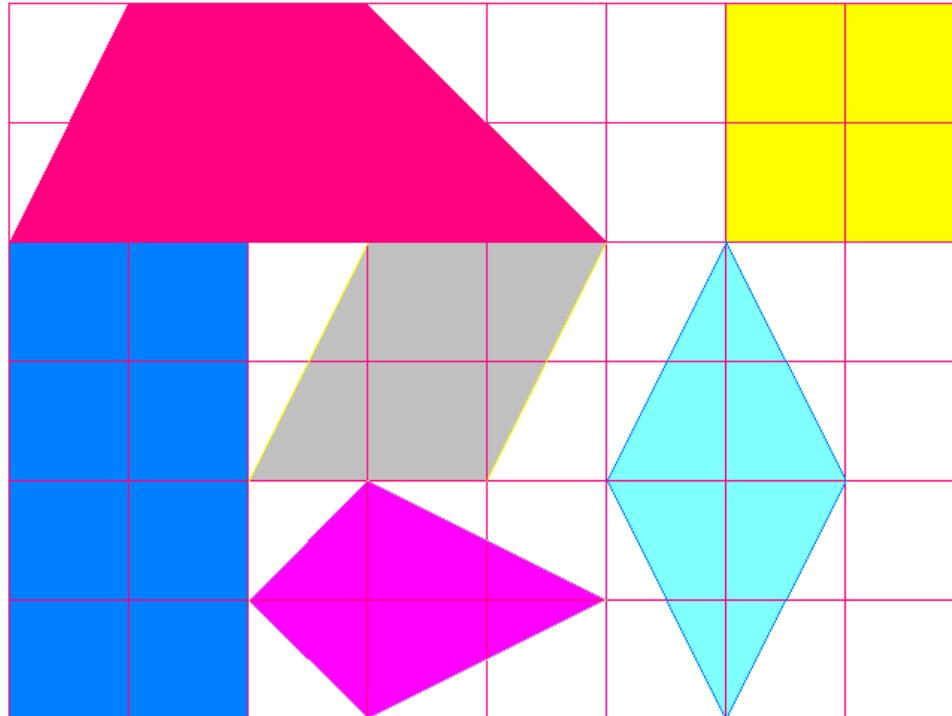
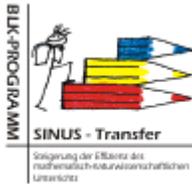
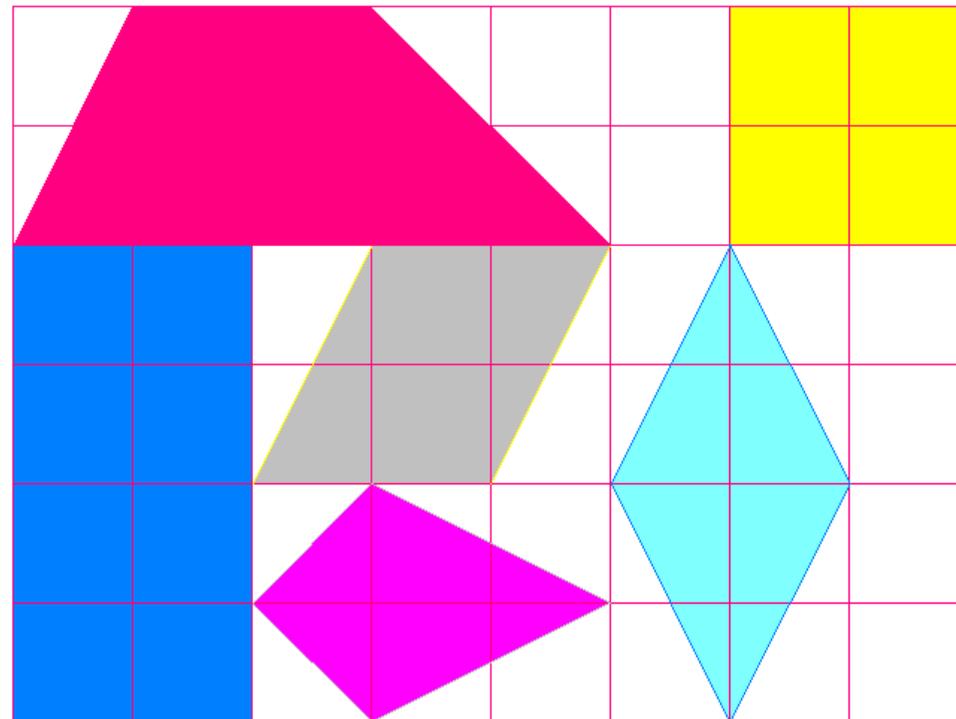
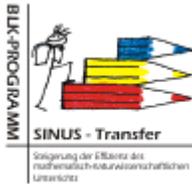


# Die 11 Eigenschaften der Standardvierecke



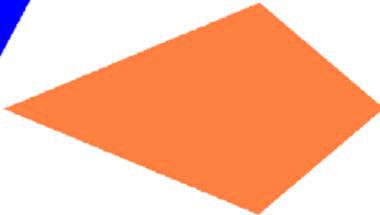
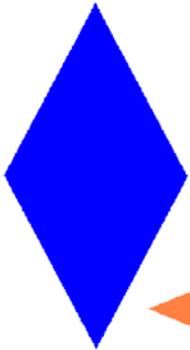
# Die 11 Eigenschaften der 6 Familien der Standardvierecke



# 3 Aussagen

1. Die Diagonalen sind gleich lang.
2. Die Diagonalen halbieren sich.
3. Die Diagonalen sind orthogonal zueinander.

# 3 Folien



# Impuls 1

Ordne jeder Aussage eine Folie zu.  
Begründe Deine Entscheidung.

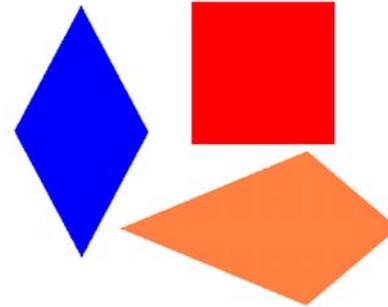
# Lösung



Die Diagonalen halbieren sich.



Die Diagonalen sind  
orthogonal zu einander.



Die Diagonalen sind gleich lang.

# Fazit

Die zu einer Eigenschaft gehörende Folie enthält den Repräsentanten einer Familie, wenn alle Familienmitglieder die Eigenschaft haben – sonst nicht.

