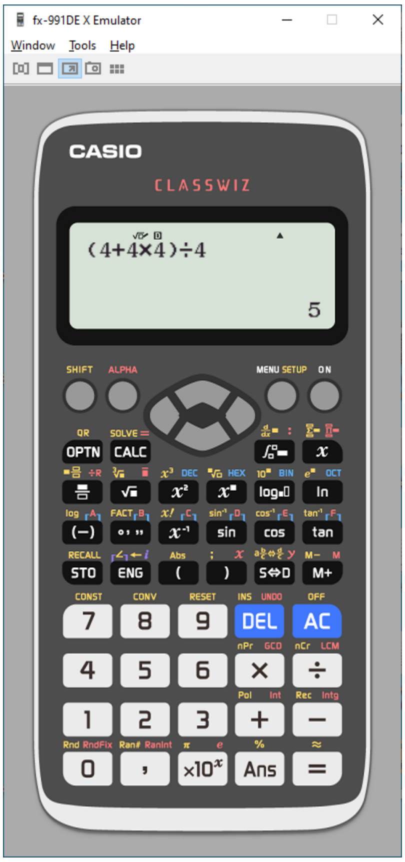
Nutzung der im MSA zulässigen erweiterten Funktionen des wissenschaftlichen Taschenrechners am Beispiel des Casio fx-991 DE X



Die Graphiken in diesem Skript wurden mit dem Emulationsprogramm der Firma Casio für das Rechnermodell fx-991 DE X erstellt. Lehrkräfte können mit diesem Programm sehr einfach Graphiken erstellen, kopieren und in eigene Arbeitsbögen einfügen.

Wenn die Schule die Anschaffung dieses Rechnermodells empfiehlt, sollte im Unterricht die Einführung in die Bedienung des fx-991 DE X allerdings live mit diesem Programm über einen Beamer erfolgen.

Ähnliche Emulationsprogramme gibt es für alle modernen Taschenrechnermodelle.

Zulässigkeit erweiterter Funktionen des wissenschaftlichen Taschenrechners im MSA

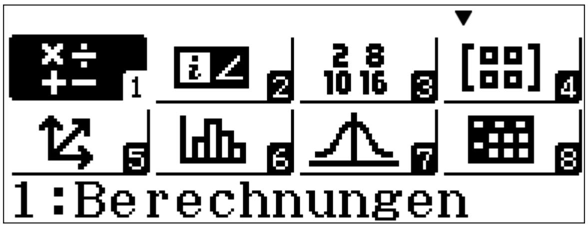
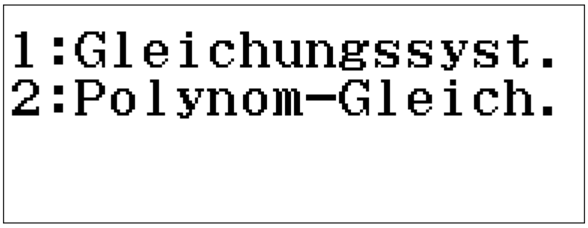
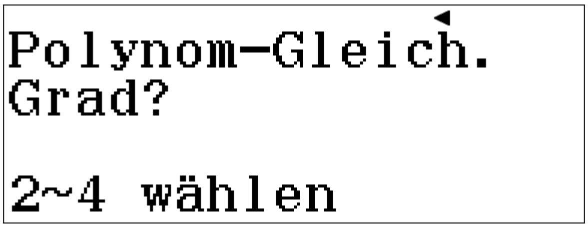
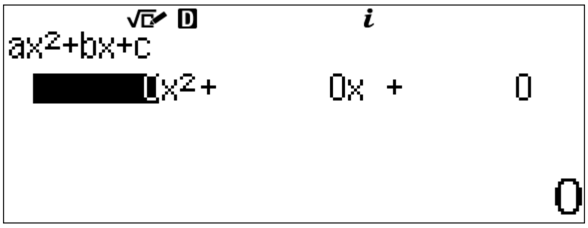
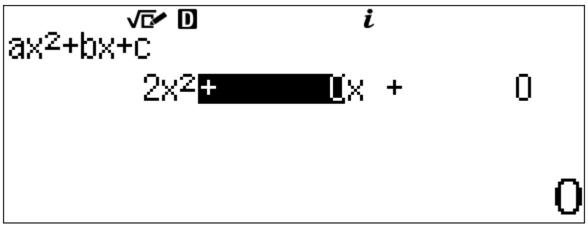
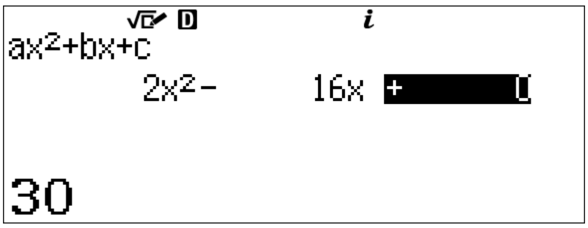
Im MSA dürfen bei der Bearbeitung der Komplexaufgaben alle eingebauten Funktionen des wissenschaftlichen Taschenrechners verwendet werden. Dazu gehören das Lösen von quadratischen Gleichungen und von linearen Gleichungssystemen sowie das Anlegen von Wertetabellen für Funktionen mit Hilfe der entsprechenden Menüpunkte.

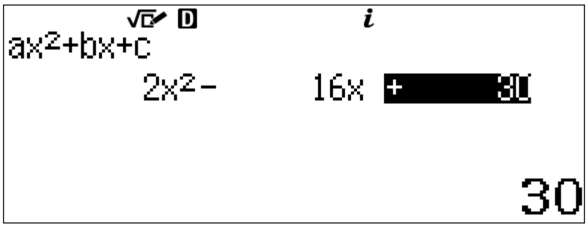
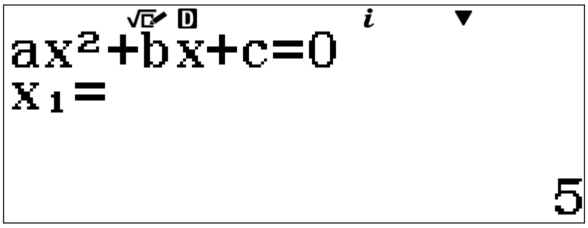
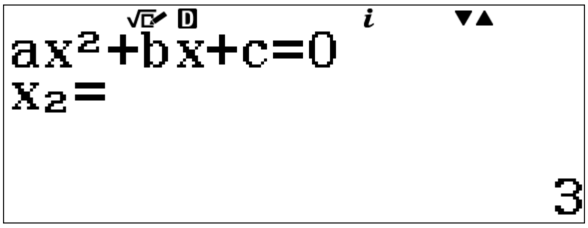
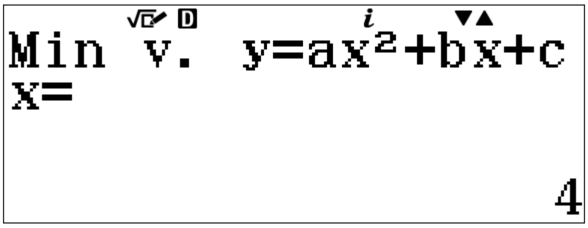
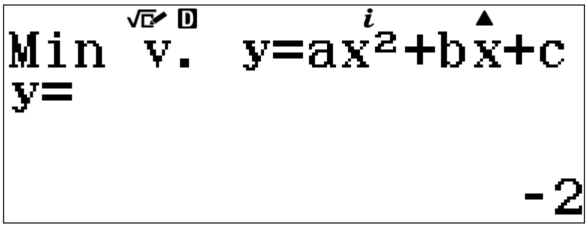
Es ist abzuwägen, ob außerdem im Fall des Kosinussatzes die SOLVE-Funktion verwendet werden sollte, siehe Seite 9. Außerdem bietet der fx-991 DE X noch die Möglichkeit, Verhältnisgleichungen zu lösen. Das ist für Berechnungen mit dem Strahlensatz empfehlenswert. Dieser Menüpunkt ist sogar für Berechnungen mit dem Sinussatz nutzbar, diese Vorgehensweise ist aber nicht uneingeschränkt empfehlenswert, siehe Seite 18.

