

Mathematik

Leitlinien der Ausbildung im Fach Mathematik

Ziel der Ausbildung im Fach Mathematik ist es, den LiV die Möglichkeit zu geben, ausgehend von den an der Universität erworbenen fachlichen, didaktischen und pädagogischen Kenntnissen ihre fachdidaktischen Kenntnisse und Fertigkeiten so zu erweitern, dass sie einen Mathematikunterricht planen, gestalten und reflektieren können, der sowohl den Vorgaben aus den Fachanforderungen als auch den allgemeinen und fachspezifischen Ausbildungsstandards gerecht wird.

Um dies zu gewährleisten, knüpfen die Ausbildungstage an die fachlichen und didaktischen Vorerfahrungen der LiV an und enthalten Fallbezüge in Form von gemeinsamen Unterrichtshospitationen, Unterrichtsaufgaben, Dokumenten von Schülerinnen und Schülern sowie Unterrichtsvideos. An den Ausbildungstagen wird die Zusammenarbeit während und auch außerhalb der Veranstaltung zwischen den LiV angeregt, zum Beispiel indem eingesetztes Material ausgetauscht wird. Wichtige Basis der Ausbildung ist die Reflexion des eigenen sowie des gemeinsam besuchten Unterrichts, unter anderem in Hinblick auf den gewählten didaktischen Ansatz, sowie der eingesetzten Aufgaben, Methoden und Medien. Ziel der Veranstaltungen ist es, die ständige Weiterentwicklung der Reflexionskompetenz einer Lehrkraft als unabdingbare Voraussetzung für den eigenen Lernprozess darzustellen.

Didaktisch reflektierter Unterricht ist entscheidend für den Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen bei den Lernenden. Die Ausbildungsveranstaltungen fokussieren daher jeweils ausgewählte Inhalte einer Leitidee, analysieren diese didaktisch und zeigen Möglichkeiten auf, kompetenzorientiert zu unterrichten. Auf diese Weise sollen die LiV in die Lage versetzt werden, Unterrichtseinheiten so zu planen und zu gestalten, dass parallel zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen auch die allgemeinen mathematischen Kompetenzen aufgebaut werden und die neuen Inhalte mit zurückliegenden vernetzt werden, um Basiswissen zu sichern. Die Veranstaltungen thematisieren Aufgabenstellungen und Methoden, die die unterschiedlichen Voraussetzungen und Zugänge der Lernenden berücksichtigen (Binnendifferenzierung). Die Vertiefungsmodule greifen zumeist die Leitideen der Basismodule wieder auf und vertiefen sie schulartspezifisch.

Mit diesem Grundgerüst Unterricht zu planen, angemessen umzusetzen und zu reflektieren ist ein umfangreicher Lernprozess, den Studienleiter/-innen auch in der Ausbildungsberatung begleiten.

Fachspezifische Ausbildungsstandards

Die Lehrkraft im Vorbereitungsdienst

1. verfügt über schulrelevantes Wissen zu den mathematischen Leitideen: Zahl, Messen, Raum und Form, funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall.
2. beschreibt und analysiert die individuellen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler und diagnostiziert den Leistungsstand.
3. unterstützt durch die Auswahl geeigneter Inhalte, Darstellungsebenen, Methoden und Handlungskonzepte den Erwerb einer allgemeinen Problemlösefähigkeit der Lernenden.
4. fördert die Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen wie Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, Verwendung von Darstellungen, Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, und Kommunizieren.
5. bestärkt die Lernenden darin, individuelle Problemlösungen zu verfolgen und heuristische Strategien zu nutzen.
6. veranlasst die Lernenden, Lösungswege und Ergebnisse von Aufgaben kritisch und verantwortungsbewusst zu reflektieren.
7. setzt Rechner und geeignete Software im Unterricht angemessen ein.
8. benutzt konsequent die mathematische Fachsprache in adressatengerechter Reduktion und achtet auf deren Verwendung durch die Lernenden.
9. beteiligt sich an der Planung, Durchführung und Auswertung von Parallel- und/oder Vergleichsarbeiten sowie Prüfungen.
10. kennt und erkennt Ursachen für Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht und berät Schülerinnen und Schüler sowie gegebenenfalls Eltern über Förderungsmöglichkeiten.
11. nutzt Fehler als Anlass zur intensiven Klärung eines mathematischen Sachverhaltes.
12. setzt ihr fundiertes mathematisches Fachwissen ein, um schulrelevante Entscheidungen treffen zu können.

Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung

Neben der Vermittlung von fachspezifischen Theorien, Modellen, Konzepten und Methoden sollen auch folgende Themenbereiche Bestandteile aller Ausbildungsveranstaltungen sein:

Durchgängige Sprachbildung

Der Ausbau der Bildungssprache und der Aufbau der Fachsprache ist eine Aufgabe aller Fächer. In den Ausbildungsveranstaltungen Mathematik werden dabei folgende Aspekte besonders in den Fokus genommen:

- Unterscheidung zwischen fachlichem und sprachlichem Anspruch, insbesondere auch in Leistungsnachweisen
- Planung des Unterrichts mit dem steten Blick auf den Spracherwerb (Anknüpfung an die Alltagssprache, Erwerb der Grundvorstellungen unterstützt durch Alltags- und Bildungssprache, Aufbau, Üben und Nutzen der Fachsprache)
- Methoden zur Unterstützung des Fachspracherwerbs
- Aufgabenstellungen, die das Leseverstehen, das Hörverstehen, das Sprechen und das Schreiben in den Fokus des Mathematikunterrichts setzen
- Auswertung von Schülerarbeiten mit dem Fokus, die Sprachfähigkeiten zu diagnostizieren
- Gestaltung von Unterrichtsgesprächen, sodass die Schülerinnen und Schüler sich möglichst alle auch sprachlich weiterentwickeln
- Gestaltung von Unterricht, der eine Eingliederung von neu zugewanderten Kindern mit wenig Deutschkenntnissen ermöglicht

Inklusive Schule / Umgang mit Heterogenität und Inklusion

Die inklusive Schule ist ein Aufgabenfeld von besonderer Bedeutung, das sich aus den pädagogischen Zielen des Schulgesetzes ableitet. Sie zeichnet sich durch das Unterrichtsprinzip des gemeinsamen Lernens aus und bietet den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, auf Basis unterschiedlicher Erfahrungshintergründe, Arbeits- und Herangehensweisen miteinander in einen Dialog über unterschiedliche Sichtweisen zu treten, sich gegenseitig Impulse zu geben und so personale und soziale Kompetenzen weiterzuentwickeln.

Damit möglichst alle Schülerinnen und Schüler mit Freude Mathematik betreiben, werden die LiV in den Ausbildungsveranstaltungen dabei unterstützt, folgende Aspekte zu berücksichtigen:

- Gefahren von Diskriminierung und Barrieren für Teilhabe und Lernen bei Schülerinnen und Schülern erkennen
- Arbeiten mit dem EIS-Prinzip – enaktiv, ikonisch, symbolisch –, damit alle Schülerinnen und Schüler einen Zugang zu den Grundvorstellungen finden
- Gestaltung von offenen Arbeitsaufträgen, die mehrere Lösungswege (oder auch mehrere Lösungen) zulassen
- Einsatz von kooperativen Lernformen
- Unterschiedliches Lerntempo und gegebenenfalls unterschiedliches Lernziel
- Diagnose und daran anschließende passende Fördermaßnahmen (z. B. durch Lernpläne)
- Gezielte Förderung von schwachen und von starken Schülerinnen und Schülern

Medienbildung

Die Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst sollen ihren Unterricht so gestalten können, dass sie und die Schülerinnen und Schüler kompetent mit den Medien umgehen können, die ihnen zur Verfügung stehen. Dazu gehört insbesondere der Umgang mit Tabellen und

Diagrammen mittels Tabellenkalkulationsprogrammen, mit dynamischer Geometrie-
software und dem Taschenrechner. Daher werden bei den Ausbildungsveranstaltungen
der Umgang mit folgenden Programmen/Medien sowie der praktische Einsatz im Unter-
richt thematisiert:

- Unterricht in Computerräumen
- Dynamische Geometriesoftware, z. B. GeoGebra
- Tabellenkalkulation, z. B. Excel
- Taschenrechner
- Nutzung von Lernplattformen
- Umgang mit dem interaktiven Whiteboard
- Internetrecherche
- Maßnahmen des Jugendmedienschutzes
- Präsentationen

Inhalte der Veranstaltungsmodule

1. Messen – Grundvorstellungen aufbauen

Ziel: Die LiV kennen die Stationen zum **Aufbau von Grundvorstellungen** und können sie für die Leitidee Messen konkretisieren.

