

MATHE 364

15.11. Lisa lernt Quadratzahlen

Lisa lernt zusätzlich zum Einmaleins auch die Quadratzahlen auswendig. Ihr Mathematiklehrer fragt in den Kopfübungen die Quadratzahlen bis 625 ab. Lisa hat aus Spaß weitergerechnet und liest ihre Zahlen laut vor. Dabei entdeckt sie, wie sie sich auch die Quadratzahlen über 625 ganz einfach merken kann.

Hier
hat Lisa
etwas entdeckt:

$$\begin{array}{l} \vdots \\ 23^2 = 529 \\ 24^2 = 576 \end{array}$$

$$24^2 = 576$$

In der Mitte steht 625.

$$26^2 = 676$$

$$27^2 = 729$$

$$28^2 =$$

$$29^2 =$$

$$30^2 =$$

$$\vdots$$

meine Quadrattabelle

10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169
14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400
21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	625
26^2	676
27^2	729

a) **Berechne** die nächsten Quadratzahlen 28^2 , 29^2 , ... mit dem Taschenrechner.

b) **Beschreibe** Lisas Entdeckung.

c) Wende die zweite binomische Formel an und **multipliziere aus**.

$$\begin{array}{l} \vdots \\ (25-2)^2 = \end{array}$$

$$(25-1)^2 =$$

Wende die erste binomische Formel an und **multipliziere aus**.

$$(25+1)^2 =$$

$$(25+2)^2 =$$

$$\vdots$$

d) **Erkläre**, wodurch der von Lisa entdeckte Zusammenhang zustande kommt.

Lisa lernt zusätzlich zum Einmaleins auch die Quadratzahlen auswendig. Ihr Mathematiklehrer fragt in den Kopfübungen die Quadratzahlen bis 625 ab. Lisa hat aus Spaß weitergerechnet und liest ihre Zahlen laut vor. Dabei entdeckt sie, wie sie sich auch die Quadratzahlen über 625 ganz einfach merken kann.

Hier hat
Lisa etwas entdeckt:

$$\begin{array}{l} \vdots \\ 23^2 = 529 \end{array}$$

$$24^2 = 576$$

In der Mitte steht 625.

$$26^2 = 676$$

$$27^2 = 729$$

\vdots

meine Quadratzahlentabelle

10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169
14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400
21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	625
26^2	676
27^2	729

a) **Quadratzahlen berechnen** $28^2 = 784$, $29^2 = 841$, $30^2 = 900$, $31^2 = 961$, ...

b) **Beschreibung** In der Mitte steht 625. Eine Zeile darüber und eine Zeile darunter enden beide Quadratzahlen mit den gleichen Ziffern 76. Zwei Zeilen darüber und zwei Zeilen darunter sind es die Ziffern 29. Das setzt sich fort.

c) **zweite binomische Formel anwenden und ausmultiplizieren**

$$(25-3)^2 = 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 3 + 3^2 = 625 - 150 + 9 = 625 - 141 = 484$$

$$(25-2)^2 = 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 2 + 2^2 = 625 - 100 + 4 = 625 - 96 = 529$$

$$(25-1)^2 = 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 1 + 1^2 = 625 - 50 + 1 = 625 - 49 = 576$$

erste binomische Formel anwenden und ausmultiplizieren

$$(25+1)^2 = 25^2 + 2 \cdot 25 \cdot 1 + 1^2 = 625 + 50 + 1 = 625 + 51 = 676$$

$$(25+2)^2 = 25^2 + 2 \cdot 25 \cdot 2 + 2^2 = 625 + 100 + 4 = 625 + 104 = 729$$

$$(25+3)^2 = 25^2 + 2 \cdot 25 \cdot 3 + 3^2 = 625 + 150 + 9 = 625 + 159 = 784$$

d) **Erklärung** 676 ist um 51 größer als 625 und 576 ist um 49 kleiner als 625. Der Abstand der beiden Zahlen beträgt also genau 100. Dadurch sind ihre Zehnerziffern und Einerziffern jeweils gleich.

729 ist um 104 größer als 625 und 529 ist um 96 kleiner als 625. Bei diesem Paar beträgt der Abstand genau 200, beim nächsten Paar sind es 300. Die Endziffernpaare von Zahlen in Abständen von 100, 200, 300 usw. sind gleich.