

## Der wissenschaftliche Taschenrechner im MSA

### Bestimmungen der Fachanforderungen

Die Fachanforderungen legen fest, dass die sachgerechte Bedienung des Taschenrechners verbindlicher Unterrichtsinhalt ist (Fachanforderungen Seite 15). Dabei ist die Einführung des Taschenrechners nicht auf die Jahrgangsstufe 7 beschränkt, sondern im Zusammenhang mit der Behandlung neuer Rechenarten und Funktionen, beispielsweise Potenzrechnung oder Trigonometrie, ist jeweils auch auf die sachgerechte Bedienung des Taschenrechners einzugehen. Das schließt das automatische Erstellen von Wertetabellen für Funktionen sowie die numerische Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen ein (Fachanforderungen Seite 16, 24, 32).

### Bestimmungen für den MSA

In den Durchführungsbestimmungen zur schriftlichen Abschlussprüfung wird festgelegt, welche Hilfsmittel zulässig sind. Bei den Komplexaufgaben ist der Taschenrechner als Hilfsmittel zugelassen. Das Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen sowie das Erstellen von Wertetabellen gehören zu den eingebauten Funktionen der Geräte, die im Unterricht zu behandeln sind. Diese Funktionen dürfen in der Abschlussprüfung genutzt werden. Lediglich graphikfähige Taschenrechner sind im MSA nicht zugelassen, das schließt CAS-Rechner ein.

### Dokumentation von Lösungen in der Abschlussarbeit

Die Erläuterungen des Operators „**Berechne**“ in den Fachanforderungen besagen: *"Ergebnisse werden von einem Ansatz ausgehend auf rechnerischem Wege gewonnen. Auch die Nutzung des Taschenrechners ist zulässig."*

Am Beispiel der quadratischen Gleichung  $x^2 - 6x + 7 = 0$  soll der mit dem Operator „**Berechne**“ geforderte Mindestumfang der Dokumentation erläutert werden.

Dokumentation bei Verwendung der Lösungsfunktion des WTR	
$x^2 - 6x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{2} \approx 1,59$ oder $x = 3 + \sqrt{2} \approx 4,41$	Der Ansatz (hier: die Gleichung) sowie die Lösung sind zu notieren.
Dokumentation bei Verwendung der Lösungsformel	
$x^2 - 6x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{2} \approx 1,59$ oder $x = 3 + \sqrt{2} \approx 4,41$	Der Ansatz (hier: die Gleichung) sowie die Lösung sind zu notieren.
ausführliche schriftliche Lösung	
$x^2 - 6x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + 7 = 9$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 2$ $\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 2$ $\Leftrightarrow  x - 3  = \sqrt{2}$ $\Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{2} \approx 1,59$ oder $x = 3 + \sqrt{2} \approx 4,41$	Mindestens die erste Zeile (der Ansatz) sowie die letzte Zeile (die Lösung) sind zu notieren. Weitere für die Rechnung nützliche Umformungsschritte und Kommentare können notiert, aber auch übersprungen werden ohne dass sich dies auf die Bewertung auswirkt, siehe unten.

### **weitere Hinweise zum Beispiel der quadratischen Gleichung**

Falls die Lösungsfunktion des Taschenrechnermodells exakte algebraische Ausdrücke wie z. B.  $x = 3 + \sqrt{2}$  ausgibt, wäre im Sachzusammenhang zu entscheiden, ob dies als Dokumentation genügt. Bei vielen Aufgaben wird im Sachzusammenhang die Angabe der sinnvoll gerundeten Zahlenwerte erforderlich sein, zum Beispiel zum Einzeichnen in ein Koordinatensystem oder für die Interpretation als Länge in Metern und Zentimetern. Dies wird ggf. im Erwartungshorizont ausgewiesen.

Falls der Taschenrechner die Lösungen nicht als algebraischen Ausdruck ausgibt, sondern näherungsweise als Dezimalbruch, wäre die Angabe dieser Zahlenwerte, ggf. sinnvoll gerundet, ausreichend.

Bei Verwendung der Lösungsformel sowie bei der ausführlichen schriftlichen Rechnung beschränkt sich die Verwendung des Taschenrechners ohnehin auf die näherungsweise Bestimmung der Lösung als Dezimalbruch.