Anhand des **Flächeninhaltsbegriffs** werden die Stationen zum Aufbau von Grundvorstellungen erarbeitet und die Bedeutung von sowie der Umgang mit Fehlvorstellungen thematisiert. Weitere Themen sind der Umgang mit Einheiten, die **Nutzung von Standardrepräsentanten** für die Begriffsbildung und der Messvorgang. Auf den Artikel von Siegfried Krauter zum Flächeninhalt wird eingegangen.

2. Sicherung von Basiswissen

Ziel: Die LiV kennen die Stationen zum Aufbau und Sichern von Basiswissen.

Anhand unterschiedlicher Aufgabenstellungen wird das Zusammenspiel von inhaltlichen und prozessorientierten Kompetenzen zum Aufbau eines vernetzten, langfristig und flexibel nutzbaren Basiswissens entwickelt. Der Umgang mit abwechslungsreichen Übungsformaten und -formen verknüpft den **Erwerb von Grundkenntnissen, -fertigkeiten und -fähigkeiten** mit mathematischen Entdeckungen und Reflexionen und dient der Festigung von Grundvorstellungen. So wird **intelligentes Üben** als ein wesentlicher Bestandteil des gemeinsamen Lernens im Mathematikunterricht vorgestellt und in vielfältigen Aufgabenformaten ausprobiert.

3. Daten und Zufall – Mathematisches Kommunizieren

Ziel: Die LiV sind in der Lage, einen zu den Fachanforderungen passenden **Unterrichtsgang zur Stochastik** zu entwickeln.

Anhand eines Zufallsexperiments werden die **Fachbegriffe** geklärt, die von den Fachanforderungen für die Sek. I vorgesehen sind. Es wird thematisiert, dass die Ergebnismengen definiert werden müssen.

Mittels **Tabellenkalkulation** wird das **Gesetz der Großen Zahlen** behandelt; dabei wird anschaulich auf die Bedeutung der stochastischen Konvergenz eingegangen. Auch die Pfadregeln (Additions- und Multiplikationsregel) werden anschaulich hergeleitet. Die **Bedeutung der Sprache** in der Stochastik und Konsequenzen für den Unterricht werden mit den LiV herausgearbeitet.

4. Daten und Zufall – Gemeinsames Lernen

Ziel: Die LiV kennen Zugänge zum Wahrscheinlichkeitsbegriff, die gemeinsames Lernen auf allen Anforderungsebenen und in allen Anforderungsbereichen ermöglichen.

In Anlehnung an die in der Basisveranstaltung vermittelten Grundkenntnisse wird der **curriculare Aufbau** der Leitidee „Daten und Zufall“ von der Primarstufe durch die Sekundarstufe I bis zum Übergang in die Sekundarstufe II, jetzt unter dem Schwerpunkt des gemeinsamen Lernens, erneut in den Blick genommen. Anhand von Aufgabenbeispielen ist der Umgang mit (verkürzten) Baumdiagrammen (und Vierfeldertafeln) als **heuristisches Hilfsmittel** beim Bearbeiten problemorientierter Fragestellungen (z. B. Dunkelfeldforschung, Krebsforschung) herauszuarbeiten. Unter dem Oberbegriff „**Lügen mit Statistiken**“ wird die Aussagekraft von (manipulierten) Diagrammen in Medien analysiert und für einen problembewussten Umgang mit Daten sensibilisiert (selbst erstellte Statistiken, **Tabellenkalkulation**).

5. Zahl (Terme und Gleichungen) – Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Ziel: Die LiV kennen die **verschiedenen Rollen, die Variablen haben können**, kennen typische Schülerfehler und können Gegenmaßnahmen einleiten.

Als roter Faden ziehen sich die verschiedenen Rollen von Variablen (allgemeine Zahl (Unbestimmte), Unbekannte und Veränderliche) durch den Tag, für die jeweils repräsentative Aufgaben und Übungen vorgestellt werden, mit deren Hilfe **tragfähige Grundvorstellungen** aufgebaut werden sollen. Dabei ist an die Vorerfahrungen aus der Grundschule anzuknüpfen.

Im Fokus stehen auch die Fachsprache sowie die Notation von Äquivalenzumformungen.

6. Zahlbereichserweiterung

Ziel: Die LiV kennen Stationen zum Aufbau von Grundvorstellungen in den Zahlbereichen Q , Z , R .

