird die relative oder **mittlere Änderungsrate** $\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ betrachtet (Steigungsdreieck).
- Auch die lokale Änderungsrate sollte berechnet werden können als **Steigung der Kurve in einem Punkt,**
- ermittelbar durch den **Grenzwert des Differenzenquotient** als **Tangentensteigung**

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Grundvorstellung durchgängig nutzen / Verstehensorientierung

Peter, der korrekte Autofahrer



Problemlösestrategien:
- zerlegen ein Problem in einfachere Probleme
- nutzen bekannte Verfahren zur Problemlösung

Modellieren:
- benutzen eine Funktion zur Beschreibung einer Alltagssituation
- Fehlvorstellung vermeiden: Zeit-Weg-Diagramm und kein Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm!

Darstellungswechsel
- Kurvenverlauf und -eigenschaften in Sachzusammenhang setzen
- Bezug zwischen Funktionsterm, Graph, Text und Wertepaaren (Tabelle)

Konsequenzen für den Unterricht
am Beispiel des Kontextes Füllstandsgraphen

Fertigkeiten und Fähigkeiten üben

Die Lernenden…

- beschreiben und interpretieren die Grafik
- begründen ihre Standpunkte auch mit mathematischen Hilfsmitteln
- präzisieren den Zusammenhang und Unterschied zwischen Begriffen
- machen Annahmen, verwerfen, korrigieren diese
- bewerten die berechneten Ergebnisse an der Realsituation
- beherrschen Darstellungswechsel
- Bestimmen Wertepaare
- Können grafisch differenzieren