

Die Faltzettelmethode (stille Post)

Beispiel 1: Äquivalenzumformungen üben

Anna entwickelt eine Gleichung mit der Lösung 7.

Anna rechnet und notiert:

$$\begin{array}{l} x = 7 \\ x + 10 = 17 \quad | +10 \\ 3x + 30 = 51 \quad | \cdot 3 \\ 3,25x + 30 = 51 + \frac{1}{4}x \quad | + \frac{1}{4}x \\ 6,5x + 60 = 102 + \frac{1}{2}x \quad | \cdot 2 \end{array}$$

Anna faltet ihren Zettel nach hinten um, so dass nur noch die letzte Zeile lesbar ist:

$$6,5x + 60 = 102 + \frac{1}{2}x$$

Ben hat ebenfalls einen Zettel mit einer Gleichung vorbereitet. Beide tauschen ihre Zettel.

Ben hat von Anna diesen Zettel erhalten.

Ben rechnet und notiert:

Handwritten math on a yellow sticky note:

$$6,5x + 60 = 102 + \frac{1}{2}x$$
$$\Leftrightarrow 6x + 60 = 102 \quad \left| -\frac{1}{2}x \right.$$
$$\Leftrightarrow 6x = 42 \quad \left| -60 \right.$$
$$\Leftrightarrow x = 7 \quad \left| :6 \right.$$

Nach dem Lösen der Gleichung klappt Ben den umgefalteten Teil des Zettels auf und erkennt, dass er die von Anna gestellte Gleichung richtig gelöst hat und dass auch Anna nichts falsch gemacht hat.

Handwritten math on a yellow sticky note, including a check:

$$x = 7$$
$$x + 10 = 17 \quad \left| +10 \right.$$
$$3x + 30 = 51 \quad \left| \cdot 3 \right.$$
$$3,25x + 30 = 51 + \frac{1}{4}x \quad \left| +\frac{1}{4}x \right.$$
$$6,5x + 60 = 102 + \frac{1}{2}x \quad \left| \cdot 2 \right.$$
$$\Leftrightarrow 6x + 60 = 102 \quad \left| -\frac{1}{2}x \right.$$
$$\Leftrightarrow 6x = 42 \quad \left| -60 \right.$$
$$\Leftrightarrow x = 7 \quad \left| :6 \right.$$

Beispiel 2: Aufstellen und Lösen quadratischer Gleichungen

Anna denkt sich zwei Zahlen aus. ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

