

MATHE 364

12.04. eine ältere MSA-Aufgabe zum Modellieren mit Funktionen

a) Lies die Aufgabe „Vertretungsplan-App“ – jetzt noch nicht bearbeiten!

B3: Funktionen

Vertretungsplan-App

Paul und Janine programmieren eine App für den Vertretungsplan an ihrer Schule. Nach einem Tag nutzen sechs Schülerinnen und Schüler die App. An den darauffolgenden Tagen verdreifacht sich die Zahl täglich, so dass die App schon am vierten Tag von 162 Nutzern verwendet wird.

1 a) Mit Hilfe einer Tabelle wollen Paul und Janine sich einen Überblick verschaffen:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
0	2
1	6
2	
3	
4	162

Ergänze die fehlenden Anzahlen der Nutzer.

1 b) Die beiden überlegen, mit welcher Funktion man dieses Wachstum darstellen kann. Sie haben zwei Vermutungen: $f_1(x) = 2 \cdot 2^x$ und $f_2(x) = 3 \cdot 3^x$.

Dabei steht x für die Anzahl der Tage seit dem Upload der App.

Zeige, dass beide Funktionsterme nicht richtig sind.

2 a) Die tatsächliche Funktion für die ersten vier Tage lautet $f(x) = 2 \cdot 3^x$.

Paul behauptet: „Wenn das so weitergeht, haben wir bald 10 000 Nutzer.“

Berechne, nach wie vielen Tagen mehr als 10 000 Nutzer zu erwarten wären.

2 b) Am fünften und sechsten Tag nimmt die Anzahl jeweils nur um 170 zu.

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
4	162
5	
6	

Ergänze die Tabelle.

2 c) Für den fünften und sechsten Tag lässt sich die Entwicklung der Nutzerzahlen durch eine lineare Funktion der Form $g(x) = m \cdot x + b$ beschreiben. Dabei ist $g(4) = 162$.

Erläutere, welche Bedeutung $m = 170$ in diesem Zusammenhang hat.

Berechne den Achsenabschnitt b .

... weiter auf der nächsten Seite

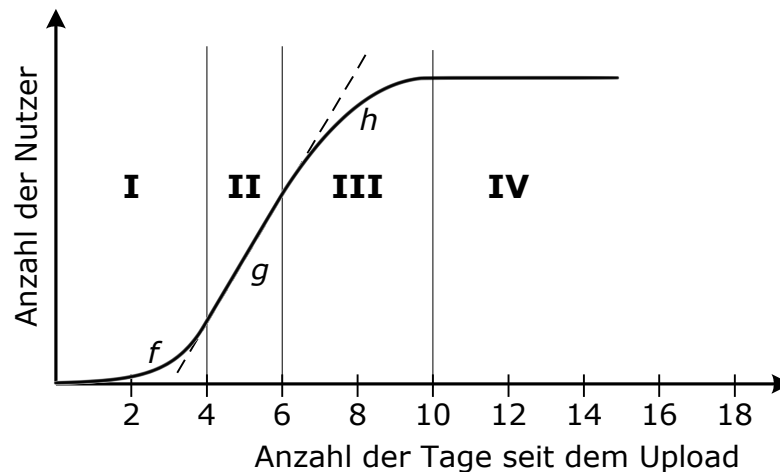
B3: Funktionen

Vertretungsplan-App

3 a) In der Realität können weder die exponentielle noch die lineare Zunahme der Nutzerzahlen die Situation auf Dauer richtig beschreiben.

Nenne einen Grund dafür.

3 b) Der abgebildete Graph stellt die Zunahme der Nutzerzahlen realistischer dar. Man kann vier Abschnitte unterscheiden:



- | | | |
|-------------|--------------------------------|-------------------------------|
| I: | Uploadzeitpunkt bis zum 4. Tag | f , exponentielle Zunahme |
| II: | 4. Tag bis zum 6. Tag | g , lineare Zunahme |
| III: | 6. Tag bis zum 10. Tag | h , parabelförmiger Verlauf |
| IV: | ab dem 10. Tag. | |

Interpretiere den Verlauf des Graphen ab dem 10. Tag.

(4) Für den Zeitraum vom 6. Tag bis zum 10. Tag kann der weitere Verlauf des Graphen durch $h(x) = -20x^2 + 400x - 1178$ beschrieben werden.

4 a) **Skizziere** die Parabel.

4 b) **Zeige**, dass die Parabel ihren Scheitelpunkt an der Stelle $x = 10$ hat.

Berechne, wie viele Nutzer am 10. Tag zu erwarten sind.

b) In der Lesezeit darfst du die Komplexaufgabe nicht bearbeiten, aber du darfst unterstreichen, markieren, einkringeln und mit Bleistift Stichworte notieren.

Notiere zu jeder Teilaufgabe *ein einziges* Stichwort *oder eine einzige* Frage.

c) Es sind 15 Bewertungspunkte zu vergeben. Dazu hat MATHE_364 diese echte Prüfungsaufgabe aus dem MSA 2017 geringfügig gekürzt.

Gib für alle Teilaufgaben **an**, wie Bewertungspunkte deiner Ansicht nach hier maximal erreicht werden können.

Zeichne eine Trennlinie zwischen Pflicht- und Wahlteil **ein**.

a) Lies die Aufgabe „Vertretungsplan-App“ – jetzt noch nicht bearbeiten! ✓

Die gesamte Aufgabe ohne Unterbrechungen zunächst nur zu lesen ist eine wichtige Übung für die sinnvolle Nutzung der Lesezeit in der echten Prüfung.