# Reichhaltigkeit

9 Familien – 3 Eigenschaften

27 Denkprozesse in 90  
Sekunden.

# Impuls 2

Zeichne mit PAINT zu einer selbstgewählten Eigenschaft die zugehörige Folie.

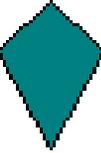
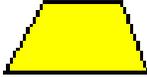
Probleme:

Keine Folie soll doppelt auftreten.

Keine Eigenschaft soll doppelt auftreten.

# Lösung des Problems

Eine Diagonale des Vierecks ist Symmetrieachse.

						
1	0	1	0	1	0	42

Charakteristische Zahl: 42

# Schlussfolgerungen

- Die charakteristischen Zahlen sind Elemente der Menge  $\{ 0; 1; \dots; 63 \}$ .
- Es gibt höchstens 64 charakteristische Zahlen.
- Zwei Eigenschaften mit gleicher charakteristischer Zahl sind äquivalent.

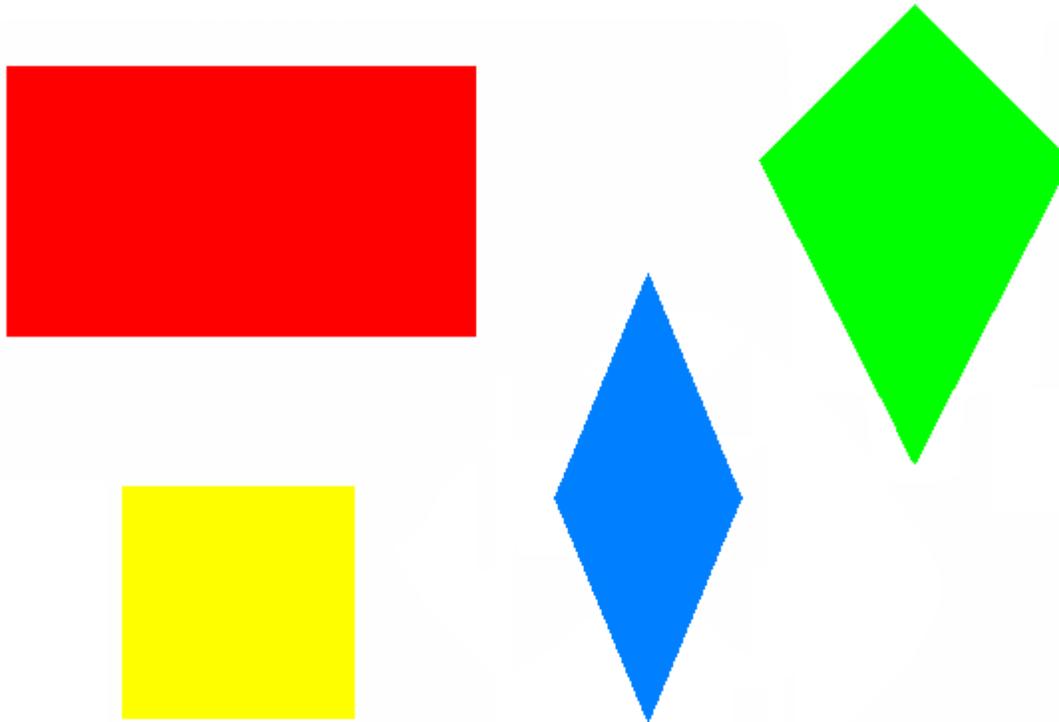
# Äquivalente Eigenschaften

- Die Diagonalen des Vierecks halbieren sich.
- Die Diagonalen zerlegen das Viereck in vier flächengleiche Dreiecke.
- Das Viereck ist punktsymmetrisch.
- Gegenüber liegende Seiten des Vierecks sind parallel zueinander.
- Gegenüber liegende Innenwinkel des Vierecks sind gleich groß.

# Fazit

Es gibt höchstens 64 verschiedene Eigenschaften der Vierecksfamilien.

Welche Eigenschaft gehört zu dieser Folie?



Das Viereck ist achsensymmetrisch.

Welche Eigenschaft gehört zu dieser Folie?