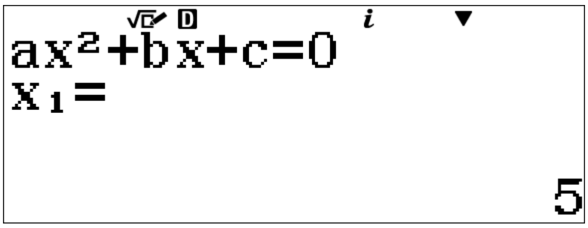
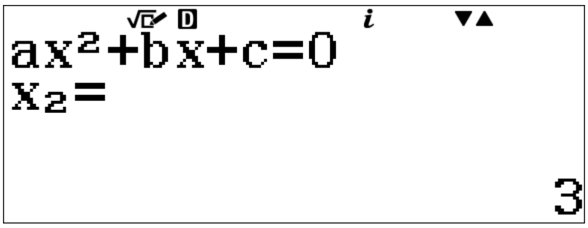
Quadratische Gleichungen lösen

Vorbemerkungen: Die Gleichung muss in der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ vorliegen. Um die Eingabemaske nutzen zu können muss die Gleichung ggf. zuvor händisch umgeformt werden.

Insbesondere wenn die Gleichung bereits in Normalform $x^2 + px + q = 0$ vorliegt, ist die Notwendigkeit der Eingabe $a = 1$ nicht jedem offensichtlich. Da hier der Fehler $a = 0$ zu erwarten ist, sollten Lehrkräfte darauf hinweisen, dass ggf. $a = 1$ eingegeben werden muss.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
MENU (−) 2 2	erforderliche Tastenfolge um ...
	.. im Menü den Punkt 'Gleichungen' ...
	… und dort den Punkt 'Polynom-Gleichung' zu wählen, ...
	... schließlich für quadratische Gleichungen den Grad 2 wählen Das Verfahren basiert auf der geschlossenen Lösungsformel, auch *a*-*b*-*c*-Formel genannt.
2 = (−) 1 6 = 3 0 = = = = =	**Beispiel:** $2x^2 - 16x + 30 = 0$
	$a = 2$ mit der Eingabetaste = bestätigen **Hinweis:** Die Eingabe $a = 0$ verursacht wegen einer Division durch 0 eine Fehlermeldung.
	$b = -16$ Vorzeichen-Minus-Taste verwenden, mit der Eingabetaste = bestätigen
	$c = 30$ mit der Eingabetaste = bestätigen

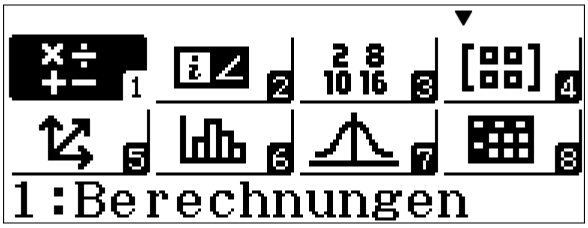
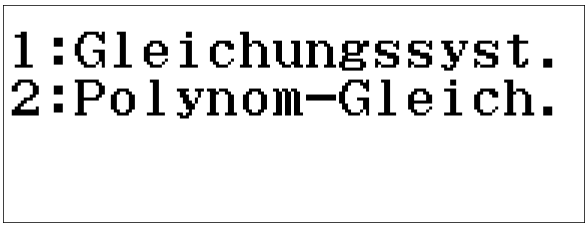
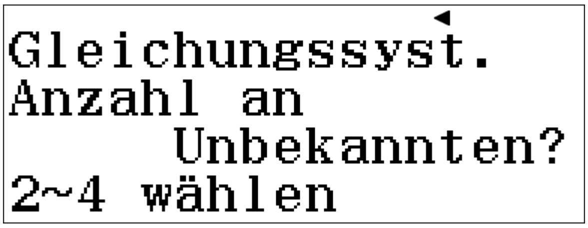
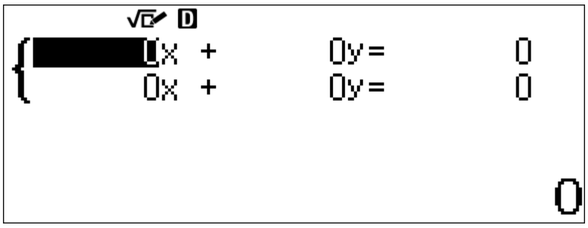
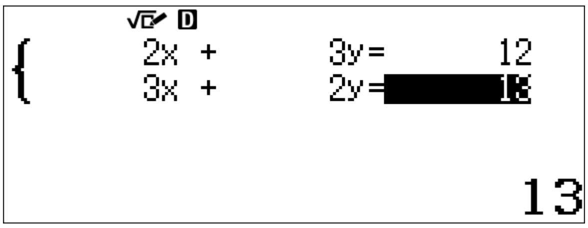
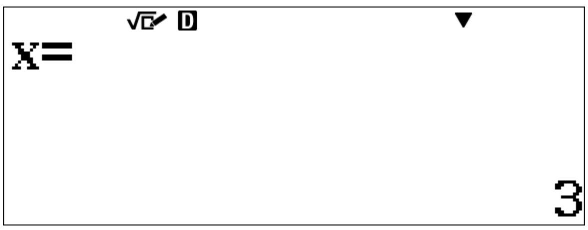
<table>
<tr><td>
</td><td>Eingabe der Koeffizienten a, b und c komplett</td></tr>
<tr><td>
</td><td>durch erneutes Betätigen der Eingabetaste [=] die erste Lösung abrufen</td></tr>
<tr><td>
</td><td>durch erneutes Betätigen der Eingabetaste [=] die zweite Lösung abrufen</td></tr>
<tr><td colspan="2">An dieser Stelle ist die Lösung der quadratischen Gleichung beendet. Das Gerät bietet zusätzlich noch die Koordinaten des Scheitelpunkts der zugehörigen Parabel an.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>optional: durch erneutes Betätigen der Eingabetaste [=] die x-Koordinate des Scheitelpunkts der zugehörigen Parabel abrufen</td></tr>
<tr><td>
</td><td>optional: durch erneutes Betätigen der Eingabetaste [=] die y-Koordinate des Scheitelpunkts der zugehörigen Parabel abrufen</td></tr>
<tr><td colspan="2">Der Rechner bleibt im gewählten Menü 'Polynom-Gleichung'.
Falls gewünscht, mit [MENU] [1] Rückkehr zum Menüpunkt 'Berechnen'.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Falls gewünscht, kann der Wert einer Lösung gespeichert werden, sobald diese Lösung im Display angezeigt wird. Das gilt auch für die Koordinaten des Scheitelpunkts.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Nach dem Abrufen der ersten Lösung kann ihr Wert gespeichert werden, zum Beispiel im Speicher A.</td><td>Nach dem Abrufen der zweiten Lösung kann ihr Wert gespeichert werden, zum Beispiel im Speicher B.</td></tr>
<tr><td>[STO] [(–)]</td><td>[STO] [°,,,]</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Der Speichervorgang wird kurz bestätigt, anschließend automatische Rückkehr zum nächsten Schritt im gewählten Menü 'Polynom-Gleichung'.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Falls gewünscht, mit [MENU] [1] Rückkehr zum Menüpunkt 'Berechnen'</td></tr>
<tr><td>[SHIFT] [STO]</td><td>[SHIFT] [STO]</td></tr>
<tr><td>gespeicherten Wert von A in die Anzeige bringen oder in einen Term einfügen</td><td>gespeicherten Wert von B in die Anzeige bringen oder in einen Term einfügen</td></tr>
<tr><td>A=5 B=3
C=4 D=-2
E=0 F=0
M=0 x=0
y=0</td><td>A=5 B=3
C=4 D=-2
E=0 F=0
M=0 x=0
y=0</td></tr>
<tr><td>[(−)] [=]</td><td>[°’’’] [=]</td></tr>
<tr><td>A
5</td><td>B
3</td></tr>
</table>

Lineare Gleichungssyteme lösen

Vorbemerkungen: Für die Eingabemaske muss das Gleichungssystem in der Form $\left| \begin{array}{l} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{array} \right|$ vorliegen. Um die Eingabemaske nutzen zu können müssen die Gleichungen ggf. zuvor händisch umgeformt werden. Kommt in einer der Gleichungen x bzw. y ohne Faktor vor, muss bei dem entsprechenden Koeffizienten der Wert 1 eingegeben werden. Hier ist der Fehler zu erwarten, dass 0 eingegeben wird, "*weil nichts vor dem x steht*".