erste Zahl: 3

zweite Zahl: 5

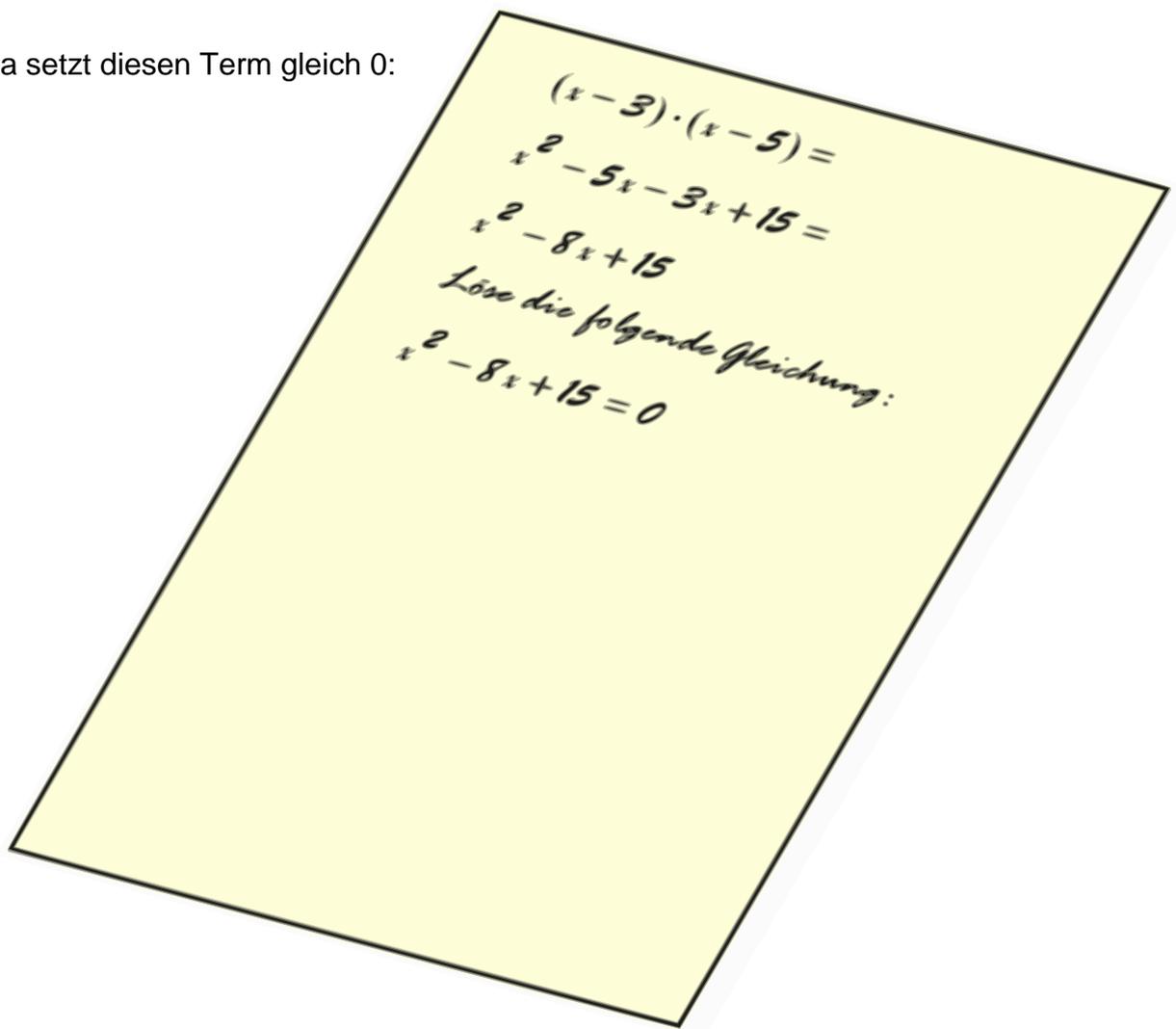
Die beiden Zahlen sollen die Lösungen einer quadratischen Gleichung werden. Anna stellt zwei Linearfaktoren auf:

$$(x-3) \cdot (x-5)$$

Anna multipliziert die Linearfaktoren aus:

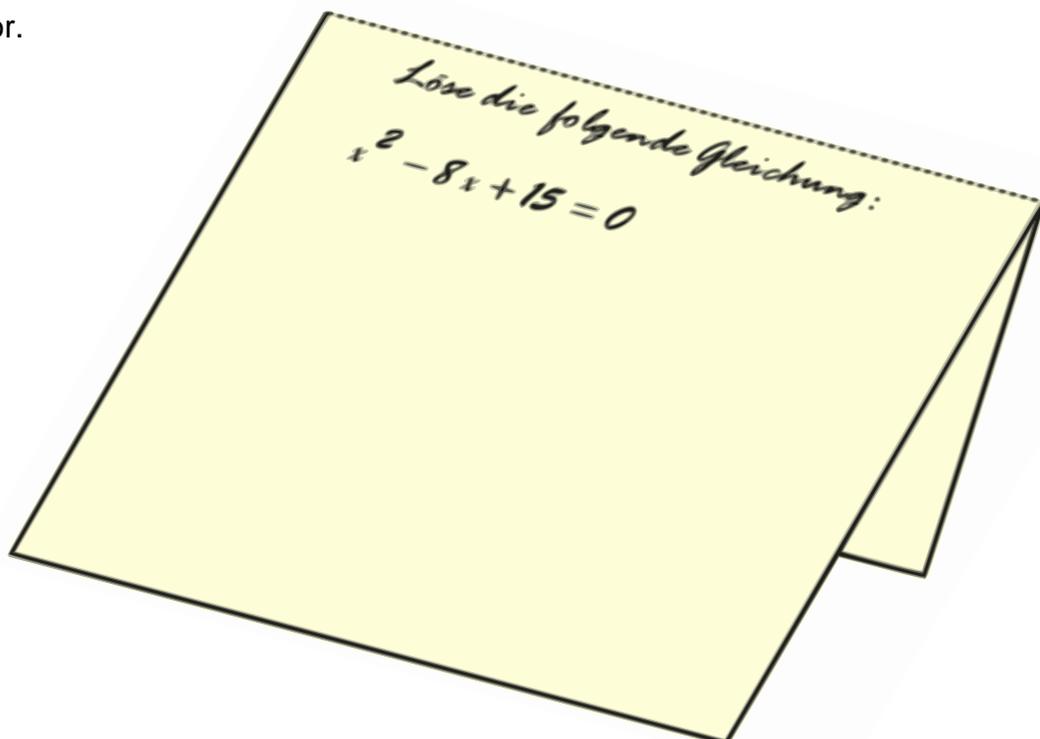
$$\begin{aligned}(x-3) \cdot (x-5) &= \\ x^2 - 5x - 3x + 15 &= \\ x^2 - 8x + 15 &= \end{aligned}$$

Anna setzt diesen Term gleich 0:



$(x-3) \cdot (x-5) =$
 $x^2 - 5x - 3x + 15 =$
 $x^2 - 8x + 15$
Löse die folgende Gleichung:
 $x^2 - 8x + 15 = 0$

Zuletzt faltet Anna den Zettel um und legt Ben die quadratische Gleichung zum Lösen vor.



Löse die folgende Gleichung:
 $x^2 - 8x + 15 = 0$

Ben löst die quadratische Gleichung:

$$\begin{aligned}
 &(x-3) \cdot (x-5) = \\
 &x^2 - 5x - 3x + 15 = \\
 &x^2 - 8x + 15 \\
 &\text{Löse die folgende Gleichung:} \\
 &x^2 - 8x + 15 = 0 \quad | +4^2 - 4^2 \\
 \Leftrightarrow &x^2 - 8x + 16 - 16 + 15 = 0 \\
 \Leftrightarrow &(x-4)^2 - 16 + 15 = 0 \\
 \Leftrightarrow &(x-4)^2 - 1 = 0 \quad | +1 \\
 \Leftrightarrow &(x-4)^2 = 1 \\
 \Leftrightarrow &|x-4| = 1 \\
 \Leftrightarrow &x-4 = 1 \vee x-4 = -1 \\
 \Leftrightarrow &x = 5 \vee x = 3
 \end{aligned}$$

Anna löst die Gleichung, die Ben ihr gestellt hat:

$$\begin{aligned}
 &(x-2) \cdot (x-(-3)) = \\
 &x^2 + 3x - 2x - 6 = \\
 &x^2 + x - 6 \\
 &\text{Löse die Gleichung} \\
 &x^2 + x - 6 = 0 \quad | +0,5^2 - 0,5^2 \\
 \Leftrightarrow &x^2 + x + 0,25 - 0,25 - 6 = 0 \\
 \Leftrightarrow &(x+0,5)^2 - 6,25 = 0 \quad | +6,25 \\
 \Leftrightarrow &(x+0,5)^2 = 6,25 \\
 \Leftrightarrow &|x+0,5| = 2,5 \\
 \Leftrightarrow &x+0,5 = 2,5 \vee x+0,5 = -2,5 \\
 \Leftrightarrow &x = 2 \vee x = -3
 \end{aligned}$$