Antwort: keine

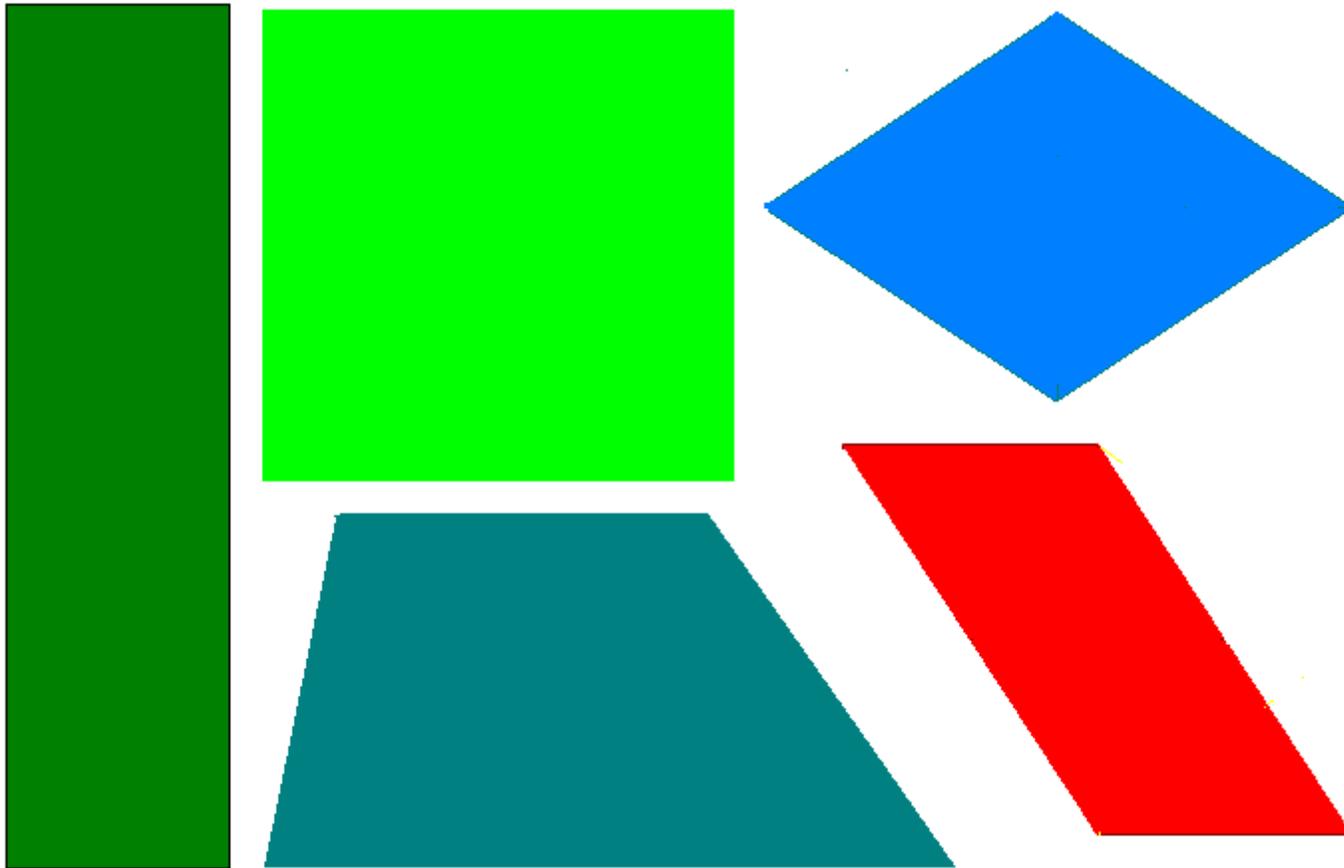
# Folgerung

Es gibt weniger als 64 Eigenschaften der Vierecksfamilien.

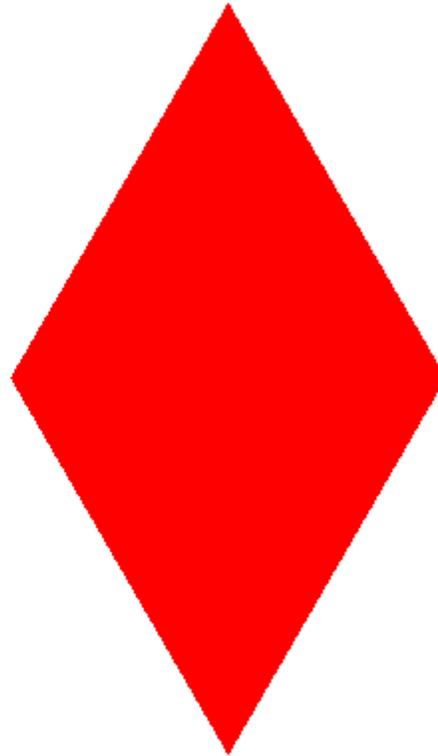
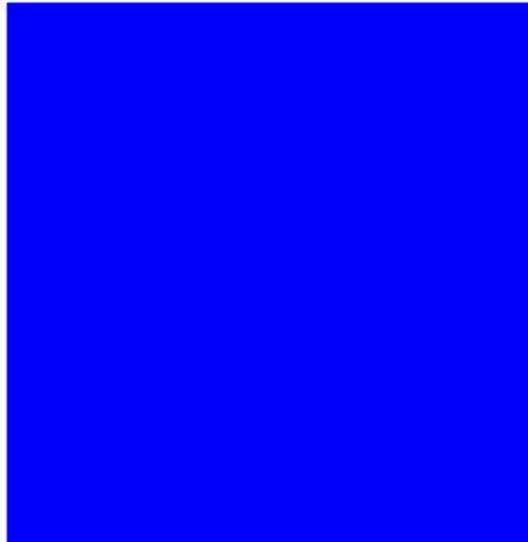
# Hauptsatz

Es gibt genau 11 Eigenschaften.

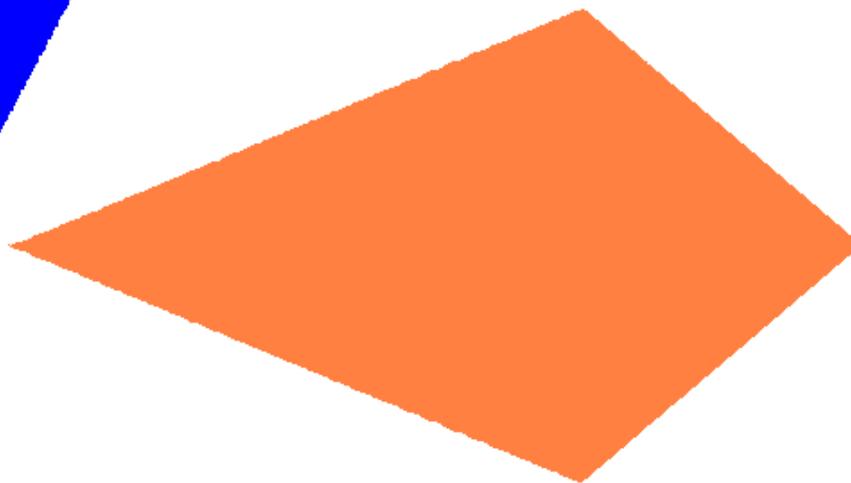
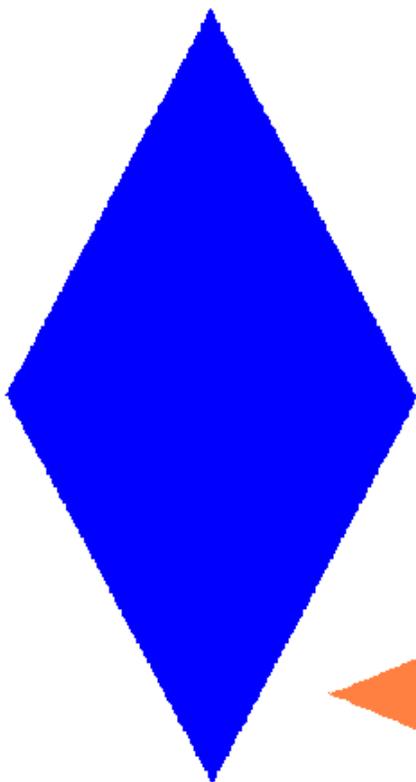
1. Das Viereck hat ein Paar paralleler Seiten.