Ausgehend von den natürlichen Zahlen werden beim **Übergang zu Brüchen, ganzen und reellen Zahlen** Anpassungen und Erweiterungen der bestehenden **Grundvorstellungen** erforderlich. Exemplarisch vorgestellter Lernumgebungen setzen deshalb den Schwerpunkt darauf, **Fehlvorstellungen** zu vermeiden und diagnostisch geleitet an potenziellen „Vorstellungs-Brüchen“ zu arbeiten. Der sinnstiftende Umgang

mit Rechenregeln und Rechengesetzen wird gezielt mit entsprechenden Aufgabenformaten angeleitet.

7. Funktionaler Zusammenhang – Darstellungen verwenden

Ziel: Die LiV können die **Einführung von neuen Funktionsklassen** unter Berücksichtigung der **Darstellungsformen** Text, Term, Tabelle und Graph planen.

Verschiedene handlungsorientierte Zugänge zur Einführung von Funktionen werden vorgestellt und mindestens einer von den LiV ausprobiert. Anhand verschiedener Beispiele wird der Wechsel der Darstellungsformen (Text, Tabelle, Graph, Term) thematisiert und auf die Grundvorstellungen des funktionalen Zusammenhangs (Zuordnung, Kovariation, Funktion als Ganzes) eingegangen. Die Erweiterung einer Funktionsklasse wird exemplarisch besprochen und der Einfluss der einzelnen Parameter in der Funktionsgleichung mithilfe von GeoGebra von den LiV animiert.

Ein dynamisches Geometrie-System (DGS) (GeoGebra) wird zur Lösung ausgewählter Probleme herangezogen.

8. Funktionaler Zusammenhang – Darstellungen wechseln

Ziel: Die LiV planen inklusiven Unterricht unter besonderer Berücksichtigung der Anforderungsebenen und Anforderungsbereiche.

Anknüpfend an exemplarische Aufgabenformate (Funktionsmaschine) werden Zugänge zur Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ ab Jahrgangsstufe 5 vorgestellt und die Bedeutsamkeit von **Darstellungsformen und Darstellungswechseln** zum Grundvorstellungsaufbau beim gemeinsamen Lernen herausgestellt. Der Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen und DGS (GeoGebra) dient als grafisches Hilfsmittel bei der **Modellierung von Realsituationen** mit Funktionen. Der Grundvorstellungsaufbau zur „**Steigung einer Geraden**“ wird enaktiv, ikonisch und symbolisch angeleitet.

9. Leistungsüberprüfung

Ziel: Die LiV kennen die rechtlichen Rahmenbedingungen für Leistungsmessung und Bewertung und können **diagnostische Verfahren** im Unterricht einsetzen.

Anhand von Schülerbeispielen wird erarbeitet, wie zwischen sprachlichen und fachlichen Schwierigkeiten zu unterscheiden ist und wie der **Ausbau der Bildungs- und Fachsprache parallel zum Erwerb der Fachinhalte** geplant werden kann. Die Gestaltung von **ziendifferenten Klassenarbeiten** wird exemplarisch umgesetzt. Im Hinblick auf das Gemeinsame Lernen wird die Bedeutung der drei in den Fachanforderungen beschriebenen Anforderungsbereiche und Anforderungsebenen für die Wahl geeigneter Aufgabenformate deutlich gemacht und das Heranführen der Schülerinnen und Schüler an die in Arbeitsaufträgen zu verwendenden Operatoren konkretisiert. Die rechtlichen Rahmenbedingungen für die Leistungsbewertung werden herausgestellt.

Auch die Beurteilung von mündlichen Leistungen und die Arbeit mit Selbsteinschätzungsbögen werden thematisiert.

10. Messen – Förderkonzepte

Ziel: Die LiV kennen Stationen und Förderkonzepte zum Aufbau von Grundvorstellungen für die Leitidee Messen.

Ausgehend vom Flächeninhaltsbegriff werden Stationen zum Aufbau von Grundvorstellungen zum **Volumenbegriff** abgeleitet und Gemeinsamkeiten und Unterschiede thematisiert. Weitere Schwerpunkte sind das **Förderkonzept *Mathe macht stark***, exemplarisch konkretisiert am Winkelbegriff, und der Einsatz diagnostischer Interviews als Ausgangspunkt einer individuellen Förderung der Schülerinnen und Schüler.

11. Modellieren – Textarbeit

Ziel: Die LiV kennen den **Modellierungskreislauf** und können die Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben **strategisch und sprachlich unterstützen**.

