

MATHE 364

19.04. B2: Stereometrie im MSA-Übungsheft 2022

- a) **Bearbeite** die Aufgabe 'Münzen'! Nutze dabei deine Notizen aus der Lesezeit bzw. aus der Musterlösung vom 18.04..
Notiere deine Bearbeitungszeit für die einzelnen Teilaufgaben.
- b) **Vergleiche** deine Lösungen mit der Musterlösung (siehe heutige Lösungen).

B2 Stereometrie

Münzen

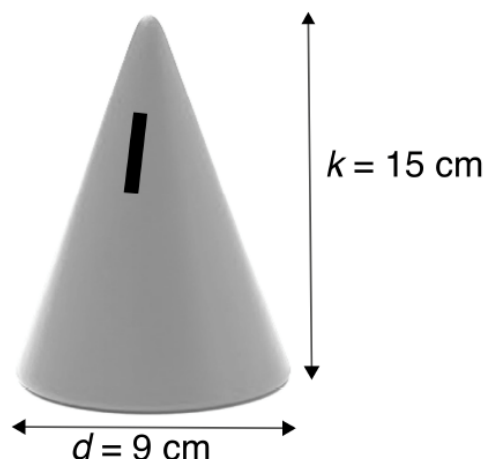
Eine Münze kann, etwas vereinfacht, als Zylinder angesehen werden.

	5-Cent-Münze	1-Cent-Münze
Radius in mm	$r_5 = 10,625$	$r_1 = 8,125$
Umfang in mm	$u_5 \approx 66,76$	
Höhe in mm	$k_5 = 1,67$	$k_1 = 1,67$
Masse in g	$m_5 = 3,92$	$m_1 = 2,30$

- (1) **Ergänze** den fehlenden Wert in der Tabelle.

...../1 P.

- (2) Mira sammelt 1-Cent-Münzen in einer kegelförmigen Spardose (siehe Abb.). Sie überlegt, wie viele Euro sie wohl schon gespart hat.



- a) **Zeige** durch eine Rechnung, dass das Volumen der Spardose nicht für 10 € in 1-Cent-Münzen ausreicht.

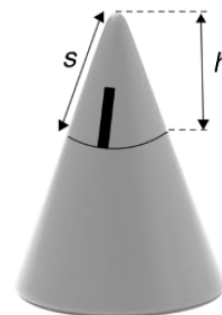
...../3 P.

B2 Stereometrie

Münzen

- b) Tatsächlich ist die Spardose nur bis zum unteren Rand der Öffnung mit 1-Cent-Stücken gefüllt. Mira misst die Größen s und h , um den ungefähren Wert ihrer Sammlung berechnen. Ihr erster Rechenschritt lautet:

$$\pi \cdot (s^2 - h^2)$$



Gib an, was Mira mit diesem Term berechnet:

- ☐ die Länge der eingezeichneten schwarzen Kreislinie
- ☐ den Flächeninhalt eines Kreises
- ☐ das Volumen des Kegels, der nicht mit Münzen gefüllt ist

und **nenne** einen möglichen nächsten Schritt.

/2 P.

- (3) Mira liest im Internet einen Artikel über Münzen.

unpraktisch – schwer – teuer 1-Cent-Münzen abschaffen!

Allein im Jahr 2019 wurden in Deutschland 1-Cent-Münzen mit einem Gesamtgewicht von 821 t hergestellt. Das entspricht einer Kaufkraft von 3,57 Millionen Euro. Die deutschen 5-Cent-Münzen aus demselben Jahr hatten mit 791 t ein geringeres Gesamtgewicht als die 1-Cent-Münzen, ihre Kaufkraft war aber erheblich höher.

- a) Um die Angaben aus dem Artikel zu überprüfen, entnimmt Mira ihrer Sammlung 1-Cent-Münzen im Wert von 3,57 € und wiegt diese.

Berechne die Gesamtmasse dieser Münzen.

/1 P.

- b) Nun möchte Mira herausfinden, wie viele Millionen Euro die deutschen 5-Cent-Münzen aus dem Jahr 2019 wert waren. Sie rechnet:

$$791 : 3,92 \cdot 0,05.$$

Begründe, dass Miras Term geeignet ist.

/2 P.

Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (4) 1-Cent-Münzen und 5-Cent-Münzen unterscheiden sich in ihrer Größe. Mira zeichnet zur Verdeutlichung einen Kreis um eine 5-Cent-Münze (Abb. 1) und legt eine 1-Cent-Münze hinein (Abb. 2).



Abb. 1



Abb. 2

- a) **Zeige** durch eine Rechnung, dass die 1-Cent-Münze weniger als 60 % der Kreisfläche abdeckt.

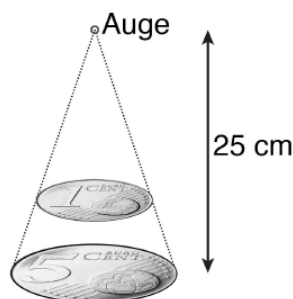
/2 P.

- b) Mira vergleicht auch die Durchmesser der Münzen. Sie stellt fest, dass der Durchmesser der 1-Cent-Münze mehr als 75 % des Durchmessers von der 5-Cent-Münze beträgt.

Begründe, warum sich die Prozentangaben bei dem Durchmesser und der Fläche deutlich unterscheiden.

/2 P.

- c) Mira schaut aus einer Höhe von 25 cm auf eine 5-Cent-Münze. Sie hält eine 1-Cent-Münze so in das Blickfeld, dass die 5-Cent-Münze gerade nicht zu sehen ist.



Berechne den Abstand von der 1-Cent-Münze zum Auge.

/2 P.

a) Bearbeite die Aufgabe 'Münzen'! Nutze dabei deine Notizen aus der Lesezeit bzw. aus der Musterlösung vom 18.04.. ✓

Notiere deine Bearbeitungszeit für die einzelnen Teilaufgaben.

individuelle Werte, die Gesamtzeit sollte unter 23 Minuten liegen

b) Vergleiche deine Lösungen mit der Musterlösung (siehe heutige Lösungen). ✓

B2 Stereometrie**Münzen**

Eine Münze kann, etwas vereinfacht, als Zylinder angesehen werden.

	5-Cent-Münze	1-Cent-Münze
Radius in mm	$r_5 = 10,625$	$r_1 = 8,125$
Umfang in mm	$u_5 \approx 66,76$	
Höhe in mm	$k_5 = 1,67$	$k_1 = 1,67$
Masse in g	$m_5 = 3,92$	$m_1 = 2,30$

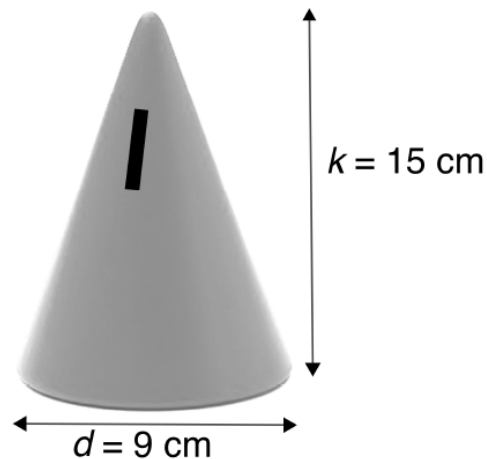
(1) Ergänze den fehlenden Wert in der Tabelle. $u_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \approx 51,05 \text{ mm}$

...../1 P.

B2 Stereometrie

Münzen

- (2) Mira sammelt 1-Cent-Münzen in einer kegelförmigen Spardose (siehe Abb.). Sie überlegt, wie viele Euro sie wohl schon gespart hat.



- a) **Zeige** durch eine Rechnung, dass das Volumen der Spardose nicht für 10 € in 1-Cent-Münzen ausreicht.

...../3 P.

Musterlösung aus der Korrekturanweisung

(2)

- a) gesucht: Vergleich zweier Volumina

$$\text{Volumen der Spardose: } V_{\text{Spardose}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot k \approx 318,09 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

$$\text{Volumen eines 1-Cent-Stücks: } V_1 = \pi \cdot r_1^2 \cdot k_1 \approx 0,346 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

$$10 \text{ €} = 1000 \text{ Cent}$$

Volumen von 1000 1-Cent-Stücken:

$$V_{1000} = 1000 \cdot V_1 \approx 346,35 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

Das Volumen der 1-Cent-Stücke ist größer als das Volumen des Kegels.