2. Die Seiten des Vierecks sind gleich lang.

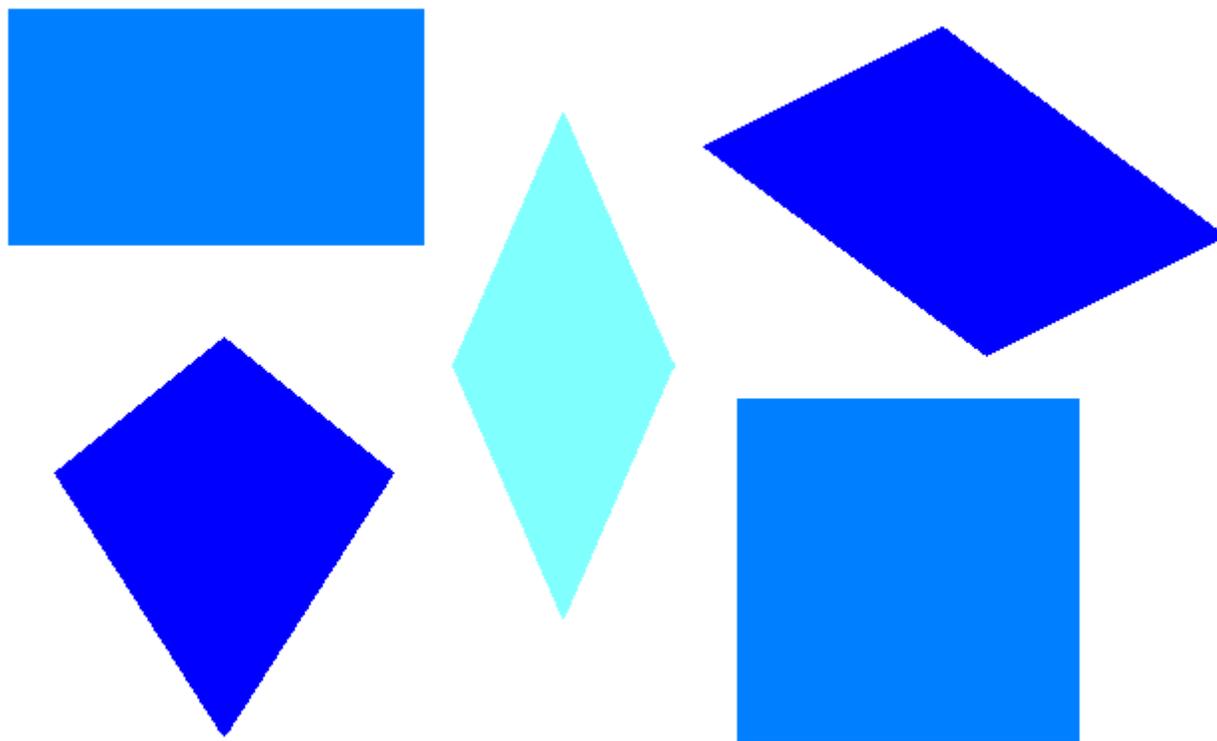


3. Die Diagonalen sind orthogonal zu einander.



4. Die Summe der Innenwinkelmaße des Vierecks ist  $361^\circ$ .

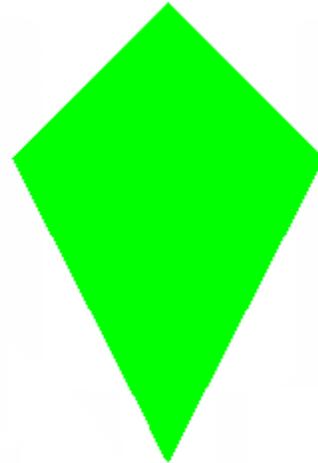
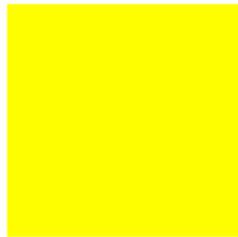
5. Eine Diagonale des Vierecks halbiert die andere.



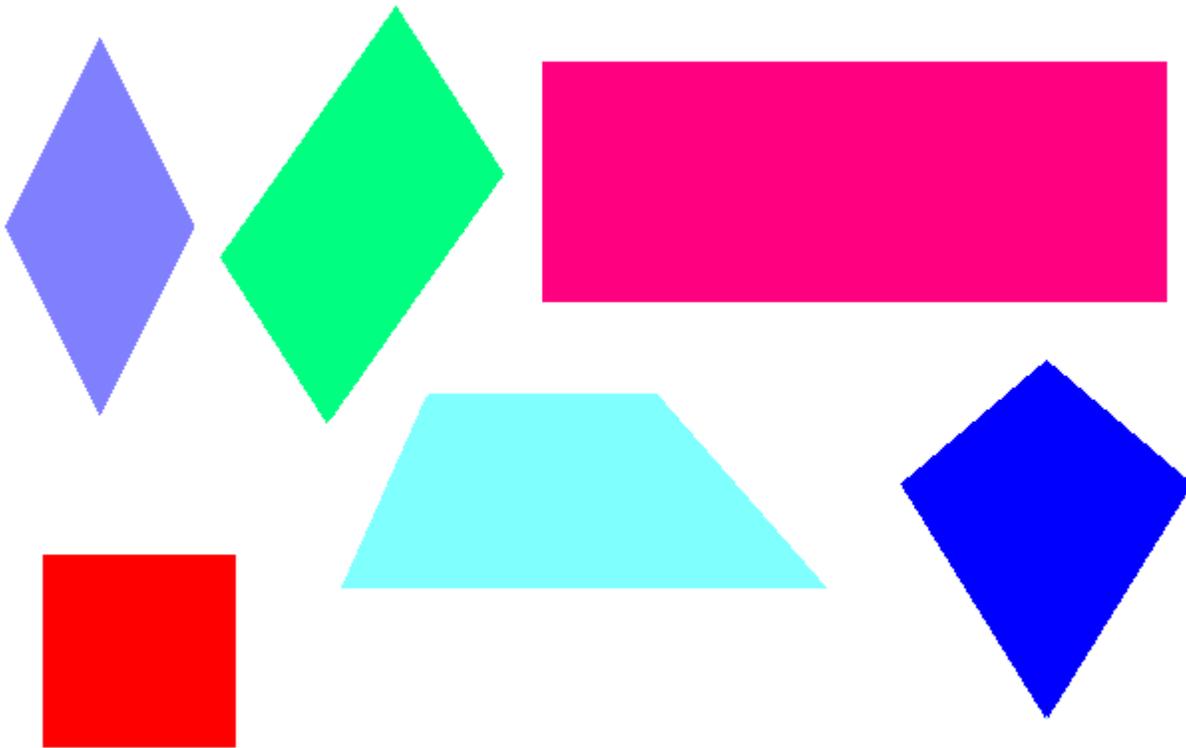
6. Die Seiten des Vierecks sind gleich lang und die Innenwinkelmaße sind gleich groß.