Selbstverständlich bleibt eine ausführliche schriftliche Lösung wie im Beispiel mit Hilfe der quadratischen Ergänzung weiterhin zulässig. Jedoch wird bei den Komplexaufgaben ein solcher Lösungsweg mit ausführlicher Dokumentation nicht erwartet – genau wie bei Verwendung der ebenfalls zulässigen Lösungsformel. Dementsprechend wird die Punktwertung an den Aufwand einer sachgerechten Taschenrechnernutzung angepasst. Die eingesparte Bearbeitungszeit sollte für eine Kontrolle der Lösungen genutzt werden.

Beim Zahlenmaterial der Prüfungsaufgaben wird weiterhin darauf geachtet, unnötig komplizierte Zahlen zu vermeiden. Deshalb bleibt eine schriftliche Lösung weiterhin möglich. Bei der Bewertung ist jedoch zu beachten, dass übersprungene Zwischenschritte nicht zu Punktabzügen führen dürfen. Da der Operator „**Berechne**“ fordert, Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend auf rechnerischem Wege zu gewinnen und den Taschenrechner ausdrücklich zulässt, genügen im Sinne einer gleichen Bewertung beider Lösungswege der Ansatz sowie die Angabe der Lösung.

### **schriftliche Lösungsverfahren**

Schriftliche Lösungsverfahren bleiben trotz der Nutzung der Möglichkeiten des wissenschaftlichen Taschenrechners weiterhin Unterrichtsgegenstand und können im Teil A in den Kurzformaufgaben Gegenstand der Abschlussprüfung sein. Beim Zahlenmaterial und durch die Art der Aufgabenstellung werden in diesem Prüfungsteil jedoch unnötig komplizierte Zahlen und umfangreiche Rechnungen vermieden.

### **Zulässigkeit einfacherer Taschenrechnermodelle**

Die Durchführungsbestimmungen schließen die Verwendung einfacherer Taschenrechnermodelle in der Abschlussprüfung nicht aus. Bei einem Wechsel von einem einfacheren Modell auf ein leistungsfähigeres kurz vor der Prüfung sind Vor- und Nachteile kritisch abzuwägen. Nur bei kompetenter Bedienung kann die Nutzung der eingebauten Funktionen auch wirklich vorteilhaft sein.

## Konsequenzen für den Unterricht

Die Taschenrechnerbedienung selbst muss Unterrichtsgegenstand sein. Nach Einführung des Taschenrechners bleibt es ständiges Unterrichtsziel, im Zusammenhang mit neuen erarbeiteten Inhalten auch den Taschenrechner kompetent bedienen zu können. Dazu kann die Computer-Emulation des an der Schule eingeführten Taschenrechnermodells genutzt werden (siehe Leitfaden zu den Fachanforderungen, Seite 73).

Das Anzeigeformat, das Weiterarbeiten mit exakten, nicht gerundeten Ergebnissen, die Nutzung von Speichern sowie das Editieren der Eingabezeile gehören im Zusammenhang mit der sachgerechten Bedienung des an der Schule eingeführten Gerätes zum Umfang verbindlicher Unterrichtsinhalte (Fachanforderungen Seite 15).

Wird der Taschenrechner jeweils nur zum Verküpfen zweier Zahlen verwendet, das Zwischenergebnis im Heft notiert und bei Bedarf erneut eingetippt, kann nicht von einer sachgerechten Nutzung gesprochen werden. Auch das häufige Drücken der Ergebnistaste [=], wobei Zwischenergebnisse nur im Ergebnisspeicher [Ans] abgelegt werden, ist eine problematische Vorgehensweise. Dies kann zu falschen Ergebnissen führen, wenn dabei die Priorität der Rechenoperationen nicht beachtet wird. Als Unterrichtsziel ist deshalb anzustreben, vollständige Terme möglichst so einzugeben, dass nur einmal die Ergebnistaste gedrückt werden muss. Dazu können bei sehr umfangreichen Termen Zwischenergebnisse auch in Speicherplätzen abgelegt und die entsprechenden Speicherabrufe in den Rechenausdruck für die Berechnung des Endergebnisses eingesetzt werden.

Es ist anzustreben, dass bei der Korrektur von Tippfehlern oder bei einer Wiederholung der Rechnung mit anderen Zahlen der ursprüngliche Term in der Eingabezeile erneut aufgerufen und editiert wird. Bei einer Nutzung von gespeicherten Zwischenergebnissen können die jeweiligen Nebenrechnungen editiert und die neuen Zwischenergebnisse auf dem gleichen Platz gespeichert werden, bevor der Term für die Berechnung des Endergebnisses erneut aufgerufen wird. Das komplette Löschen [AC] und die erneute vollständige Eingabe eines Terms nach nur einem einzigen Tippfehler stellt eine zeitraubende, nicht sachgerechte Arbeitsweise dar, der mit einer Behandlung der Editierfunktionen des Taschenrechners im Unterricht vorgebeugt werden muss.