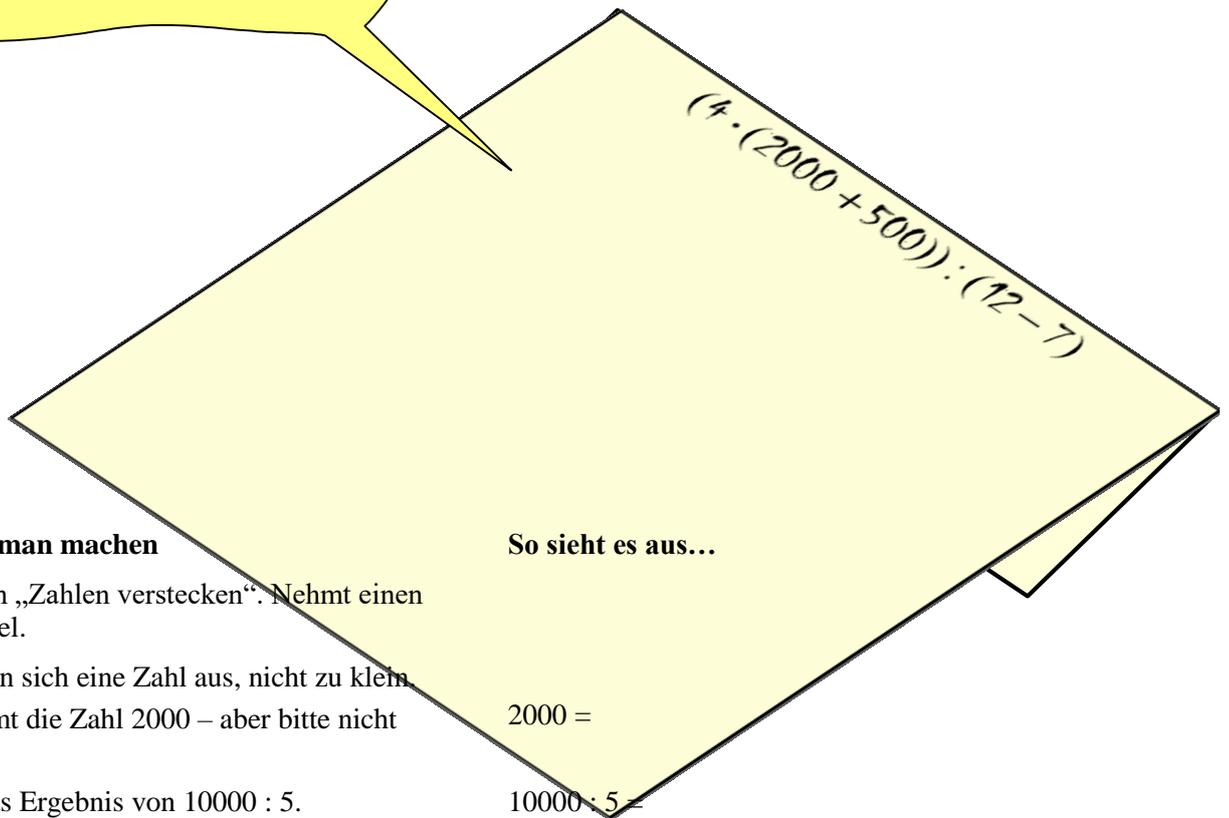
Beispiel 3: Aufstellen eines komplizierten Zahlenters (‚Zahlen verstecken‘) und Berechnen seines Wertes

Wir spielen heute "Zahlen verstecken".
Bitte nehmt einen leeren Zettel.
Alle denken sich eine Zahl aus, nicht zu klein.
Anna nimmt die Zahl 2000 – aber bitte nicht verraten!

$$\begin{aligned}2000 &= \\10000 : 5 &= \\(4 \cdot 2500) : 5 &= \\(4 \cdot 2500) : (12 - 7) &= \\(4 \cdot (2000 + 500)) : (12 - 7) &= \end{aligned}$$

Anna überlegt:
"2000 ist das Ergebnis von $10000 : 5$.
Die 10000 schreibe ich als $4 \cdot 2500$ und die 5 als $12 - 7$.
Jetzt schreibe ich die 2500 als $2000 + 500$."