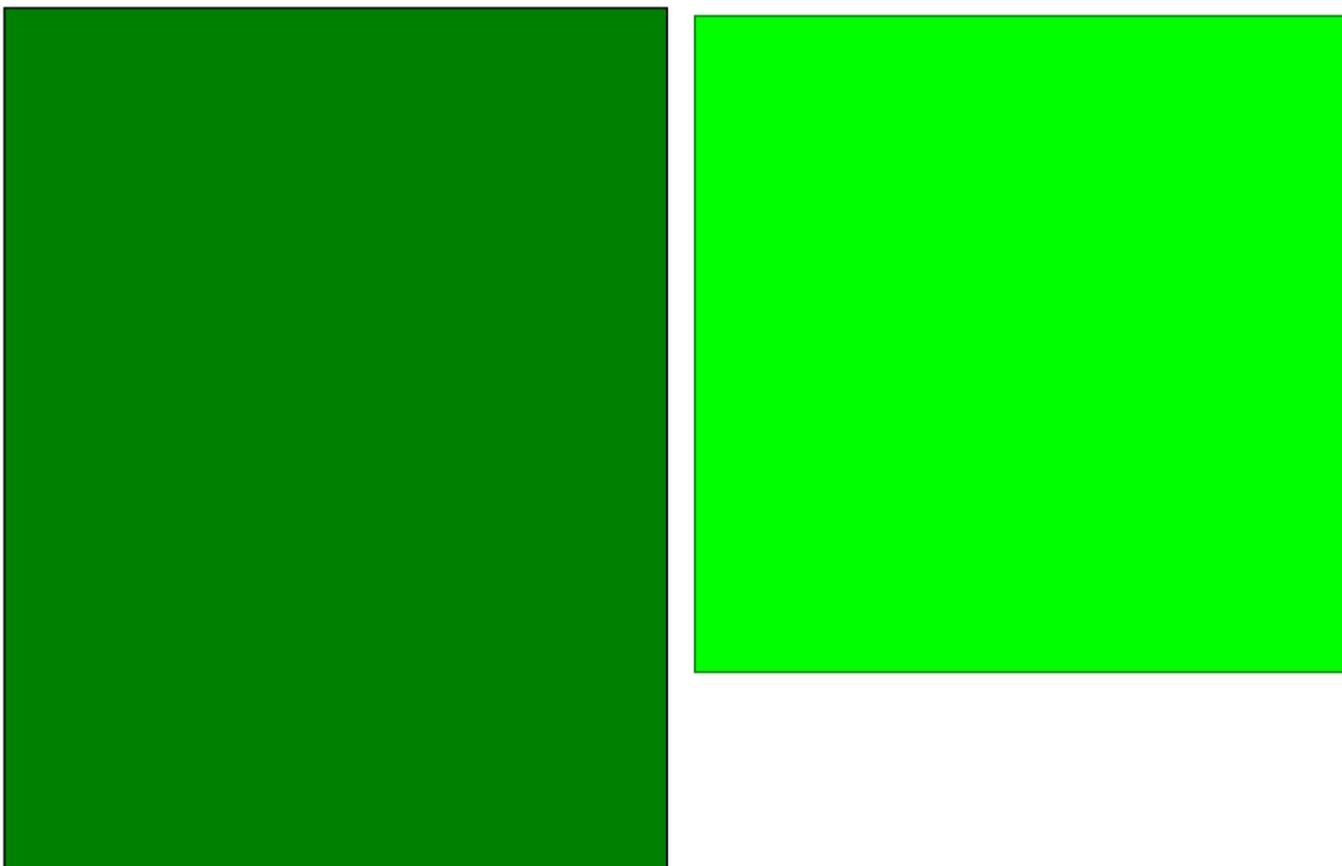
7. Das Viereck ist achsensymmetrisch.



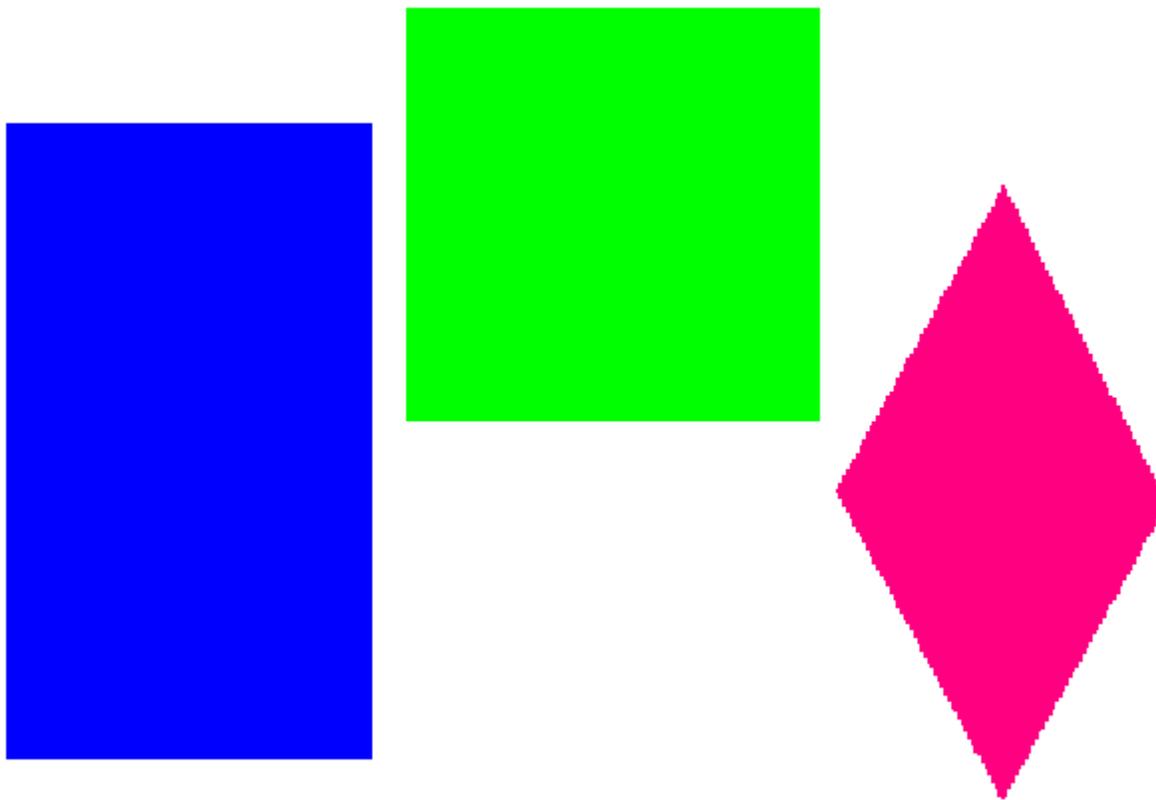
8. Das Viereck hat vier Seiten.