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[MENU] [(−)] [1] [2]	erforderliche Tastenfolge um ...
	.. im Menü den Punkt 'Gleichungen' ...
	… und dort den Punkt 'Gleichungssystem' zu wählen, ...
	... schließlich für ein 2×2-System die Anzahl 2 wählen. Das Verfahren basiert auf der geschlossenen Lösungsformel $x=\frac{c\cdot e-b\cdot f}{a\cdot e-b\cdot d}$ und $y=\frac{a\cdot f-c\cdot d}{a\cdot e-b\cdot d}$.
[2] [=] [3] [=] [1] [2] [=] [3] [=] [2] [=] [1] [3] [=]	**Beispiel:** $\left| \begin{array}{l} 2x+3y=12 \\ 3x+2y=13 \end{array} \right|$
	Eingabe der Koffizienten, jeweils mit der Eingabetaste [=] bestätigen ggf. bei negativen Zahlen Vorzeichentaste [(−)] verwenden
	Eingabe der Koeffizienten, jeweils mit der Eingabetaste [=] bestätigen nochmals Eingabetaste [=] betätigen ...
	... um die erste Koordinate x der Lösung abzurufen, ...

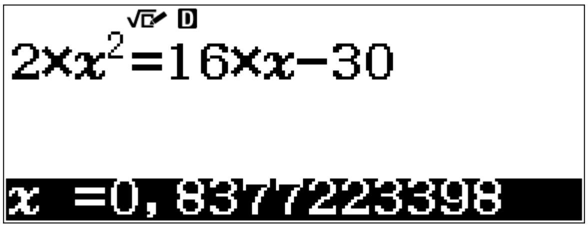
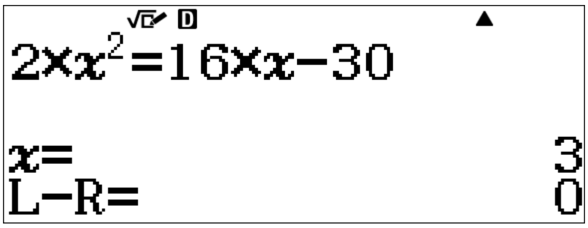
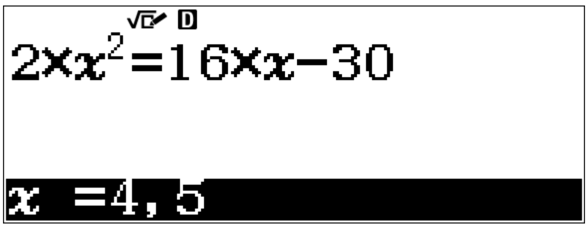
y= ▲ 2	... nochmals Eingabetaste [=] betätigen um die zweite Koordinate *y* der Lösung abzurufen
Der Rechner bleibt im gewählten Menü 'Polynom-Gleichung'. Falls gewünscht, mit [MENU] [1] Rückkehr zum Menüpunkt 'Berechnen'.	

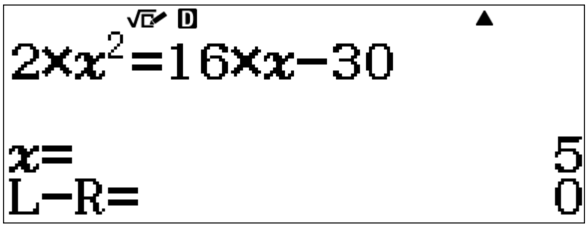
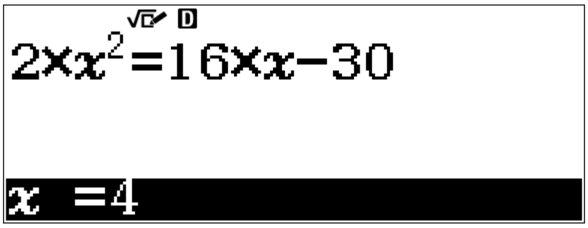
Sobald die Koordinaten *x* und *y* der Lösung nach dem entsprechenden Bedienschritt in der Anzeige erscheinen, können ihre Werte gespeichert werden.	
[STO] [x]	[STO] [S⇔D]
Der Speichervorgang wird kurz bestätigt, anschließend automatische Rückkehr zum nächsten Schritt im gewählten Menü 'Gleichungssystem'.	
	
Falls gewünscht, mit [MENU] [1] Rückkehr zum Menüpunkt 'Berechnen'	
[SHIFT] [STO]	[SHIFT] [STO]
A=5 B=3 C=4 D=-2 E=0 F=0 M=0 x=3 y=5	A=5 B=3 C=4 D=-2 E=0 F=0 M=0 x=3 y=5
[x] [=]	[S⇔D] [=]
x= ▼ 3	y= ▲ 2

Quadratische Gleichungen lösen mit der SOLVE-Funktion (optional, nicht empfohlen)

Vorbemerkungen: Der wissenschaftliche Taschenrechner bietet mit der SOLVE-Funktion die Möglichkeit, beliebige nichtlineare Gleichungen numerisch zu lösen. Vermutlich wird dabei das Newtonsche Näherungsverfahren verwendet. Es wird jeweils nur eine Lösung ermittelt, auch wenn die Gleichung mehrere Lösungen hat. Welche Lösung gefunden wird, hängt vom gewählten Startwert ab.

Das folgende Beispiel $2x^2 = 16x - 30$ dient lediglich dem Zweck, an einem bereits bekannten und gut durchschaubaren Fall die Bedienung und mögliche Schwiergkeiten zu illustrieren. Es wird ausdrücklich davon abgeraten, quadratische Gleichungen mit der SOLVE-Funktion zu lösen. Es kann aber sinnvoll sein, das schwierige Auflösen des Kosinussatzes mit Hilfe der SOLVE-Funktion ausführen zu lassen. Zur Einführung das folgende Beispiel:

Bedienungsschritte und Displayanzeige	Kommentar
[MENU] [1]	ggf. Menüpunkt Berechnungen wählen
[2] [×] [x] [x^2]	Koeffizient 2, Multiplikationszeichen [×] Speicher x einsetzen und anschließend quadrieren; Term auf der linken Seite fertig
[ALPHA] [CALC]	Die Eingabetaste [=] darf nicht verwendet werden. Statt dessen das Gleichheitszeichen mit der roten Tastaturbelegung verwenden!
[1] [6] [×] [x] [−] [3] [0]	Term auf der rechten Seite eingeben
[SHIFT] [CALC]	Die Eingabetaste [=] darf noch nicht verwendet werden. Statt dessen die SOLVE-Taste mit der gelben Doppelbelegung.
	Achtung, Falle: $x = 0{,}8377...$ ist nicht die Lösung der Gleichung! Es handelt sich vielmehr um den zuletzt in x gespeicherten Wert. Diese Zahl könnte als Startwert für das Verfahren verwendet werden.
[=]	Das geschieht, wenn Eingabetaste [=] betätigt wird. ...
	Mit allen Startwerten kleiner als 4, hier war es $x = 0{,}8377...$, findet das Newton-Verfahren bei dieser Gleichung die Lösung $x = 3$.
	Wird statt dessen bei diesem Schritt nicht sofort die Eingabetaste [=] betätigt, sondern zuvor mit der Tastenfolge [4] [,] [5] [=] der Startwert 4,5 eingegeben ...

	... dann findet das Newton-Verfahren bei dieser Gleichung die Lösung $x = 5$.
	Wir testen das Verfahren und wählen als Startwert $x = 4$. Diese Stelle liegt genau zwischen den beiden Lösungen $x = 3$ und $x = 5$. Bei dieser Gleichung und diesem Startwert gibt das Verfahren die kleinere der beiden Lösungen an, also $x = 3$.

Fazit: Bei quadratischen Gleichungen ist die geschlossene Lösungsformel im Menüpunkt 'Polynom-Gleichung' günstiger. Der einzige Vorteil des Newton-Verfahrens besteht bei quadratischen Gleichungen darin, dass man die Gleichung nicht mit händischen Unformungs-schritten in die von der Eingabemaske erwartete Form bringen muss.

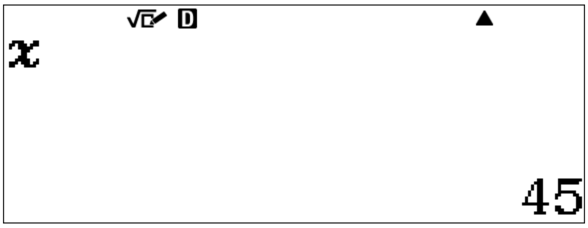
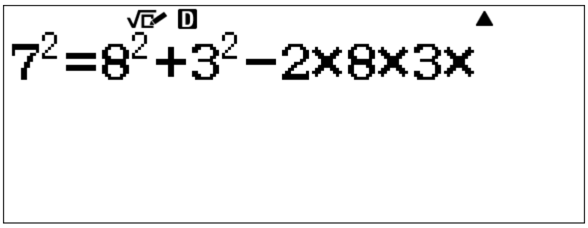
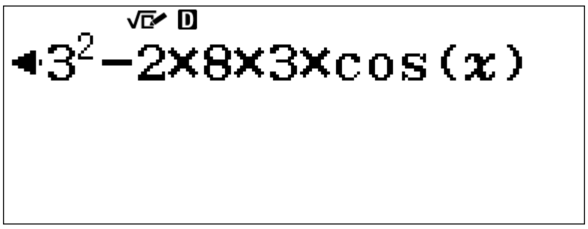
Anmerkung: Man könnte sogar lineare Gleichungen mit der SOLVE-Funktion lösen lassen. Hierbei verhält sich das Newton-Verfahren völlig unproblematisch. Die einzige Klippe neben der etwas komplizierten Bedienung bleibt, dass man den vorgeschlagenen Startwert nicht bereits für die Lösung halten darf.

