

Mehr Teilaufgaben als das lateinische Alphabet Buchstaben hat!

Wenn das keine Aufgabenplantage ist!

Ungünstig: Im Prinzip sind es lauter gleichförmige Aufgaben, die nur eine Tätigkeit üben - ausschließlich Gleichungen lösen.

Ob das gut oder schlecht ist, steht nicht fest. Es kommt vielmehr darauf an, was man daraus macht

Gut: Die Aufgaben sind gemischt. Es ist jeweils zu entscheiden, welche Vorgehensweise erforderlich bzw. sinnvoll ist.

1) Gib jeweils die Lösungsmenge an:

a) $x^2 + 8x = 0$

b) $x^2 + 8 = 0$

c) $x^2 - 8 = 0$

d) $x^2 - 8x = 0$

e) $x + 8 = 0$

f) $x - 8 = 0$

g) $x^2 = -8x$

h) $x^2 = 8x$

i) $x^2 = 9$

j) $x^2 = -4$

k) $x \cdot (x - 8) = 0$

l) $x \cdot (x + 8) = 0$

m) $x \cdot (2x - 3) = 0$

n) $2x^2 + 8x = 0$

o) $x^2 - 2 = 0$

p) $(x - 7) \cdot (x - 3) = 0$

q) $ax^2 + bx = 0$

r) $x^2 + px = 0$

s) $x^2 + q = 0$

t) $(x - 7) \cdot (2x - 3) = 0$

u) $x \cdot (x + p) = 0$

v) $(x - 1) \cdot (x - 1) = 0$

w) $(x + 5)^2 = 0$

x) $x^2 - 6x + 9 = 0$

y) $(x + 5)^2 = 4$

z) $(x - 9)^2 = 16$

α) $(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$

β) $(2x - 1) \cdot (2x + 1) = 0$

übergeordnete reflexionsanregende Arbeitsaufträge

Original-Formulierung (nach LEUDERS)

Stelle die Gleichungen in Gruppen zusammen. Erkläre, nach welchen Gesichtspunkten du die Gleichungen geordnet hast.

weniger offen formuliert

Suche jeweils zwei Gleichungen mit den geforderten Eigenschaften heraus und löse eine davon (wenn möglich):

I reinquadratisch

II man kann x ausklammern

III liegt faktorisiert vor

IV linear

V hat nur eine Lösung

VI hat keine Lösung

VII zwei irrationale Lösungen

Anmerkungen: Laut Fachanforderungen ist das Lösen von quadratischen Gleichungen mit Hilfe der Lösungsfunktion des Taschenrechners verbindlicher Unterrichtsinhalt. In den Abschlussarbeiten darf bei der Bearbeitung von Komplexaufgaben diese Taschenrechnerfunktion genutzt werden. Vor diesem Hintergrund ist der geistige Ertrag der obigen Übungsaufgabe neu zu bewerten. Das Klassifizieren der Gleichungstypen, insbesondere nach der Anzahl der Lösungen, bekommt einen höheren Stellenwert.

In der Word-Version können die Sprechblase sowie dieses Textfeld gelöscht werden. Dann kann das Arbeitsblatt – bitte mit reflexionsanregenden Arbeitsaufträgen – für den Unterricht genutzt werden.

Lösungen – Einteilung der Gleichungen

1) lineare Gleichungen – quadratische Gleichungen

Lineare Gleichungen sind **e)** $x+8=0$ und **f)** $x-8=0$; alle anderen Gleichungen sind quadratisch.

2) reinquadratisch – ohne absolute Zahl = x Ausklammern – gemischt-quadratisch

Reinquadratisch sind **b)** $x^2+8=0$, **c)** $x^2-8=0$, **i)** $x^2=9$, **j)** $x^2=-4$, **o)** $x^2-2=0$, **s)** $x^2+q=0$, **α)** $(x-1)·(x+1)=0$ und **β)** $(2x-1)·(2x+1)=0$,

ohne absolute Zahl und somit zum einfachen Ausklammern von x geeignet sind **a)** $x^2+8x=0$, **d)** $x^2-8x=0$, **g)** $x^2=-8x$, **h)** $x^2=8x$, **k)** $x·(x-8)=0$, **l)** $x·(x+8)=0$, **m)** $x·(2x-3)=0$, **n)** $2x^2+8x=0$, **q)** $ax^2+bx=0$, **r)** $x^2+px=0$, **u)** $x·(x+p)=0$,

gemischt-quadratisch sind **p)** $(x-7)·(x-3)=0$, **t)** $(x-7)·(2x-3)=0$, **v)** $(x-1)·(x-1)=0$, **w)** $(x+5)^2=0$, **x)** $x^2-6x+9=0$, **y)** $(x+5)^2=4$, **z)** $(x-9)^2=16$.

3) in **faktorisierter Form** liegen vor **k)** $x·(x-8)=0$, **l)** $x·(x+8)=0$, **m)** $x·(2x-3)=0$, **p)** $(x-7)·(x-3)=0$, **t)** $(x-7)·(2x-3)=0$, **u)** $x·(x+p)=0$, **v)** $(x-1)·(x-1)=0$, **w)** $(x+5)^2=0$, **α)** $(x-1)·(x+1)=0$ und **β)** $(2x-1)·(2x+1)=0$; hier lassen sich die Lösungen unmittelbar ablesen, wenn man danach fragt, wann der Faktor x bzw. wann die Klammer 0 wird. Bei **y)** $(x+5)^2=4$ und **z)** $(x-9)^2=16$ ist dagegen zu bedenken, dass das Produkt nicht 0, sondern 4 bzw. 16 ist.