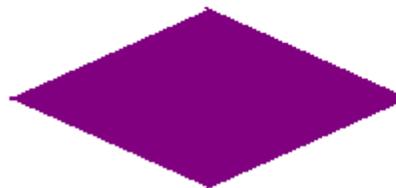
9. Die Innenwinkel des Vierecks sind gleich groß.



10. Das Viereck hat 2 Symmetrieachsen.



11. Gegenüberliegende Innenwinkel sind gleich groß.



# Unterrichtseinsatz



# 1. Quiz

- PP-Präsentation
- AB mit 11 Eigenschaften
- 30 Sekunden pro Folie - 5,5 Minuten
- 35 Familien – 11 Eigenschaften
- 385 Denkvorgänge

## 2. Eigenschaften erfinden

- Impuls: Denke Dir 5 Eigenschaften aus und berechne jeweils die charakteristische Zahl.
- Systematische Sammlung der Eigenschaften.
- Vergleich von Eigenschaften gleicher charakteristischer Zahl.

# 3. Eigenschaften suchen

- Impuls: Finde möglichst viele Eigenschaften mit verschiedenen charakteristischen Zahlen.
- Notiere alle wichtigen Erkenntnisse, die Du bei der Suche gewonnen hast.

## 4. Verwandte Eigenschaften

- Die **Diagonalen** des Vierecks sind gleich lang.
- Die **Diagonalen** des Vierecks sind orthogonal zueinander.
- Die **Diagonalen** des Vierecks halbieren sich.
- Eine **Diagonale** des Vierecks halbiert die andere.
- u.s.w.

# Diagnose von Fehlvorstellungen

Zeichne die Folie zu folgender  
Eigenschaft:

Das Viereck hat unterschiedlich  
lange Seiten.

Die Folie ist leer.

Individualeigenschaften und  
Familieneigenschaften werden  
nicht getrennt.

## Individualeigenschaft:

$E(V)$ :

Das Viereck hat unterschiedlich lange Seiten.

## Familieneigenschaft:

$\forall V \in RE : E(V)$

Alle Rechtecke haben unterschiedlich lange Seiten.

# Sprachliches Problem

## Umgangssprache

Ein Rechteck hat unterschiedlich lange Seiten.

## Mathematische Sprache

Alle Rechtecke haben unterschiedlich lange Seiten.

# Leitmotivischer Denkansatz

- Einfacher Arbeitsauftrag
- Einfache aber reichhaltige Lernumgebung
- Wissenschaftliches Arbeiten
- Differenzierend
- Langfristiges Arbeiten an der gleichen Idee
- Entdecken von Phänomenen
- Selbstorganisiertes Lernen

Beispiel für einen weiteren  
leitmotivischen Denkansatz

# Einfacher Arbeitsauftrag

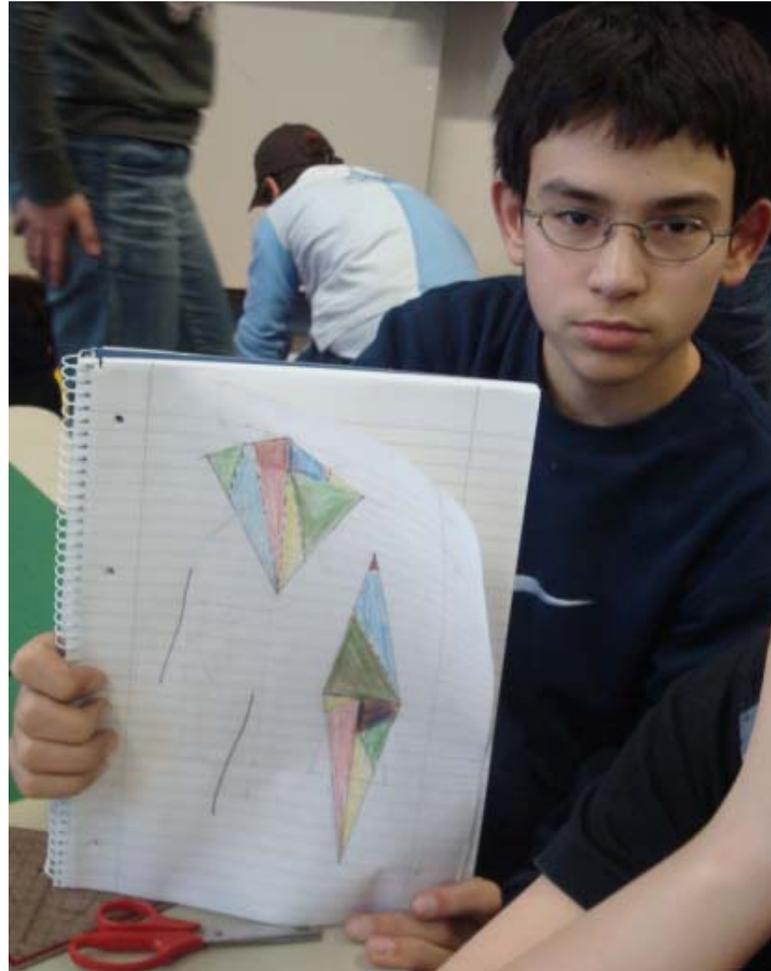
Zeichne ein allgemeines Viereck einer Familie und zerlege es so in Teile, dass diese sich zu einem allgemeinen Viereck einer anderen Familie zusammensetzen lassen.

Der Flächeninhalt der Vierecke soll zwischen  $80\text{cm}^2$  und  $100\text{cm}^2$  betragen.