Nun falte ich den Zettel.
Den oberen Teil knicke ich nach hinten weg.
Oben ist nur noch die letzte Zeile zu lesen.



Das muss man machen

Wir spielen „Zahlen verstecken“. Nehmt einen leeren Zettel.

Alle denken sich eine Zahl aus, nicht zu klein.
Anna nimmt die Zahl 2000 – aber bitte nicht verraten!

2000 ist das Ergebnis von $10000 : 5$.

Die 10000 schreibe ich als $4 \cdot 2500$

und die 5 als $12 - 7$.

Jetzt schreibe ich die 2500 als $2000 + 500$.

Nun falte ich den Zettel. Den oberen Teil knicke ich nach hinten weg. oben ist nur noch die letzte Zeile zu lesen.

Den Zettel tausche ich mit meiner Nachbarin oder meinem Nachbarn. Ich rechne aus, welche Zahl dort versteckt wurde.

Wenn ich die Zahl ausgerechnet habe, falte den Zettel auseinander. Oben und unten müssen die gleichen Zahlen stehen. Wenn nicht, hat sich einer von uns verrechnet. Dann suchen wir den Fehler.

So sieht es aus...

2000 =

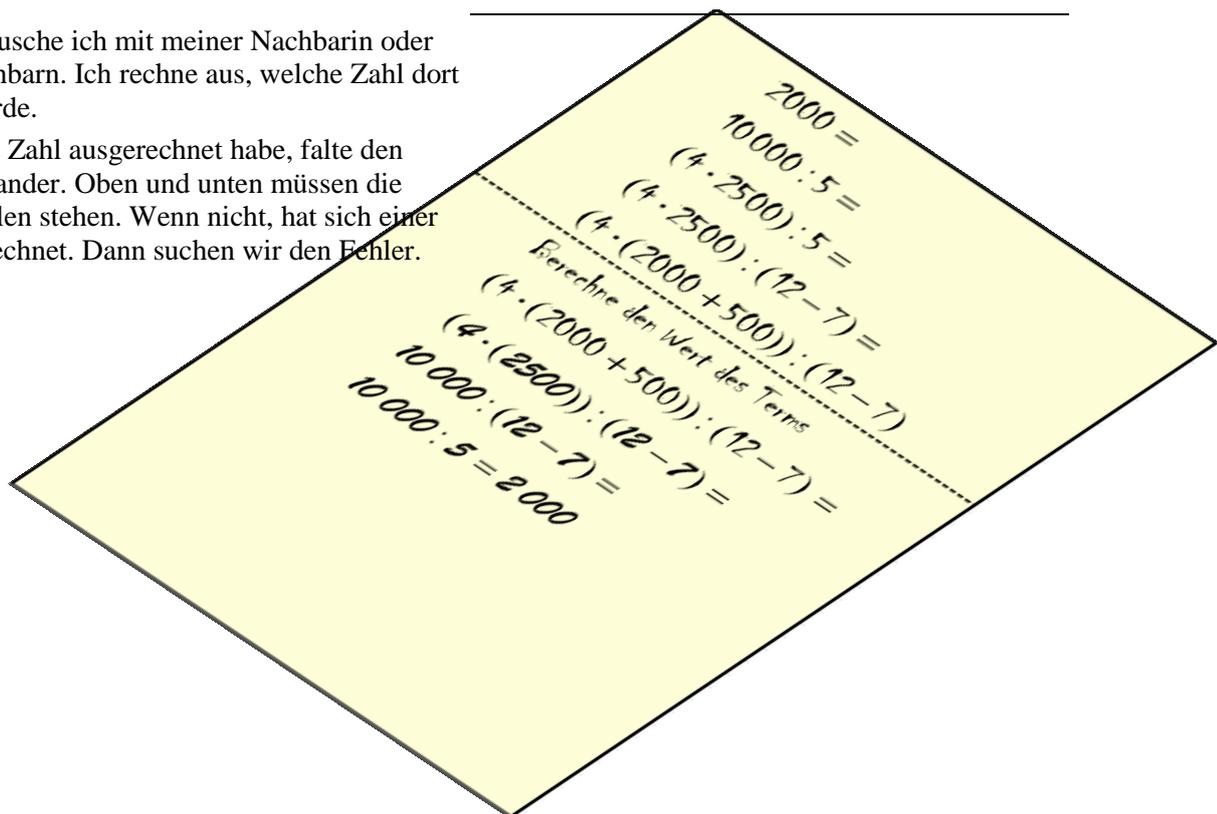
$10000 : 5 =$

$(4 \cdot 2500) : 5 =$

$(4 \cdot 2500) : (12 - 7) =$

$(4 \cdot (2000 + 500)) : (12 - 7) =$

$(4 \cdot (2000 + 500)) : (12 - 7) =$



Auf dem eingetauschten Zettel steht:

$$((100 + 17) : (20 - 7)) - (13 - (20 - 15))$$

Ich rechne:

$$\begin{aligned} & ((100 + 17) : (20 - 7)) - (13 - (20 - 15)) = \\ & (117 : 13) - (13 - 5) = \\ & 9 - 8 = 1 \end{aligned}$$

Ich falte den Zettel auseinander und finde oben glücklicherweise die Zahl 1.

$$\begin{aligned} & 1 = \\ & 9 - 8 = \dots \\ & \dots \end{aligned}$$

$$2000 =$$

$$10000 : 5 =$$

$$(4 \cdot 2500) : 5 =$$

$$(4 \cdot 2500) : (12 - 7) =$$

$$(4 \cdot (2000 + 500)) : (12 - 7)$$