Behandelt man das Eingeben von Termen, eröffnet das die Chance, im Zusammenhang mit der Taschenrechnerbedienung erneut auf die Struktur von Termen, die Priorität von Rechenoperationen sowie Klammern einzugehen. Dabei vermeidet das graphische Eingabeformat moderner Geräte Fehlerquellen. Beispielsweise müssen Anfang und Ende von zusammengesetzten Termen in Dividend, Divisor, Radikand usw. nicht mehr explizit durch Klammern gekennzeichnet werden, sondern werden durch die Eingabefelder und das Anzeigeformat deutlich.

Weitere wichtige Kompetenzen im Umgang mit dem Taschenrechner sind das Lesen, Runden und Interpretieren von Ergebnissen sowie die Übersetzung von Display-Anzeigen in die mathematische Notation im Heft. Zur kompetenten Nutzung gehören auch die Kontrolle durch Überschlagsrechnungen sowie das Überprüfen der

Arbeitsweise des Taschenrechners mittels einfacher Testaufgaben mit bekanntem Ergebnis, zum Beispiel  $2 + 8 \times 5 = 42$  oder  $\sin(30^\circ) = 0,5$ .

### Beispiele wichtiger Taschenrechnerfunktionen

Lerngegenstand	Tasten (z. T. gerätespezifisch)	Hinweise
<b>Eingabe von Zahlen</b>	Dezimalpunkt bzw. Komma, Vorzeichen (-), Mantisse und Exponent, Taste $\boxed{\text{EXP}}$ bzw. $\boxed{\text{EE}}$ bzw. $\boxed{\times 10^x}$ $\boxed{\pi}$  graphisches Eingabeformat $\frac{\boxed{\phantom{0}}}{\boxed{\phantom{0}}}$ für Brüche	Zur Eingabe im wissenschaftlichen Format, z. B. $0,3 \cdot 10^7$ , müssen die dafür vorgesehenen Tasten verwendet werden. Nutzt man stattdessen die Taste für das Potenzieren, wird die Eingabe nicht als <i>eine</i> Zahl verarbeitet, sondern als ein Produkt mit zwei Faktoren. Das graphische Eingabeformat verdeutlicht, wo Zähler und Nenner enden und vermeidet damit eine häufige Fehlerquelle.
<b>Editieren von Eingaben</b> <b>Wiederaufrufen von Termen</b>	$\boxed{\text{C}}$ bzw. $\boxed{\text{DEL}}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\uparrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\downarrow}$ $\boxed{\text{INS}}$	Löschen / Ändern / Einfügen von Ziffern, Zahlen, Rechenzeichen und Funktionsnamen
<b>Anzeigeformat</b> <b>Einstellen des Anzeigeformats</b> <b>Umrechnen von Ergebnissen aus einem Anzeigeformat in ein anderes</b>	Dezimalbruch, Bruch, wissenschaftliche Schreibweise, ggf. algebraische Notation,	Das Lesen der Zahlen sowie der Darstellungswechsel zwischen Dezimalbruch ("Kommazahl") und wissenschaftlicher Schreibweise sollte auch außerhalb der Taschenrechnernutzung im Unterricht geübt werden.
<b>Operationen, Klammern</b>	alle Rechenoperation gemäß Fachanforderungen graphisches Eingabeformat, z. B. Quotienten $\frac{\boxed{\phantom{0}}}{\boxed{\phantom{0}}}$ und Potenzen $\boxed{x^{\phantom{0}}}$ bzw. $\boxed{\phantom{0}^{\phantom{0}}}$	Auf den Unterschied zwischen dem Rechenzeichen Minus und dem negativen Vorzeichen (-) ist einzugehen, siehe auch weiter unten beim Thema Gleichungen. Die Priorität der Rechenoperationen ("Vorfahrtsregeln") soll behandelt werden. Das graphische Eingabeformat verdeutlicht, wo Dividend und Divisor enden und vermeidet damit eine häufige Fehlerquelle.
<b>Abschließen der Eingabe</b>	Ergebnistaste $\boxed{=}$ bzw. $\boxed{\text{ENTER}}$ Ergebnisspeicher $\boxed{\text{Ans}}$	Bei modernen Geräten werden keine Zwischenergebnisse angezeigt, sondern der eingegebene Term. Erst die Ergebnistaste beendet die Eingabe des Terms und löst die Berechnung des Wertes aus.
<b>Funktionen</b>	alle Funktionen gemäß Fachanforderungen Mit dem graphischen Eingabeformat $\sqrt{\boxed{\phantom{0}}}$ wird die Wurzel stärker als Funktion und weniger als vorangestelltes Rechenzeichen betrachtet.	Bei modernen Geräten wird das Argument der Funktion von Klammern umfasst, z.B. $\sin(45)$ . Mit dem Eingabeformat $\sqrt{\boxed{\phantom{0}}}$ können Fehler beim Eingeben zusammengesetzter Radikanden vermieden werden, da deutlich wird, wo der Radikand endet.