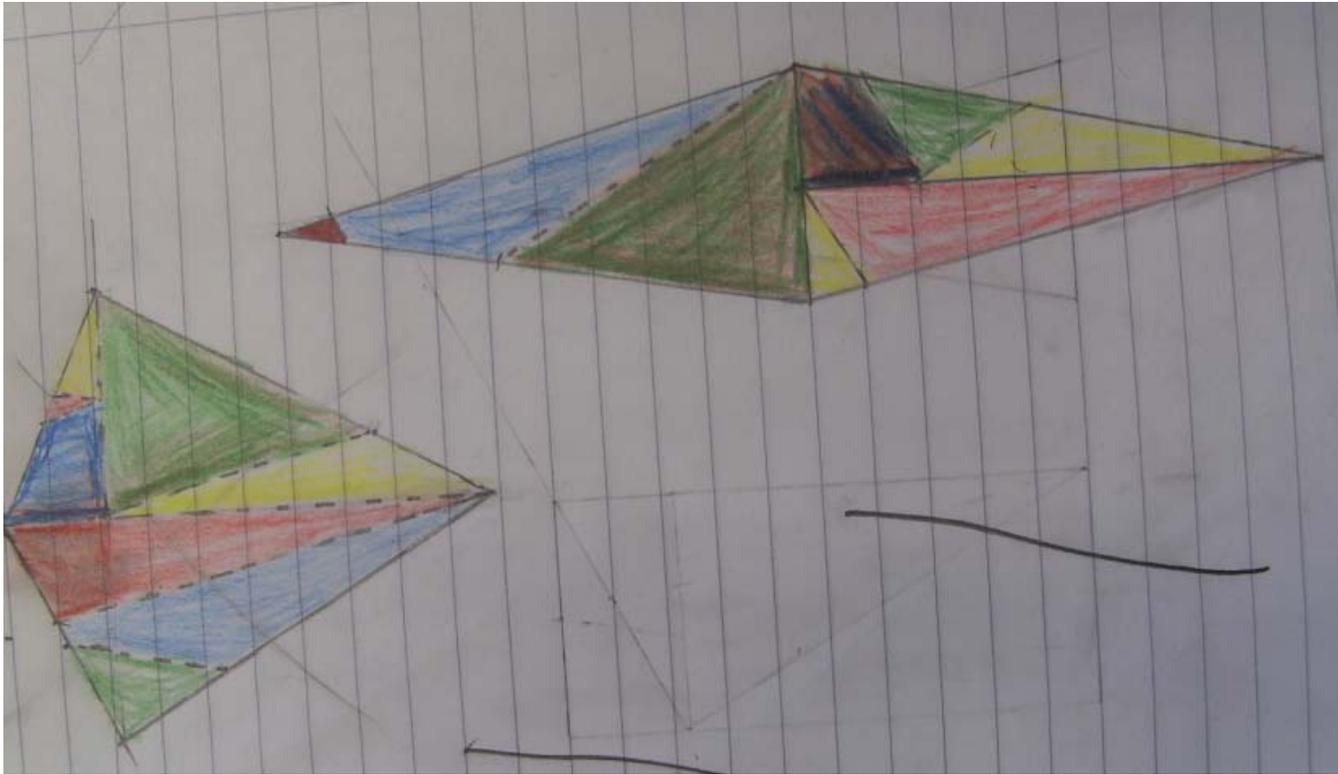
# Einfache aber reichhaltige Lernumgebung

	Quadrat	Rechteck	Parallelogramm	Raute	Drachen	Trapez
Quadrat	1	2	2	3	3	2
Rechteck		1	2	3	2	2
Parallelogramm		2	1	5	2	2
Raute		2	2	1	2	3
Drachen		3	2	8	1	4
Trapez		3	4	6	5	1

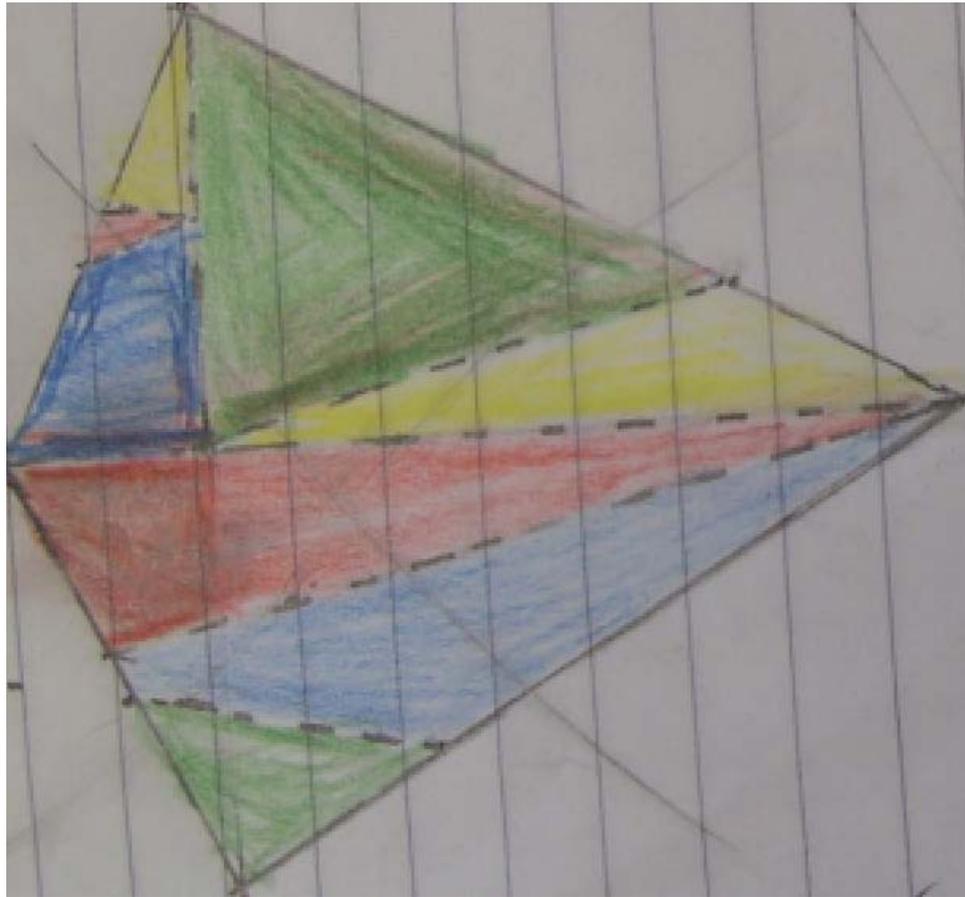
# Wissenschaftliches Arbeiten



# Wissenschaftliches Arbeiten

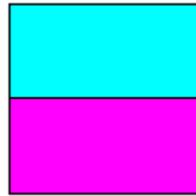


# Wissenschaftliches Arbeiten

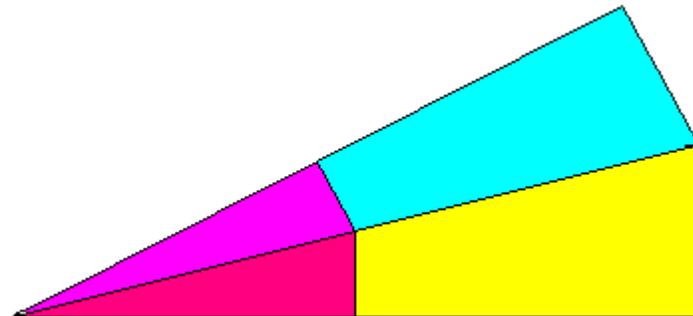
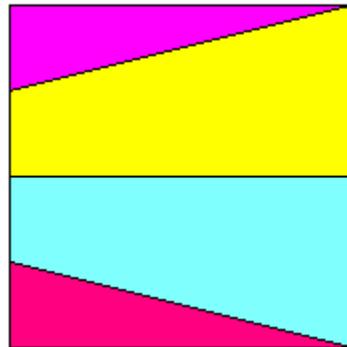