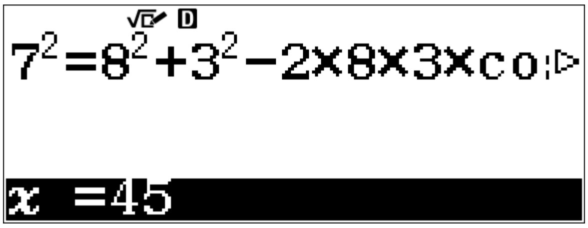
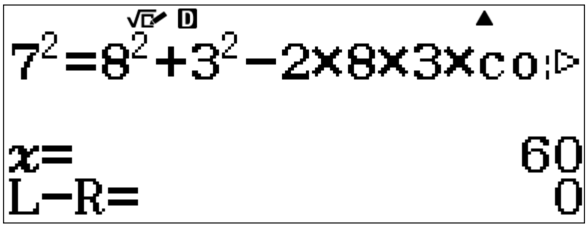
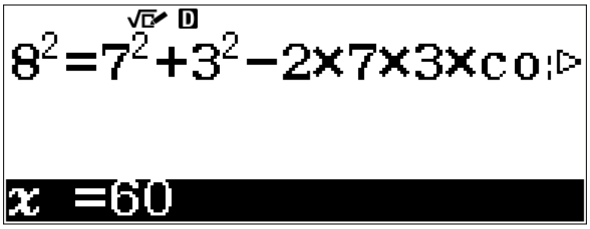
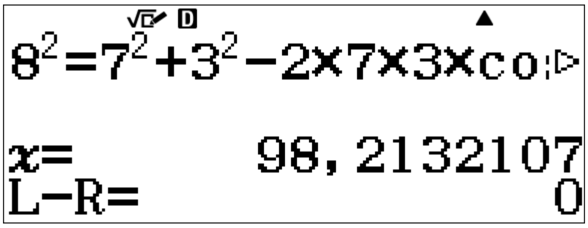
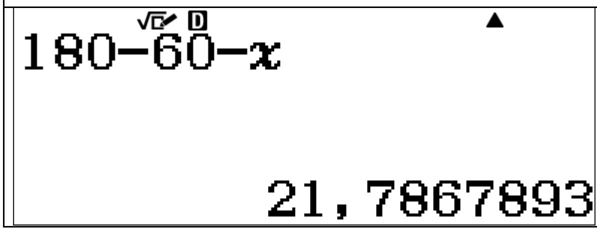
Den Kosinussatz nach einem Winkelmaß auflösen mit der SOLVE-Funktion (optional)

Vorbemerkungen: Der wissenschaftliche Taschenrechner bietet mit der SOLVE-Funktion die Möglichkeit, beliebige nichtlineare Gleichungen numerisch zu lösen. Vermutlich wird dabei das Newtonsche Näherungsverfahren verwendet. Es wird jeweils nur eine Lösung ermittelt, auch wenn die Gleichung mehrere Lösungen hat. Welche Lösung gefunden wird, hängt vom gewählten Startwert ab.

Im MSA dürfen alle eingebauten Funktionen des wissenschaftlichen Taschenrechners verwendet werden. Dem Nachteil einer etwas komplizierteren Rechnerbedienung mit eventuellen Problemen beim Startwert steht der Vorteil gegenüber, dass der Rechner bei sachgerechter Bedienung schnell und fehlerfrei die Lösung liefert.

Als Beispiel berechnen wir die Innenwinkelmaße im Dreieck mit den Seitenlängen 3, 7 und 8. Diesem Beispiel liegt der Kongruenzsatz SSS zugrunde. Hier muss der Kosinussatz angewendet werden.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[MENU] [1]	ggf. Menüpunkt Berechnungen wählen
[4] [5] [STO] [x]	Als Startwert 45 eingeben.
	Dieser Startwert empfiehlt sich bei Anwendung des Kosinussatzes für alle Winkelberechnungen mit Hilfe der SOLVE-Funktion.
[7] [x^2]	Term auf der linken Seite fertig
[ALPHA] [CALC]	Die Eingabetaste [=] darf nicht verwendet werden. Statt dessen das Gleichheitszeichen mit der roten Tastaturbelegung!
[8] [x^2] [+] [3] [x^2] [−] [2] [×] [8] [×] [3] [×] [cos] [x] [)]	Term auf der rechten Seite eingeben
	zu lang für die Darstellung auf einen Blick
	Term auf der rechten Seite fertig
[SHIFT] [CALC]	Die Eingabetaste [=] darf noch nicht verwendet werden. Statt dessen die SOLVE-Taste mit der gelben Doppelbelegung.

	$x=45$ ist nicht die Lösung, sondern der von uns selbst eingegebene Startwert. Es vermeidet Verwechslungen, wenn man den Startwert vorab eingibt. Die Eingabe ist jedoch auch bei diesem Schritt möglich.
[=]	Die Eingabetaste [=] betätigen, dadurch wird der Startwert 45 bestätigt.
	$x=60$ ist die Lösung. Der Winkel, der Seite mit der Länge 7 gegenüber liegt, hat die Größe 60°.
[AC]	Löschen, neue Berechnung
[8] [x^2] [+] [3] [x^2] [−] [2] [×] [8] [×] [3] [×] [cos] [x] [)] [SHIFT] [CALC]	Den Kosinussatz erneut anwenden, jetzt für die Größe des Winkels, der der Seite mit der Länge 8 gegenüber liegt.
	Als Startwert wird $x=60$ vorgeschlagen. Dieser Wert könnte verwendet werden oder statt dessen wieder 45 eingeben.
[=]	Die Eingabetaste [=] betätigen.
	Der Winkel, der Seite mit der Länge 8 gegenüber liegt, hat die Größe 98,2132...°. Dieses Winkelmaß ist jetzt in x gespeichert.
[AC] [1] [8] [0] [−] [6] [0] [−] [x] [=]	Das dritte Winkelmaß über die Winkelsumme im Dreieck berechnen. Bei komplizierteren Winkelmaßen als 60° dafür einen anderen Speicherplatz verwenden.
	Der Winkel, der Seite mit der Länge 3 gegenüber liegt, hat die Größe 21,7867 ...°.

Warnhinweis

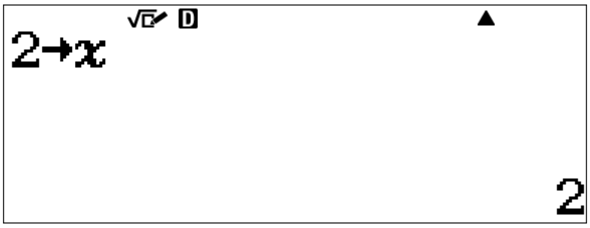
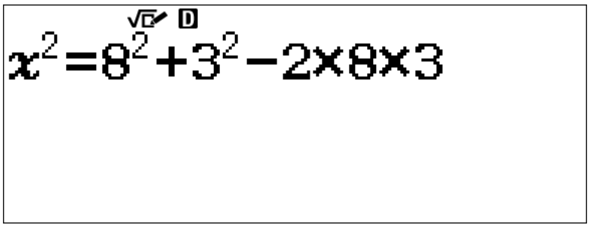
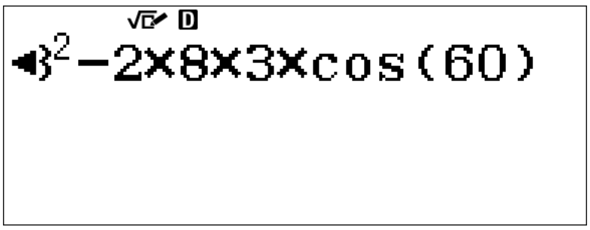
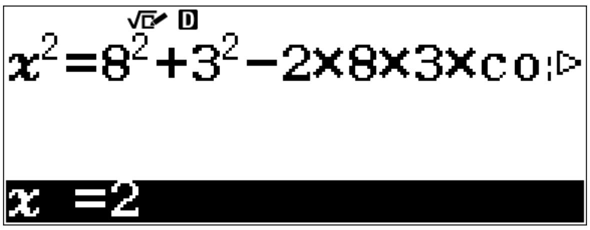
	Die Kosinusfunktion reagiert unerwartet, wenn ein ungünstiger Startwert verwendet wird. Für Winkelmaße sollte 45 verwendet werden.
$7^2=8^2+3^2-2\times8\times3\times co$▷ x =3	Startwerte wie 3 oder gar 0 sind sehr ungünstig, da der Graph der Kosinusfunktion an der Stelle 0 eine waagerechte Tangente hat.
$7^2=8^2+3^2-2\times8\times3\times co$▷ x= 10000020 L−R= 0	Die angegebene Zahl ist tatsächlich eine Lösung der Gleichung, aber sie ist kein Innenwinkelmaß in einem Dreieck.
AC 4 5 STO x	
x 45	Mit einem geeigneten Startwert ...
$7^2=8^2+3^2-2\times8\times3\times co$▷ x =45	... arbeitet die SOLVE-Funktion ...
$7^2=8^2+3^2-2\times8\times3\times co$▷ x= 60 L−R= 0	... sehr zuverlässig.