Berechne den Wert des Terms

$$(4 \cdot (2000 + 500)) : (12 - 7) =$$

$$(4 \cdot (2500)) : (12 - 7) =$$

$$10000 : (12 - 7) =$$

$$10000 : 5 = 2000$$

Beispiel 4: Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x &= 3 \quad \wedge \quad y = 5 \\2x + y &= 6 + 5 = 11 \\3x - y &= 9 - 5 = 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\left| \begin{array}{l} 2x + y = 11 \\ 3x - y = 4 \end{array} \right| \begin{array}{l} (1) \Rightarrow (1) \\ (1) + (2) \end{array} \\ \Leftrightarrow &\left| \begin{array}{l} 2x + y = 11 \\ 5x = 15 \end{array} \right| \begin{array}{l} (1) \Rightarrow (1) \\ (2) : 5 \end{array} \\ \Leftrightarrow &\left| \begin{array}{l} 2x + y = 11 \\ x = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} (2) \text{ in } (1) \\ (2) \Rightarrow (2) \end{array} \\ \Leftrightarrow &\left| \begin{array}{l} 6 + y = 11 \\ x = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} -6 \\ (2) \Rightarrow (2) \end{array} \\ \Leftrightarrow &\left| \begin{array}{l} y = 5 \\ x = 3 \end{array} \right| \\ x &= 3 \quad \wedge \quad y = 5\end{aligned}$$

Beispiel 5: Primzahlen multiplizieren und Primfaktorzerlegung

$$\begin{aligned}3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 &= \\9 \cdot 7 \cdot 11 &= \\63 \cdot 11 &= \\630 + 63 &= 693\end{aligned}$$

Faktorisiere 693

ungerade

Quersumme $6 + 9 + 3 = 18$

$$\begin{aligned}693 : 3 &= 231 \\231 : 3 &= 77 = 7 \cdot 11 \\3^2 \cdot 7 \cdot 11 &\end{aligned}$$

Beispiel 6: Ausmultiplizieren und Ausklammern

$$a \cdot (2x + 5 - 3a) =$$

$$2ax + 5a - 3a^2$$

Klammere aus:

$$2ax + 5a - 3a^2 =$$

$$a \cdot (2x + 5 - 3a)$$