B3: Funktionen

Vertretungsplan-App

Paul und Janine programmieren eine App für den Vertretungsplan an ihrer Schule. Nach einem Tag nutzen sechs Schülerinnen und Schüler die App. An den darauffolgenden Tagen verdreifacht sich die Zahl täglich, so dass die App schon am vierten Tag von 162 Nutzern verwendet wird.

1 a) Mit Hilfe einer Tabelle wollen Paul und Janine sich einen Überblick verschaffen:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
0	2
1	6
2	
3	
4	162

Verdreifachen

Ergänze die fehlenden Anzahlen der Nutzer.

2 P.

1 b) Die beiden überlegen, mit welcher Funktion man dieses Wachstum darstellen kann. Sie haben zwei Vermutungen: $f_1(x) = 2 \cdot 2^x$ und $f_2(x) = 3 \cdot 3^x$.

Dabei steht x für die Anzahl der Tage seit dem Upload der App.

Zeige, dass beide Funktionsterme nicht richtig sind.

2 P.

Startwert 2 verdreifacht?

2 a) Die tatsächliche Funktion für die ersten vier Tage lautet $f(x) = 2 \cdot 3^x$.

Paul behauptet: „Wenn das so weitergeht, haben wir bald 10 000 Nutzer.“

Berechne, nach wie vielen Tagen mehr als 10 000 Nutzer zu erwarten wären.

Probieren? Gleichung lösen?

2 P.

2 b) Am fünften und sechsten Tag nimmt die Anzahl jeweils nur um 170 zu.

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
4	162
5	
6	

+ 170

Ergänze die Tabelle.

2 P.

2 c) Für den fünften und sechsten Tag lässt sich die Entwicklung der Nutzerzahlen durch eine lineare Funktion der Form $g(x) = m \cdot x + b$ beschreiben. Dabei ist $g(4) = 162$.

Steigung

Erläutere, welche Bedeutung $m = 170$ in diesem Zusammenhang hat.

1 P.

Berechne den Achsenabschnitt b . rückwärts bis $x = 0$

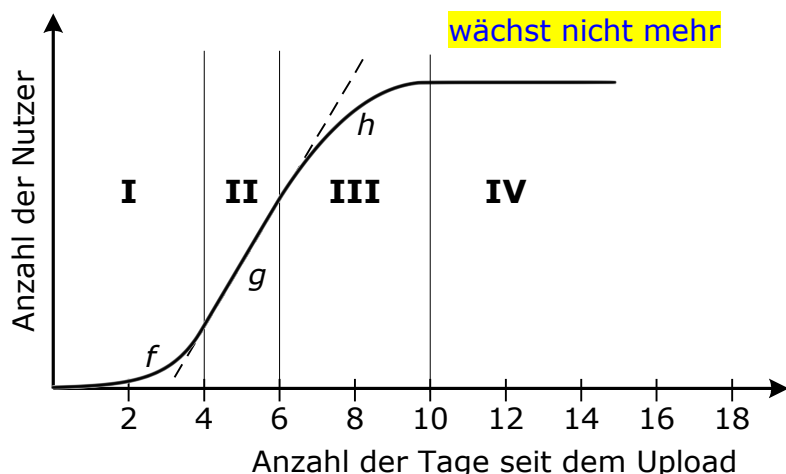
1 P.

... weiter auf der nächsten Seite

3 a) In der Realität können weder die exponentielle noch die lineare Zunahme der Nutzerzahlen die Situation auf Dauer richtig beschreiben.

Nenne einen Grund dafür. **höchstens bis zur Schülerzahl** 1 P.

3 b) Der abgebildete Graph stellt die Zunahme der Nutzerzahlen realistischer dar. Man kann vier Abschnitte unterscheiden:



- | | | |
|-------------|--------------------------------|-------------------------------|
| I: | Uploadzeitpunkt bis zum 4. Tag | f , exponentielle Zunahme |
| II: | 4. Tag bis zum 6. Tag | g , lineare Zunahme |
| III: | 6. Tag bis zum 10. Tag | h , parabelförmiger Verlauf |
| IV: | ab dem 10. Tag. | |

Interpretiere den Verlauf des Graphen ab dem 10. Tag. 1 P.

(4) Für den Zeitraum vom 6. Tag bis zum 10. Tag kann der weitere Verlauf des Graphen durch $h(x) = -20x^2 + 400x - 1178$ beschrieben werden.

4 a) Skizziere die Parabel. **Öffnung nach unten** 1 P.

4 b) Zeige, dass die Parabel ihren Scheitelpunkt an der Stelle $x = 10$ hat.

Scheitelpunktsform mit $(x - 10)$

Berechne, wie viele Nutzer am 10. Tag zu erwarten sind. 2 P.

Wert für $x = 10$

b) In der Lesezeit darfst du die Komplexaufgabe nicht bearbeiten, aber du darfst unterstreichen, markieren, einkringeln und mit Bleistift Stichworte notieren.

Notiere zu jeder Teilaufgabe *ein einziges Stichwort oder eine einzige Frage*.

individuelle Lösungen, Beispiele siehe gelb markierte Stichworte

c) Es sind 15 Bewertungspunkte zu vergeben. Dazu hat MATHE_364 diese echte Prüfungsaufgabe aus dem MSA 2017 geringfügig gekürzt.

Gib für alle Teilaufgaben **an**, wie Bewertungspunkte deiner Ansicht nach hier maximal erreicht werden können. *siehe blaue Eintragungen (Lösungsbeispiel)*

Zeichne eine Trennlinie zwischen Pflicht- und Wahlteil **ein**. *siehe rote Linie*