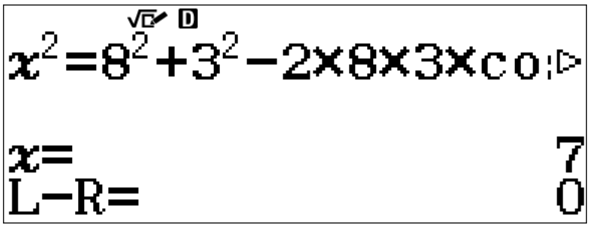
Den Kosinussatz nach einer Seitenlänge auflösen mit der SOLVE-Funktion

(nicht empfohlen)

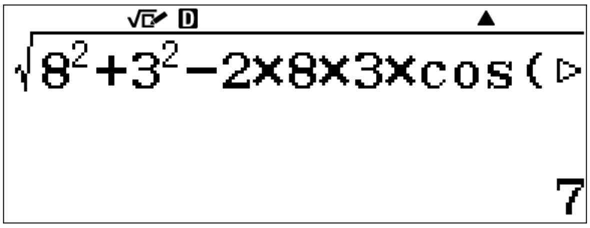
Vorbemerkung: Der Erfolg beim Auflösen des Kosinussatzes nach einem Winkelmaß mit Hilfe der SOLVE-Funktion könnte dazu verleiten, auf diesem Weg auch das Auflösen nach einer Seitenlänge zu versuchen. Davon wird ausdrücklich abgeraten. Man sollte sich auf den oben dargestellten Fall des Kongruenzsatzes SSS beschränken.

Beispiel 1: Dem ersten Beispiel $x^2 = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos(60°)$ liegt der Kongruenzsatz SWS zugrunde. Hier muss der Kosinussatz angewendet werden. Wir verwenden wieder das bekannte Dreieck mit den Seitenlängen 3 und 8 sowie einem 60°-Winkel, der der Seite mit der Länge x gegenüberliegt.

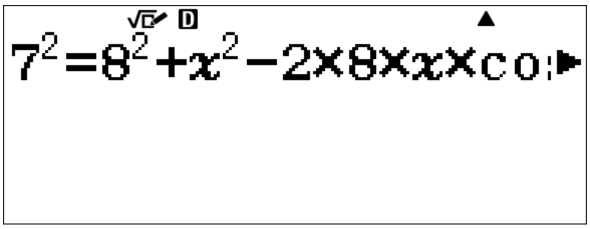
Bedienungsschritte und Displayanzeige	Kommentar
MENU 1	ggf. Menüpunkt Berechnungen wählen
2 STO x	Als Startwert 2 eingeben.
	
x x^2 ALPHA CALC 8 x^2 + 3 x^2 − 2 × 8 × 3 × cos 6 0) SHIFT CALC	mögliche, aber ungünstige Vorgehensweise: den Kosinussatz mit der SOLVE-Funktion nach der Seitenlänge x auflösen
	
	
	Bei allen Startwerten größer als 0 wird die Lösung 7 zuverlässig gefunden.

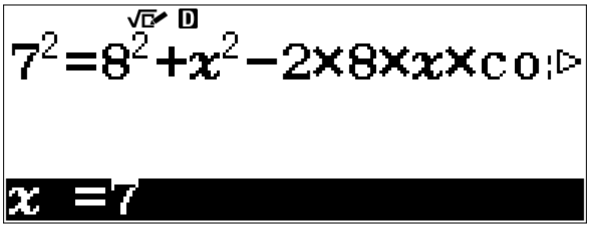
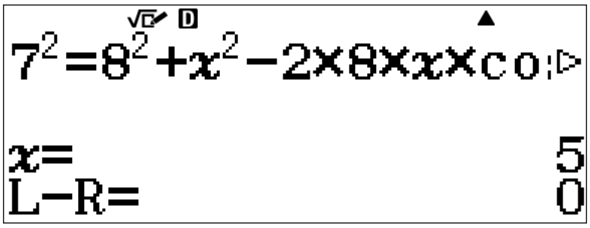
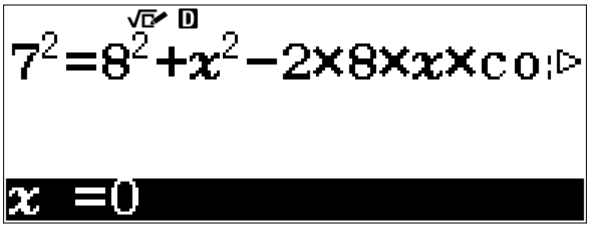
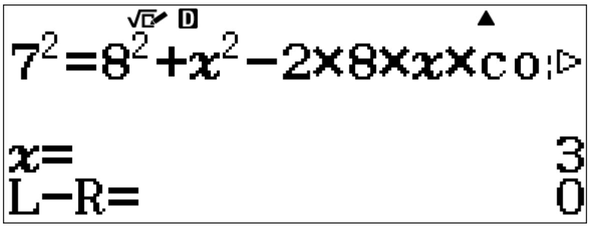
	Diese Vorgehensweise ist allerdings wesentlich umständlicher als das Ziehen der Wurzel.

Fazit: Es ist in diesem Fall deutlich einfacher, den Wert des Terms auf der rechten Seite zu berechnen, übrigens 49, und die Wurzel daraus zu ziehen. Das geht auch in einem Term.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[√■] [8] [x²] [+] [3] [x²] [−] [2] [×] [8] [×] [3] [×] [cos] [6] [0] [)] [=]	Wurzelterm eingeben ...
	... im Fall SWS die beste Vorgehensweise!

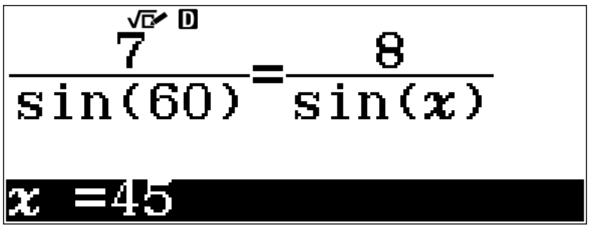
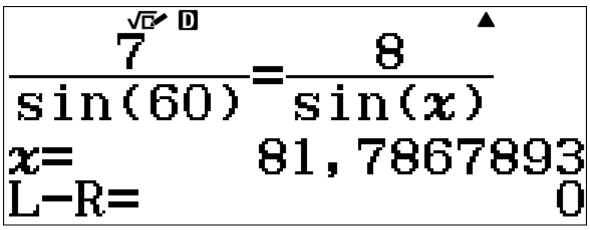
Beispiel 2: Dem zweiten Beispiel $7^2 = 8^2 + x^2 - 2 \cdot 8 \cdot x \cdot \cos(60°)$ liegt der Kongruenzsatz sSW zugrunde. Wir verwenden wieder das bekannte Dreieck mit den Seitenlängen 7 und 8 sowie einem 60°-Winkel, der der Seite mit der Länge 7 gegenüberliegt. Da dies die kürzere der beiden bekannten Seitenlängen ist, handelt es sich um den Fall, in dem es zwei Lösungen gibt. Traditionell wird hier der Sinussatz verwendet, weil dies beim händischen Umstellen einfacher ist. Die Verwendung des Kosinussatzes ist ebenfalls möglich, aber ohne SOLVE-Funktion umständlicher als das Umstellen der Verhältnisgleichung beim Sinussatz. Im Prinzip ist die quadratische Gleichung $7^2 = 8^2 + x^2 - 8 \cdot x$ zu lösen. Mit der SOLVE-Funktion wird jeweils nur eine der beiden Lösungen gefunden. Welche es ist, hängt vom Startwert ab.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[MENU] [1]	ggf. Menüpunkt Berechnungen wählen
[7] [x²] [ALPHA] [CALC] [8] [x²] [+] [x] [x²] [−] [2] [×] [8] [×] [x] [×] [cos] [6] [0] [)] [SHIFT] [CALC]	mögliche, aber ungünstige Vorgehensweise: den Kosinussatz mit der SOLVE-Funktion nach der Seitenlänge *x* auflösen
	Ist äquivalent zu $7^2 = 8^2 + x^2 - 8 \cdot x$, vgl. $2x^2 = 16x - 30$ und $2x^2 - 16x + 30 = 0$

