Der größte Term

Du hast drei Zahlen x, y und z zur Verfügung sowie die Zeichen +, ×, –, : und Klammern (). Bilde damit Rechenausdrücke. Mit welchem Term erhältst Du jeweils das größte Ergebnis?

x	y	z	erster Term	Wert	zweiter Term	Wert
1	2	3				
2	3	4				
1	1	1				
2	2	2				
0,1	3	4				
0,1	0,01	4				
0,1	0,2	0,4				
0,1	0,01	0,001				

2*a* oder a^2

Welcher Term ist größer, $a+a$ oder $a \cdot a$?

der größte Term – differenzierende Arbeitsaufträge / Variation der Aufgabenstellung

- Probiere weitere Werte für *x*, *y* und *z* aus. (negative Werte!)
- Formuliere allgemeine Regeln, wie Du vorgehen musst, um jeweils den größten Term zu finden.
- Beschränke Dich auf + und ×, bilde Ausdrücke ohne Klammern.
- Beschränke Dich auf + und ×, auch Klammern dürfen auftreten.
- Beschränke Dich auf + und × ohne Klammern, aber mit ² (Quadrieren).
- Außer den Zeichen +, ×, –, : und Klammern () darfst Du auch ² quadrieren.

der größte Term – didaktische Anmerkungen

Es ist günstig, mit dem vollen Programm von vier Rechenzeichen und Klammern zu beginnen. Eine Einschränkung wie im zweiten oder dritten Spiegelstrich gleich zu Beginn macht aus dem Problem schon fast wieder eine reine Rechenaufgabe und verwässert die Schwierigkeit mit Zahlen zwischen 0 und 1. Verwendet man die Variationen 2. und 3. anschließend, nach dem Lösen des Teilproblems, ist dies eine erneute Herausforderung.

Es ist nicht schlimm (eher erwünscht), wenn ein Großteil der Schülerinnen und Schüler die günstigsten Lösungen für Zahlen zwischen 0 und 1 zunächst übersieht. Das didaktische Entschärfen und das Bestreben, immer alles Notwendige bereitstellend zu unterrichten, machen aus der spannenden Fragenstellung eine langweilige Pflichtaufgabe. Die „Fehler“, also nicht so optimaler Einsatz der Zahlen im Term, gehören bei dieser Aufgabe zum entdeckenden Lernen und führen eben zum zweiten oder dritten Platz. Auch Rechenfehler werden im sportlichen Wettbewerb um den größten Wert des Terms im Sinne eines vernünftigen „Fehlerkultur“ ganz nüchtern betrachtet: Das ist nach den Rechenregeln nicht möglich; damit kannst Du keine Platzierung beanspruchen.

In einigen Zeilen der Tabelle werden erste oder zweite Plätze mehrfach besetzt. Zu Teil liegt dies an der Gleichheit von Zahlen wie z.B. $2 \cdot 2 = 2 + 2$. Zum Teil liegt es an der Gleichheit von Termen wie z.B. $(y \cdot z) : x = (y : x) \cdot z = (z : x) \cdot y$.

2*a* oder a^2 – didaktische Anmerkungen

Welcher Term ist größer, $a + a$ oder $a \cdot a$? Diese scheinbar banale Aufgabe ist für einen großen Teil unserer Schülerinnen und Schüler leider gar nicht so banal. Eher werden Termumformungen beherrscht wie $a + a = 2a$ oder $a \cdot a = a^2$, die aber beim Beantworten der Frage nichts nützen. Vorstellungen über die Bedeutung von Termen fehlen, weil wir Lehrkräfte sie nicht ausreichend entwickeln. Im Unterricht wie im Lehrbuch kommen Übungen zum Einsetzen von Werten, zum Aufstellen einfacher Terme zu selten vor, meist als Aufgabe 1). Mischt man so etwas öfter – und zwar immer wieder – unter das Aufgabenmaterial, ist die Aufgabe leicht. Ganz klare Vorstellungen über die Bedeutung von Termen zu haben und Aussagen und Begründungen formulieren zu können ist eine wichtige Grundlage der Algebra und derzeit keineswegs selbstverständlich.

Der größte Term – Lösungen der Grundaufgabe

Du hast drei Zahlen *x*, *y* und *z* zur Verfügung sowie die Zeichen +, ×, –, : und Klammern (). Bilde damit Rechenausdrücke. Mit welchem Term erhältst Du jeweils das größte Ergebnis?

x	y	z	erster Term	Wert	zweiter Term	Wert
1	2	3	$(x+y)\cdot z$	**9**	$y\cdot(x+z)$	**8**
2	3	4	$x\cdot y\cdot z$	**24**	$(x+y)\cdot z$	**20**
1	1	1	$x+y+z$	**3**	$x+y\cdot z$ etc.	**2**
2	2	2	$x\cdot y\cdot z$ und $(x+y)\cdot z$ etc.	**8**	$x+y+z$ und $x+y\cdot z$ etc.	**6**
0,1	3	4	$(y\cdot z):x$ etc.	**120**	$(x+y)\cdot z$	**12,4**
0,1	0,01	4	$z:(x\cdot y)$ etc.	**4000**	$z:y+x$	**400,1**
0,1	0,2	0,4	$z:(x\cdot y)$ etc.	**20**		
0,1	0,01	0,001	$x:(y\cdot z)$	**1000**		

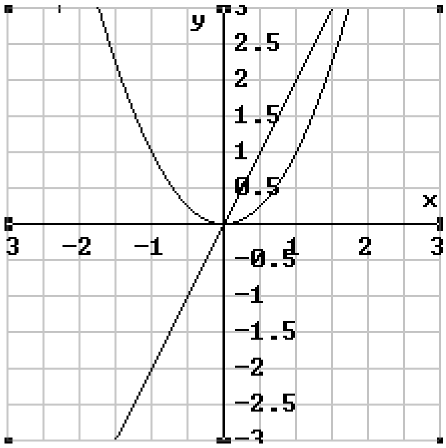
2*a* oder *a*² – Lösungshinweise

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Frage zu beantworten:

• eine Wertetabelle aufstellen

• eine Graphik anfertigen

a	–3	–2	–1	0	1	2	3
$2a$	–6	–4	–2	0	2	4	6
a^2	9	4	1	0	1	4	9



• gezielt nach den Werten suchen, für die beide Terme den gleichen Wert haben. Dies sind $a=0$ und $a=2$. Zwischen 0 und 2 ist der Term $2a$ größer. Für negative Werte von a ist a^2 größer, weil das Quadrat einer rationalen bzw. reellen Zahl immer positiv ist, während in diesem Bereich $2a$ negativ wird. Wenn $a>2$ ist, wird a^2 größer als $2a$.