# Differenzierend

Einfach



Schwierig



# Langfristiges Arbeiten an der gleichen Idee



# Langfristiges Arbeiten an der gleichen Idee



# Selbstorganisiertes Lernen

13.2.08

Mathefachtag

Rechteck in Trapez

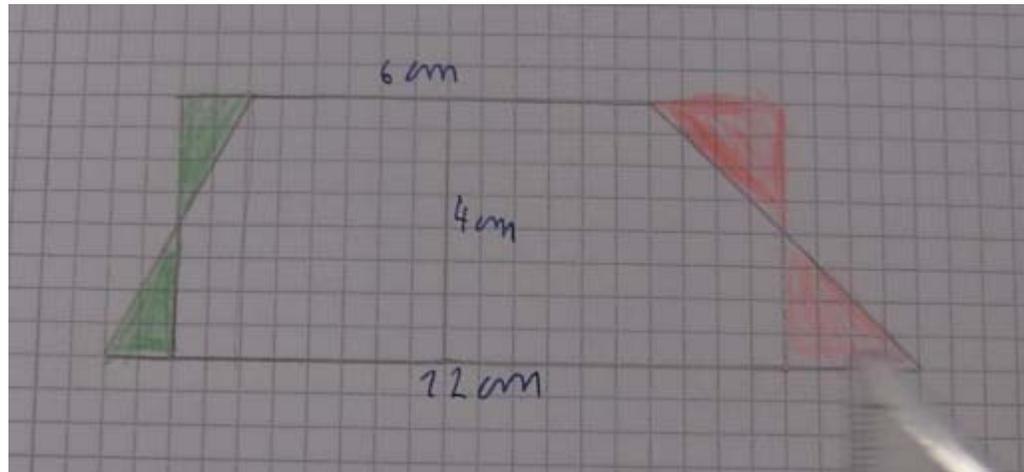
The diagram consists of two parts. The top part shows a rectangle with a dashed diagonal line. The right vertical side is labeled '4cm'. The bottom horizontal side is labeled '9cm'. The bottom part shows a trapezoid with a vertical height line labeled 'ha'. The bottom base is labeled 'a' and the top base is labeled 'b'. To the right of the trapezoid, the following values are listed:

$a = 12,5 \text{ cm}$   
 $h = 4 \text{ cm}$   
 $b = 5,5 \text{ cm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h_a = 36$

Trapez in Rechteck

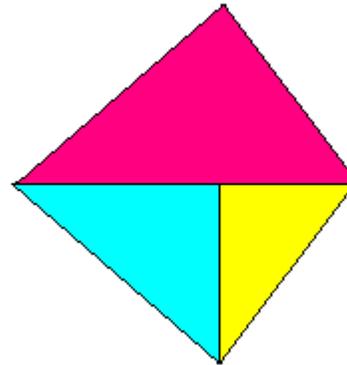
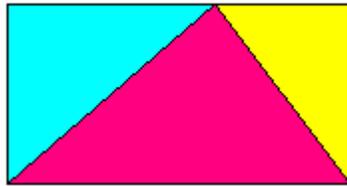
# Selbstorganisiertes Lernen



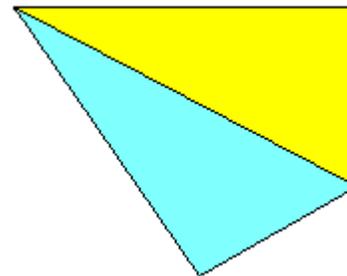
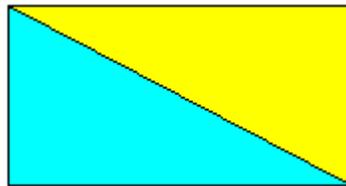
# Entdecken von Phänomenen

# Rechteck - Drachen

1. Lösung

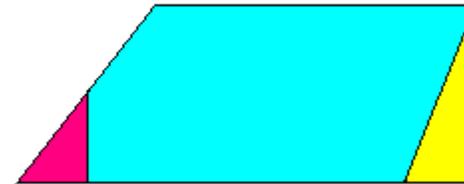
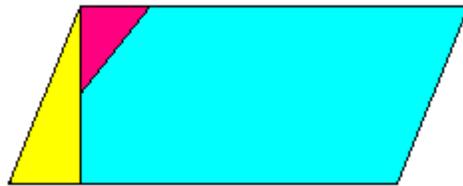


2. Lösung

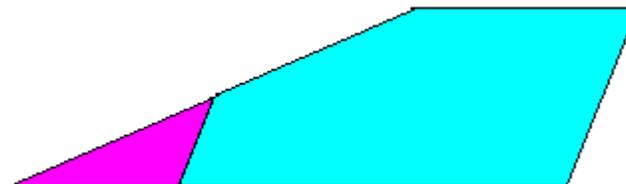


# Parallelogramm - Trapez

1. Lösung

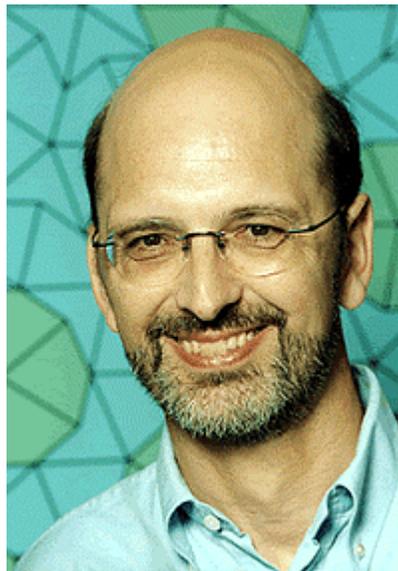


2. Lösung



# Schlussbemerkungen

# Albrecht Beutelispacher



Nur 5 Prozent der Schulmathematik  
ist Mathematik.

Forschendes Arbeiten macht Spaß.



Forschendes Arbeiten ist leicht.



Forschendes Arbeiten ist kreativ.



# Forschendes Arbeiten stärkt das Gruppengefühl.



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.