	Von der letzten Berechnung war noch der Wert 7 im Speicher *x* abgelegt.
	Die Zahl 5 ist tatsächlich eine der beiden Lösungen der Gleichung und stellt die größere Lösung bei der Berechnung nach sSW dar. Hier besteht die Gefahr, dass nicht mehr nach der zweiten Lösung gesucht wird.
[SHIFT] [CALC]	die Berechnung wiederholen
	Als Startwert wird jetzt die im Speicher *x* abgelegte Lösung 5 angeboten. Diesen Wert mit einer kleineren Zahl überschreiben. Sie muss kleiner als 4 sein, das ist die Mitte zwischen den beiden Lösungen. Wir nehmen die Zahl 0.
	Tatsächlich wird die zweite Lösung 3 gefunden. Sie stellt die kleinere Lösung bei der Berechnung nach sSW dar.

Fazit: Die Existenz einer zweiten Lösung ist durch die gegebenen Bestimmungsstücke, also durch den Fall sSW bedingt. Der traditionelle Rechenweg mit dem Sinussatz bedeutet hier weniger Aufwand. $\frac{\sin(x)}{8}=\frac{\sin(60°)}{7} \Rightarrow \sin(x)=8\cdot\frac{\sin(60°)}{7}=\frac{4}{7}\cdot\sqrt{3} \Rightarrow x\approx 81{,}7868°$.

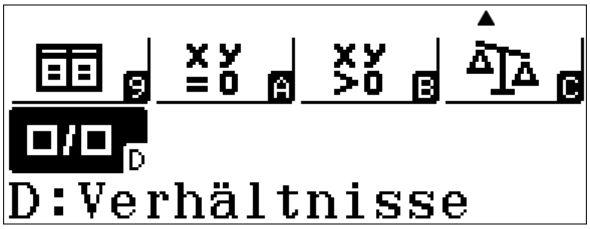
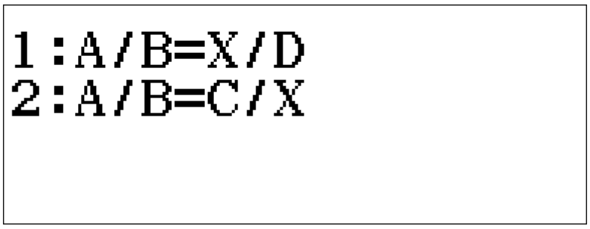
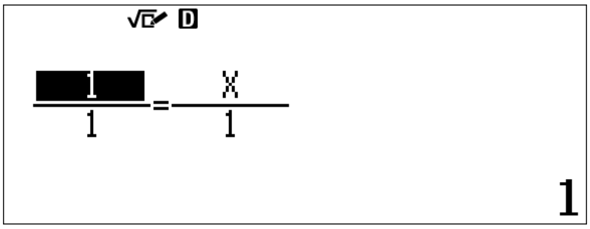
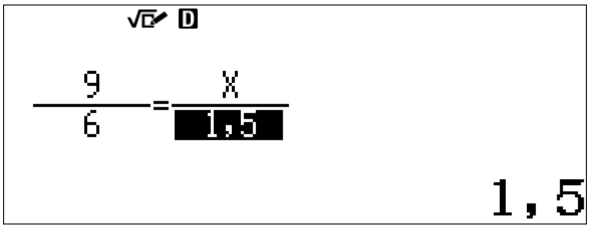
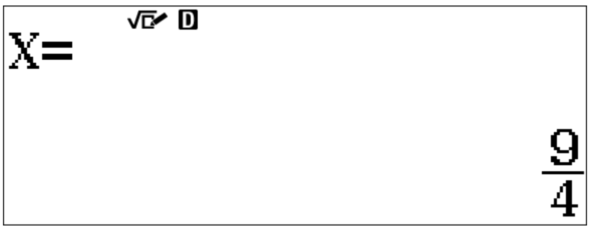
Es geht übrigens auch mit der SOLVE-Funktion:

Bedienungsschritte und Displayanzeige	Kommentar
	[▭] [7] [▼] [sin] [6] [0] [)] [▶] [ALPHA] [CALC] [▭] [8] [▼] [sin] [x] [)] [▶] [SHIFT] [CALC] [4] [5] [=] Als Startwert 45 eingeben.
	Es wird der kleinere der beiden Winkel gefunden. Für die zweite Lösung muss die Ergänzung auf 180° berechnte werden.

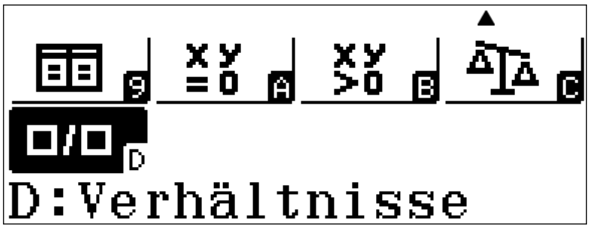
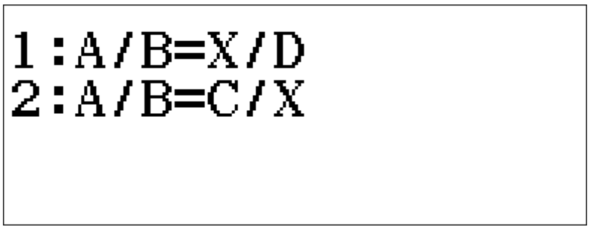
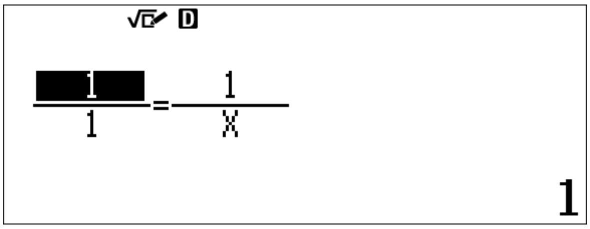
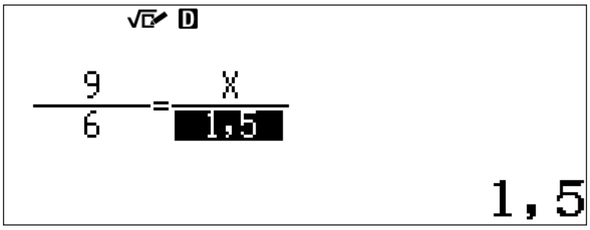
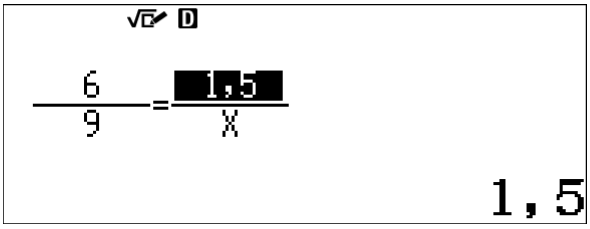
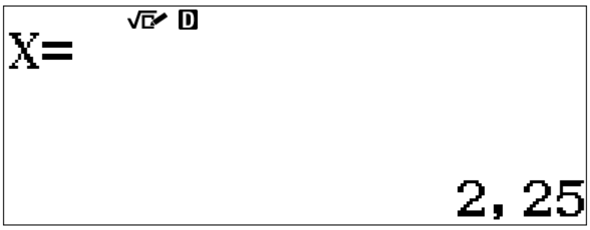
Lösen von Verhältnisgleichungen beim Strahlensatz (optional, zu empfehlen)

Im hilfsmittelfreien Teil des MSA kann das händischen Umformen von Verhältnisgleichungen, beispielsweise zu einer Strahlensatzfigur, geprüft werden. Beim Umformen sind erfahrungsgemäß nicht alle Schülerinnen und Schüler sicher.

