

MATHE 364

15.09. Erweiterung der Potenzrechnung: rationale Hochzahlen

Information: Die Hochzahl 0,5

Bis jetzt hast du in der Potenzrechnung ganze Zahlen als Hochzahlen verwendet. Die Grundzahlen konnten im Prinzip alle rationalen Zahlen außer 0 sein.

Potenz a^n a Basis (Grundzahl) mit $a \in \mathbb{Q}$ und $a \neq 0$
 n Exponent (Hochzahl) mit $n \in \mathbb{Z}$

Nun erweitern wir die möglichen Hochzahlen auf rationale Zahlen, also $n \in \mathbb{Q}$.

Wir beginnen mit $a^{\frac{1}{2}}$. Ab jetzt muss $a \geq 0$ verlangt werden.

Mit den bisher erarbeiteten Sätzen und Regeln gilt:

$$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a \quad \text{und} \quad \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = a^1 = a$$

a) **Lies** den Informationstext.

b) **Ergänze** in jeder Spalte mindestens drei fehlende Zahlen oder Rechnungen.

a	$a^{\frac{1}{2}}$	Kontrollrechnung $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^1 = a$
9	$9^{\frac{1}{2}} = 3$	$3 \cdot 3 = 9$
16		$\square \cdot \square = 16$
	$\square^{\frac{1}{2}} = 7$	$7 \cdot 7 = \square$
64	$64^{\frac{1}{2}} = \square$	$\square \cdot \square = 64$
	9	
0,25		
1		
$\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \square$	$\square \cdot \square = \frac{1}{4}$
0,01		
	0,1	

c) **Wahlaufgabe:** Bearbeite *mindestens eine* der folgenden Aufgaben.

- $8^{\frac{1}{3}} = 2$ **Führe** die zugehörige Kontrollrechnung **aus:** _____ = 8
- $81^{\frac{1}{4}} = x$; Kontrollrechnung $x \cdot x \cdot x \cdot x = 81$. **Gib** den Wert von x **an:** $x =$ ____
- **Gib** den Vorgänger und den Nachfolger **an:**
 ... ; $1000000^{\frac{1}{2}} = 1000$; $10000^{\frac{1}{2}} = 100$; ...
- **Ergänze** die Regel: Eine Zehnerpotenz besitzt eine gerade Anzahl von Nullen. Wenn ich eine solche Zahl mit 0,5 potenziere, dann _____

Information: Die Hochzahl 0,5

Bis jetzt hast du in der Potenzrechnung ganze Zahlen als Hochzahlen verwendet. Die Grundzahlen konnten im Prinzip alle rationalen Zahlen außer 0 sein.

Potenz a^n a Basis (Grundzahl) mit $a \in \mathbb{Q}$ und $a \neq 0$

n Exponent (Hochzahl) mit $n \in \mathbb{Z}$

Nun erweitern wir die möglichen Hochzahlen auf rationale Zahlen, also $n \in \mathbb{Q}$.

Wir beginnen mit $a^{\frac{1}{2}}$. Ab jetzt muss $a \geq 0$ verlangt werden.

Mit den bisher erarbeiteten Sätzen und Regeln gilt:

$$a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a \quad \text{und} \quad \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = a^1 = a$$

a) **Lies** den Informationstext. ✓

b) **Ergänze** in jeder Spalte mindestens drei fehlende Zahlen oder Rechnungen.

a	$a^{\frac{1}{2}}$	Kontrollrechnung $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^1 = a$
9	$9^{\frac{1}{2}} = 3$	$3 \cdot 3 = 9$
16	$16^{\frac{1}{2}} = 4$	$4 \cdot 4 = 16$
49	$49^{\frac{1}{2}} = 7$	$7 \cdot 7 = 49$
64	$64^{\frac{1}{2}} = 8$	$8 \cdot 8 = 64$
81	9	$9 \cdot 9 = 81$
0,25	0,5	$0,5 \cdot 0,5 = 0,25$
1	1	$1 \cdot 1 = 1$
$\frac{1}{4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
0,01	0,1	$0,1 \cdot 0,1 = 0,01$
0,01	0,1	$0,1 \cdot 0,1 = 0,01$

c) **Wahlaufgabe:** Bearbeite *mindestens eine* der folgenden Aufgaben.

- $8^{\frac{1}{3}} = 2$ **Führe** die zugehörige Kontrollrechnung **aus:** $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $81^{\frac{1}{4}} = x$; Kontrollrechnung $x \cdot x \cdot x \cdot x = 81$. **Gib** den Wert von x **an:** $x = 3$
- **Gib** den Vorgänger und den Nachfolger **an:**

... ; $100000000^{\frac{1}{2}} = 10000$; $1000000^{\frac{1}{2}} = 1000$; $10000^{\frac{1}{2}} = 100$; $100^{\frac{1}{2}} = 10$; ...

- **Ergänze** die Regel: Eine Zehnerpotenz besitzt eine gerade Anzahl von Nullen. Wenn ich eine solche Zahl mit 0,5 potenziere, dann bleibt die 1 und die Anzahl der Nullen halbiert sich.