<b>Umstellung der Winkelmaße</b>	Bedeutung der Abkürzungen D bzw. deg, R bzw. rad, G bzw. gon	Auch wenn im MSA nicht mit dem Bogenmaß gearbeitet wird, muss das Umstellen des Geräts in das Gradmaß bekannt sein.
<b>Logarithmen</b>	$\log_{\square} \square$	Moderne Geräte berechnen Logarithmen mit beliebiger Basis, z. B. Basis 1,03 bei einer Verzinsung mit 3 %. Der Term für den Zusammenhang mit dem Zehnerlogarithmus muss nicht mehr genutzt werden.
<b>Speicher</b>	<b>STO</b> <b>RCL</b> Namen A, B, C, ..., M, x, y der Speicherplätze	Außer dem Speicher M bieten moderne Geräte weitere Speicher, die bei komplizierten Termen genutzt werden sollten. Die Verwendung von Namen für diese Speicherplätze stellt eine Propädeutik für das Arbeiten mit Variablen dar.
<b>Lösen quadratischer Gleichungen</b> <b>Lösen linearer Gleichungen</b>	gerätespezifische Menüpunkte Eingabe der Koeffizienten, Eingabe negativer Koeffizienten mit der Vorzeichenaste (-), Abschließen der Eingabe mit der Ergebnistaste	Das Umstellen der Gleichung in das erwartete Eingabeformat erfordert ggf. immer noch einfache schriftliche Äquivalenzumformungen. Auch das Lösen von Gleichungen mit dem Taschenrechner bedarf der Übung! Vorzeichenfehlern, die auch bei Anwendung der Lösungsformel häufig vorkommen, muss durch den Hinweis auf die Vorzeichenaste begegnet werden.
<b>Lösen von Verhältnisgleichungen</b>	gerätespezifische Menüpunkte Wahl des Typs $\frac{\square}{\square} = \frac{x}{\square}$ oder $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{x}$ Eingabe der Quotienten	Typische Fehler beim Lösen von Verhältnisgleichungen (Sinussatz, Strahlensätze) können durch Nutzung dieser Lösungsfunktion vermieden werden.
<b>Hinweis:</b> Die Menüpunkte zum Lösen quadratischer und linearer Gleichungen verwenden Lösungsformeln und sind in der Sek. I unbedingt zu bevorzugen. Nur für wenige Gleichungstypen existieren solche geschlossenen Lösungsformeln. Für alle anderen Gleichungstypen kann mit der SOLVE-Taste ein numerisches Näherungsverfahren aufgerufen werden. Dieses erfordert einen Funktionsterm, der den Variablennamen x enthält, ggf. einen Startwert, und es gibt nur eine Lösung aus. Weitere Lösungen müssen ggf. durch Vorgabe anderer Startwerte gesucht werden. Deshalb sollte diese Funktion vorwiegend in der Sek. II genutzt werden.		
<b>Lösen von Gleichungssystemen</b>	gerätespezifische Menüpunkte Eingabe der Koeffizienten, ggf. Vorzeichenaste (-), Abschließen der Eingabe mit der Ergebnistaste	Das Umstellen der Gleichungen in das erwartete Eingabeformat erfordert ggf. immer noch einfache schriftliche Äquivalenzumformungen.
<b>Eingeben von Funktionstermen, Erstellen von Wertetabellen</b>	Variablenname $\square x$ gerätespezifische Menüpunkte Startwert Schrittweite	Durch zusätzliches Eingeben weiterer Argumente können gesuchte Funktionswerte angenähert werden. Mit der Funktion $x^2$ kann beispielsweise durch Probieren ein Näherungswert für $\sqrt{2}$ gesucht werden.