Der Casio 991 DE-X bietet im Menü die Möglichkeit, Verhältnisgleichungen zu lösen. Bei der Bearbeitung von Komplexaufgaben ist die Verwendung dieses Menüpunktes zulässig.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	Kommentar
[MENU] [sin] [1]	Menüpunkt 'Verhältnisgleichungen' wählen ...
	
	... und dort z. B. die erste Möglichkeit.
	Zahlenwerte eingeben, anschließend ...
[9] [=] [6] [=] [1] [,] [5] [=]	
	... jeweils die Eingabetaste [=] betätigen
[=]	Die Eingabetaste [=] betätigen.
	Wer diesen Bruch nicht als Zahl verwenden mag, kann den Wert als Dezimalbruch anzeigen lassen.
[S⇔D]	wechselt die Darstellung
Im Display wird 2,25 angezeigt.	Das ist der zugehörige Dezimalbruch.

Das Menü bietet auch die umgekehrten Verhältnisse an:

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
MENU sin 2	Menüpunkt Verhältnisgleichungen wählen ...
	
	... und dort die zweite Möglichkeit.
	Zahlenwerte eingeben, anschließend ...
9 = 6 = 1 , 5 =	
	... jeweils die Eingabetaste = betätigen
=	Die Eingabetaste = betätigen.
	Wer diesen Bruch nicht als Zahl verwenden mag, kann den Wert als Dezimalbruch anzeigen lassen.
S⇔D	wechselt die Darstellung
	Das ist der zugehörige Dezimalbruch.

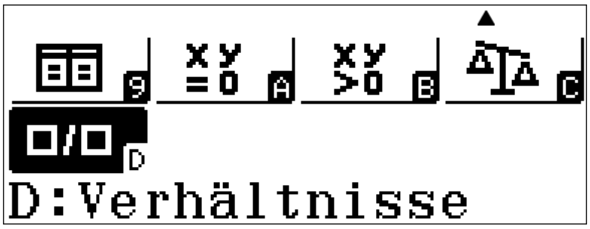
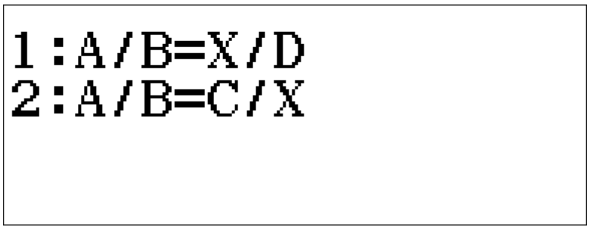
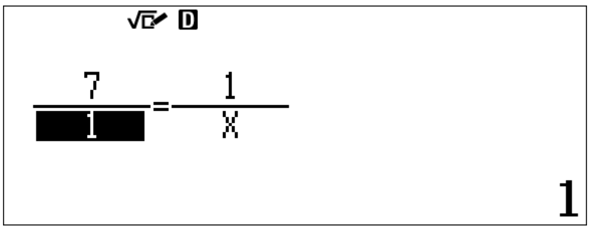
Lösen von Verhältnisgleichungen beim Sinussatz anwenden (optional, erwägenswert)

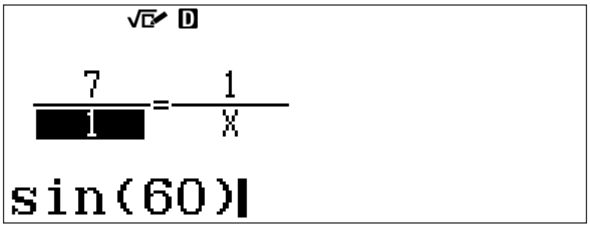
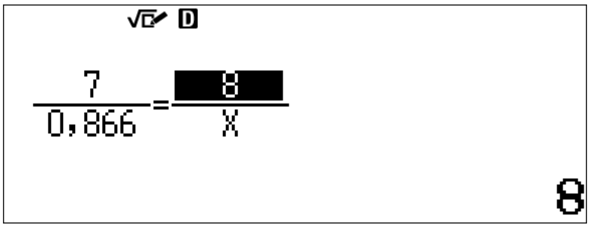
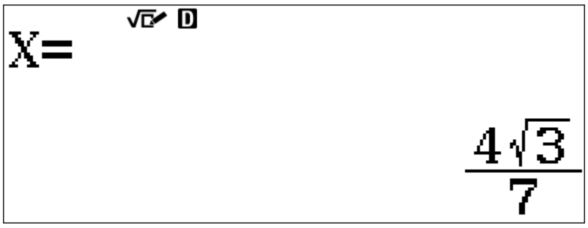
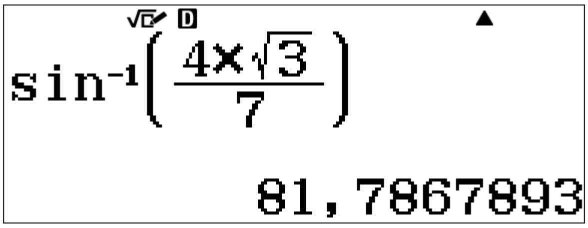
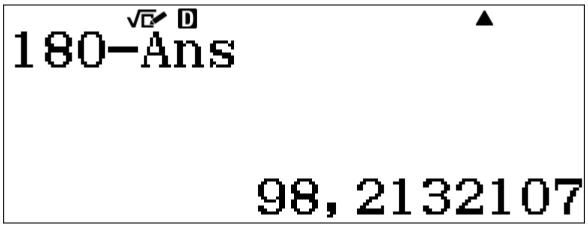
Vorbemerkung: Liegt wie im Ausgangsbeispiel der Kongruenzsatz SSS zugrunde, muss eines der drei Winkelmaße mit dem Kosinussatz berechnet werden. Beim händischen Rechen mit Hilfe der normalen Taschenrechnerfunktionen würde man das nächste Winkelmaß traditionell mit dem Sinussatz berechnen. Hierbei gibt es jedoch zwei Probleme. Die eine Schwierigkeit ist das Arbeiten mit Verhältnisgleichungen. Die zweite Schwierigkeit liegt in der Natur der Sinusfunktion: Im Intervall von 0 bis π bzw. von 0° bis 180° ist die Funktion nicht umkehrbar.

Die Umkehrfunktion des Taschenrechners liefert zu einem Sinuswert bekanntlich stets Winkelmaße zwischen 0° und 90° aus dem ersten Quadranten. Das Ergebnis muss bezüglich seiner Bedeutung für das Dreieck interpretiert werden. Beim Kongruenzsatz sSW muss für die zweite Lösung die Ergänzung des angegebenen Winkels auf 180°, also ein Winkel aus dem zweiten Quadranten verwendet werden.

Eine erneute Anwendung des Kosinussatzes auch für das zweite Winkelmaß im Fall SSS wäre wegen des großen Rechenaufwandes bei traditioneller Vorgehensweise zu aufwändig. Der wissenschaftliche Taschenrechner bietet mit der SOLVE-Funktion jedoch die Möglichkeit, mit vergleichsweise wenig Aufwand erneut den Kosinussatz anzuwenden. Das wurde auf Seite 10 gezeigt.

Hier soll am Ausgangsbeispiel des Dreiecks mit den Seitenlängen 3, 7 und 8 gezeigt werden, wie man eine Lösung durch Anwendung des Sinussatzes mit Hilfe des Menüpunktes Verhältnisgleichungen erhält. Der 60°-Winkel wurde bereits im ersten Schritt berechnet.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[MENU] [sin] [2]	Menüpunkt Verhältnisgleichungen wählen ...
	
	... und dort die zweite Möglichkeit für den Ansatz $\frac{7}{\sin(60°)} = \frac{8}{\sin(x)}$.
	Zahlenwert 7 eingeben, die Eingabetaste [=] betätigen ...
[7] [=] [sin] [6] [0] [)] [=] [8] [=]	

	$\sin(60°)$ eingeben, die Eingabetaste [=] betätigen ...
	Auf der linken Seite wird im Nenner allerdings nur noch der Sinuswert $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}$ als Dezimalbruch angezeigt. 8 eingeben, die Eingabetaste [=] betätigen
[=]	Erneut die Eingabetaste [=] betätigen.
	Die Lösung der Verhältnisgleichung gibt allerdings nicht die Winkelgröße an, sondern deren Sinuswert $x=\sin(\alpha)$. Hier gibt es nun eine kleine technische Unzulänglichkeit: Die angezeigte Lösung kann nicht gespeichert werden.
[MENU] [1] [SHIFT] [sin] [▭/▭] [4] [×] [√▭] [3] [▼] [7] [▶] [)] [=]	Es bleibt nichts anderes übrig, als sich den Wert zu notieren und zum Menüpunkt Berechnungen zu wechseln.
	Der zum Sinuswert $\frac{4}{7}\sqrt{3}$ gehörende Winkel aus dem ersten Quadranten ist leider nicht der gesuchte.
[1] [8] [0] [−] [Ans] [=]	den Antwort-Speicher nutzen
	Das ist die Ergänzung auf 180°.