Exemplarische Modellierungsaufgaben sowie eingekleidete Aufgaben werden von den LiV bearbeitet und deren Einsatz im Unterricht reflektiert. Dazu gehört, dass die einzelnen Teilprozesse des Modellierungskreislaufs transparent gemacht werden und die Lehrkraft den Einsatz von Textaufgaben durch eine entsprechende **Didaktisierung** der Texte begleitet (vor dem Lesen – während des Lesens – nach dem Lesen). Der Einsatz und die Benotung von Modellierungsaufgaben in Leistungsnachweisen werden thematisiert.

12. Unterrichtsplanung – mathematisches Kommunizieren

Ziel: Die LiV kennen die Phasen einer strukturierten Unterrichtsplanung und können didaktische und methodische Entscheidungen begründet treffen und voneinander abgrenzen.

Leitfragen für die verschiedenen Aspekte der Unterrichtsplanung werden formuliert und anhand eines exemplarischen Beispiels konkretisiert. Der **fachlichen Klärung** und der **didaktischen Analyse** des Unterrichtsgegenstands sowie der **methodischen und organisatorischen Ausgestaltung** des Unterrichtsgangs (Prozesskontexte) und der Abgrenzung dieser Begriffe kommen dabei eine besondere Bedeutung zu. Möglichkeiten, die Kompetenz des „**Mathematischen Kommunizierens**“ unterrichtlich zu gestalten, werden in charakteristischen Lernsituationen anhand von Aufgabenbeispielen vorgestellt und ausprobiert.

13. Raum und Form – Problemlösen

Ziel: Die LiV kennen **Strategien, Prinzipien und Hilfsmittel** zum Problemlösen und können die Schülerinnen und Schüler an das **Konstruieren** und Problemlösen heranzuführen.

Heuristische Strategien, Prinzipien und Hilfsmittel werden vorgestellt und einzelne Heuristiken von den LiV am Beispiel einer Aufgabe so aufgeschlüsselt, dass sie als Hilfestellung für Schülerinnen und Schüler dienen können. Der unterrichtliche Umgang mit Problemlöseaufgaben wird besprochen. Außerdem werden Anregungen gegeben, wie Eigenschaften und Definitionen über die Jahrgänge vermittelt und voneinander abgegrenzt werden können, dabei werden der Aufbau und die **Verwendung einer**

exakten (Fach-)Sprache fokussiert. Auf die Notwendigkeit, sowohl händisch als auch mit dynamischer Geometriesoftware zu konstruieren, wird eingegangen und exemplarisch eine Aufgabe mit einer DGS gelöst.

14. Problemlösen – Argumentieren

Ziel: Die LiV vertiefen ihre Kenntnisse zum Lösen mathematischer Probleme (heuristische Hilfsmittel) und können Schülerinnen und Schüler anleiten, diese zum mathematischen Argumentieren zu nutzen.

Anhand verschiedener Aufgabenbeispiele wird die Bedeutsamkeit eines gezielten Einsatzes von **heuristischen Hilfsmitteln** zur Exploration einer Problemstellung und zur Begründung des gewählten Lösungsprozesses deutlich gemacht. Auch das Finden geeigneter Beispiele und Gegenbeispiele beim **Mathematischen Argumentieren** und die Fähigkeit zur Auswahl wichtiger Argumente und deren Verbindung zu einer Argumentationskette werden exemplarisch an Problemstellungen geplant und ausprobiert.

15. Lernumgebungen und Aufgabenkultur

Ziel: Die LiV kennen die Einflussfaktoren für gelingende Lernumgebungen sowie verschiedene Aufgabenformate und können für ihre Schülerinnen und Schüler **passende Lernumgebungen gestalten**.

Im Zentrum des Ausbildungstages steht das Differenzierungspotenzial von Aufgaben als Qualitätskriterium und zugleich praktische Hilfe für gemeinsames Lernen in heterogenen Gruppen. Neben der Variation von Aufgaben, um den Schülerinnen und Schülern zielgerichtetes Arbeiten an den Kompetenzen zu ermöglichen, wird die Einteilung von Aufgaben nach dem Öffnungsgrad (Sind Startsituation und/oder Weg und/oder Ziel vorgegeben? Welche Informationen sind vorgegeben?) vorgestellt. Aufgabenformate wie beispielsweise Blütenaufgaben werden von den LiV erstellt.

Mithilfe des Prozessmodells zur Unterrichtsgestaltung von Josef Leisen wird auf die Faktoren der materialen und personalen Steuerung des Kompetenzerwerbs eingegangen und thematisiert, wie dieses Modell im Unterricht praktisch umgesetzt werden kann.