Unmittelbar ablesen kann man die Lösungen außerdem bei den reinquadratischen Gleichungen **c)** $x^2-8=0$, **i)** $x^2=9$, **o)** $x^2-2=0$, **s)** $x^2+q=0$.

4) keine Lösung – eine Lösung – zwei Lösungen

keine reelle Lösung existiert für **b)** $x^2+8=0 \Leftrightarrow x^2=-8$ und **j)** $x^2=-4$,

eine Lösung haben die linearen Gleichungen **e)** $x+8=0$ und **f)** $x-8=0$ sowie die quadratischen Gleichungen **v)** $(x-1)·(x-1)=0$, **w)** $(x+5)^2=0$ und **x)** $x^2-6x+9=0$,

stets zwei Lösungen haben zunächst alle Gleichungen, die zum Ausklammern von x geeignet sind; hier ist immer eine Lösung 0: **a)** $x^2+8x=0$, **d)** $x^2-8x=0$, **g)** $x^2=-8x$, **h)** $x^2=8x$, **k)** $x·(x-8)=0$, **l)** $x·(x+8)=0$, **m)** $x·(2x-3)=0$, **n)** $2x^2+8x=0$, **q)** $ax^2+bx=0$, **r)** $x^2+px=0$, **u)** $x·(x+p)=0$,

außerdem haben zwei Lösungen **p)** $(x-7)·(x-3)=0$, **t)** $(x-7)·(2x-3)=0$, **y)** $(x+5)^2=4$ **z)** $(x-9)^2=16$, **α)** $(x-1)·(x+1)=0$ und **β)** $(2x-1)·(2x+1)=0$.

5) Diese Gleichungen liegen **nicht in Normalform** vor; der Koeffizient von x^2 ist nicht 1: **m)** $x·(2x-3)=0$, **n)** $2x^2+8x=0$, **q)** $ax^2+bx=0$ und **β)** $(2x-1)·(2x+1)=0$. Bei allen anderen quadratischen Gleichungen steht vor dem x^2 der Faktor 1.

Lösungen – Lösungsmengen der Gleichungen

- a) $x^2 + 8x = 0$ $L = \{ 0; -8 \}$ b) $x^2 + 8 = 0$ $L = \{ \}$
- c) $x^2 - 8 = 0$ $L = \{ \sqrt{8}; -\sqrt{8} \}$ d) $x^2 - 8x = 0$ $L = \{ 0; 8 \}$
- e) $x + 8 = 0$ $L = \{ -8 \}$ f) $x - 8 = 0$ $L = \{ 8 \}$
- g) $x^2 = -8x$ $L = \{ 0; -8 \}$ h) $x^2 = 8x$ $L = \{ 0; 8 \}$
- i) $x^2 = 9$ $L = \{ 3; -3 \}$ j) $x^2 = -4$ $L = \{ \}$
- k) $x \cdot (x - 8) = 0$ $L = \{ 0; 8 \}$ l) $x \cdot (x + 8) = 0$ $L = \{ 0; -8 \}$
- m) $x \cdot (2x - 3) = 0$ $L = \{ 0; \frac{3}{2} \}$ n) $2x^2 + 8x = 0$ $L = \{ 0; -4 \}$
- o) $x^2 - 2 = 0$ $L = \{ \sqrt{2}; -\sqrt{2} \}$ p) $(x - 7) \cdot (x - 3) = 0$ $L = \{ 7; 3 \}$
- q) $ax^2 + bx = 0$ $L = \{ 0; -\frac{b}{a} \}; a \neq 0$ r) $x^2 + px = 0$ $L = \{ 0; -p \}$
- s) $x^2 + q = 0$ $L = \{ \sqrt{-q}; -\sqrt{-q} \}; -q > 0$ bzw. $q < 0$
- t) $(x - 7) \cdot (2x - 3) = 0$ $L = \{ 7; \frac{3}{2} \}$
- u) $x \cdot (x + p) = 0$ $L = \{ 0; -p \}$ v) $(x - 1) \cdot (x - 1) = 0$ $L = \{ 1 \}$
- w) $(x + 5)^2 = 0$ $L = \{ -5 \}$ x) $x^2 - 6x + 9 = 0$ $L = \{ 3 \}$
- y) $(x + 5)^2 = 4$ $\Leftrightarrow x + 5 = 2 \vee x + 5 = -2$ $L = \{ -3; -7 \}$
- z) $(x - 9)^2 = 16$ $\Leftrightarrow x - 3 = 4 \vee x - 3 = -4$ $L = \{ 7; -1 \}$
- α) $(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$ $L = \{ 1; -1 \}$
- β) $(2x - 1) \cdot (2x + 1) = 0$ $L = \{ \sqrt{\frac{1}{2}}; -\sqrt{\frac{1}{2}} \}$