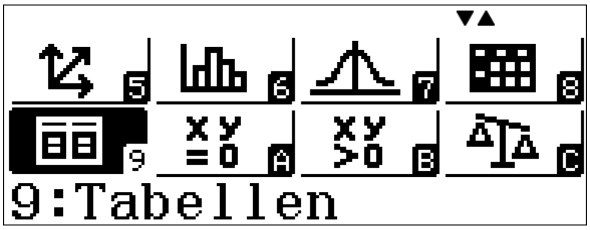
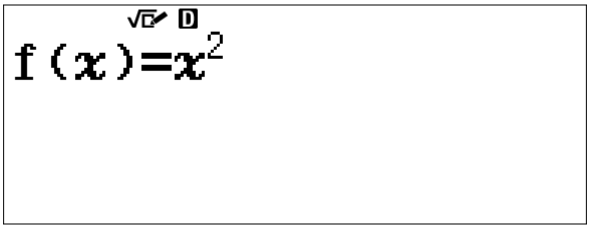
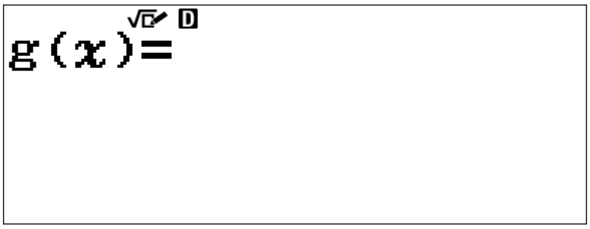
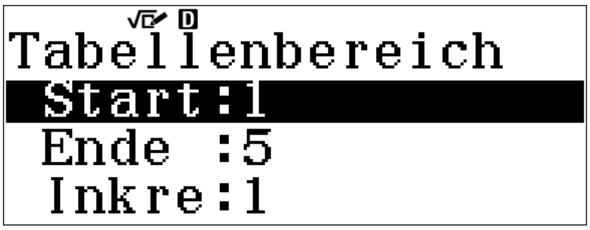
Anmerkung: Man hätte in der Ausgangsaufgabe besser zuerst den 98,2132107°- Winkel bestimmen sollen, der der längste Seite 8 gegenüberliegt. Mit diesem Zwischenergebnis aus dem ersten Schritt hätte der Fall SsW vorgelegen, in dem der Sinussatz ein eindeutiges Ergebnis liefert. Das „krumme“ Winkelmaß 98,2132107 kann man mit der [Ans]-Taste in die Sinusfunktion im Nenner eingeben. Die Lösung 0,3711537445 der Verhältnisgleichung kann man allerdings nur ablesen, notieren und neu eintippen, um den Winkel zu bestimmen.

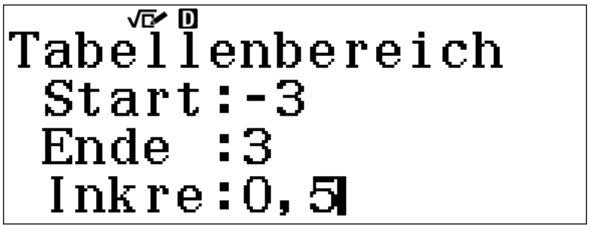
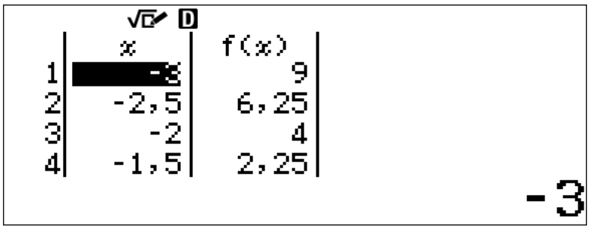
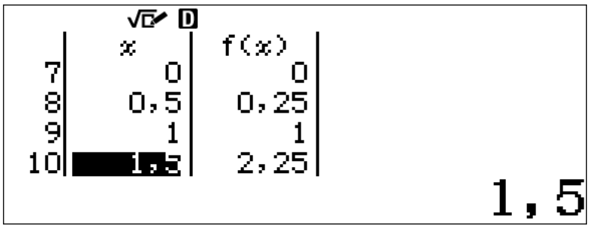
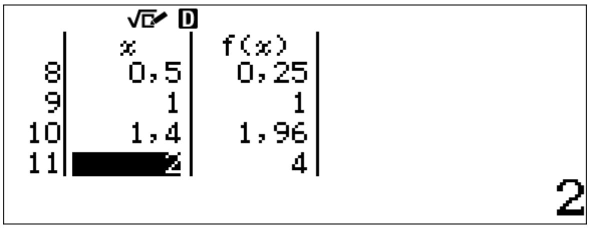
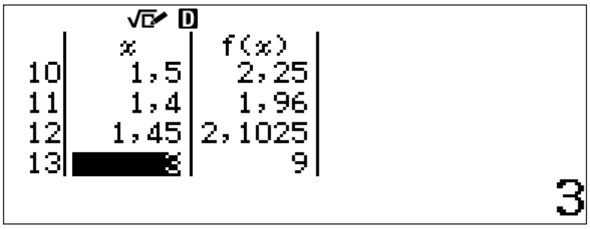
Fazit: Bei dem durchgerechneten Beispiel eines Dreiecks mit den Seitenlängen 3, 7 und 8 ist die zweifache Anwendung des Kosinussatzes mit weniger Aufwand verbunden, wenn man dabei die SOLVE-Funktion des wissenschaftlichen Taschenrechners verwendet.

Automatisch Wertetabellen erstellen mit dem wissenschaftlichen Taschenrechner

Vorbemerkung: Zu den erweiterten Funktionen des wissenschaftlichen Taschenrechners gehört das automatische Erstellen von Wertetabellen. Die Eingabe der Funktionsterme unter Verwendung des Speichers *x* geschieht in der gleichen Weise wie bei der SOLVE-Funktion. Allerdings ist der Menüpunkt 'Tabellen' einfacher in der Bedienung.

Als Beispiel wird die ganz einfache Funktion $f(x) = x^2$ verwendet, aber nicht, um mit den Funktionswerten einen Graphen zu zeichnen, sondern um die Wurzel aus 2 anzunähern. Die zusätzlich angebotene Eingabemöglichkeit für den Term einer zweiten Funktion *g* wird im Beispiel nicht genutzt.

Bedienungsschritte und Displayanzeige	**Kommentar**
[MENU] [9]	Menüpunkt 'Tabellen' wählen ...
	
[x] [x^2]	... Term für *f* eingeben.
	Term für *f* mit dem Speicherplatz *x*
[=]	
	keinen Term für *g* eingeben
[=]	
	gewünschter Definitionsbereich für die Tabelle
[(−)] [3] [=] [3] [=] [0] [,] [5] [=] [=]	Startwert, Endwert und Schrittweite für die Argumente *x* der Funktion eingeben, jeweils mit [=] bestätigen

	Startwert, Endwert und Schrittweite für die Argumente *x* der Funktion eingeben, jeweils mit [=] bestätigen
	Anfang der Tabelle
▼ ▼ ▼ ▼ ▼ ▼ ▼ ▼ ▼	Scrollen
	Scrollen bis $x = 1{,}5$. $x^2 = 2{,}25 > 2$, also kleineren Wert als 1,5 für *x* probieren
[1] [,] [4] [=]	für *x* z.B. den neuen Wert 1,4 eingeben
	$x^2 = 1{,}96 < 2$, also größeren Wert für *x* probieren
[1] [,] [4] [5] [=]	für *x* z.B. den neuen Wert 1,45 eingeben
	Werte für *x* zwischen 1,4 und 1,5 probieren
[1] [,] [4] [1] [=] [1] [,] [4] [2] [=] [1] [,] [4] [1] [5] [=] [1] [,] [4] [1] [3] [=] [1] [,] [4] [1] [2] [5] [=]	Intervallschachtelung durch systematisches Probieren