Wer alternativ das Volumen der Spardose durch das Volumen eines 1-Cent-Stücks dividiert, findet heraus, dass maximal nur 918 der Cent-Stücke in den Kegel passen und nicht 1000.

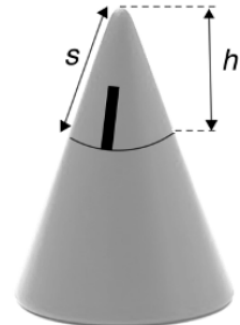
...../3 P.

B2 Stereometrie

Münzen

- b) Tatsächlich ist die Spardose nur bis zum unteren Rand der Öffnung mit 1-Cent-Stücken gefüllt. Mira misst die Größen s und h , um den ungefähren Wert ihrer Sammlung berechnen. Ihr erster Rechenschritt lautet:

$$\pi \cdot (s^2 - h^2)$$



Gib an, was Mira mit diesem Term berechnet:

- ☐ die Länge der eingezeichneten schwarzen Kreislinie
- ☐ den Flächeninhalt eines Kreises
- ☐ das Volumen des Kegels, der nicht mit Münzen gefüllt ist

und **nenne** einen möglichen nächsten Schritt.

/2 P.

Musterlösung aus der Korrekturanweisung

- b) gesucht: Bedeutung eines Terms und möglicher Lösungsschritt

Mira berechnet mit dem Term den Flächeninhalt eines Kreises. (1)

Mögliche nächste Schritte:

- Volumen des oberen Kegels berechnen
- Höhe des Kegelstumpfes berechnen
- Volumen des Kegelstumpfes bestimmen

Es genügt ein zielführender Vorschlag, unabhängig von der oben genannten Aufzählung. (1)

/2 P.

B2 Stereometrie

Münzen

(3) Mira liest im Internet einen Artikel über Münzen.

unpraktisch – schwer – teuer 1-Cent-Münzen abschaffen!

Allein im Jahr 2019 wurden in Deutschland 1-Cent-Münzen mit einem Gesamtgewicht von 821 t hergestellt. Das entspricht einer Kaufkraft von 3,57 Millionen Euro. Die deutschen 5-Cent-Münzen aus demselben Jahr hatten mit 791 t ein geringeres Gesamtgewicht als die 1-Cent-Münzen, ihre Kaufkraft war aber erheblich höher.

- a) Um die Angaben aus dem Artikel zu überprüfen, entnimmt Mira ihrer Sammlung 1-Cent-Münzen im Wert von 3,57 € und wiegt diese.

Berechne die Gesamtmasse dieser Münzen.

/1 P.

- b) Nun möchte Mira herausfinden, wie viele Millionen Euro die deutschen 5-Cent-Münzen aus dem Jahr 2019 wert waren. Sie rechnet:

$$791 : 3,92 \cdot 0,05.$$

Begründe, dass Miras Term geeignet ist.

/2 P.

Musterlösung aus der Korrekturanweisung

$$3,57 \text{ €} = 357 \text{ Cent}$$

$$357 \cdot 2,3 = 821,1$$

357 1-Cent-Stücke wiegen 821,1 g.

/1 P.

- b) gesucht: Erläuterung zu einem Term

Wenn man sich zunächst 5-Cent-Stücke mit einer Gesamtmasse von ca. 791 g denkt, dann liefert der Term den Wert in Euro. (1)

Für 791 Tonnen Münzen erhält man (z. B. nach dem Dreisatz) den Wert in Millionen Euro, da der Umrechnungsfaktor von Tonnen zu Gramm 1 Million beträgt. (1)

/2 P.

Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (4) 1-Cent-Münzen und 5-Cent-Münzen unterscheiden sich in ihrer Größe. Mira zeichnet zur Verdeutlichung einen Kreis um eine 5-Cent-Münze (Abb. 1) und legt eine 1-Cent-Münze hinein (Abb. 2).



Abb. 1



Abb. 2

- a) **Zeige** durch eine Rechnung, dass die 1-Cent-Münze weniger als 60 % der Kreisfläche abdeckt.

..... /2 P.

[Musterlösung aus der Korrekturanweisung](#)

(4)

- a) gesucht: Anteil einer Kreisfläche

$$\frac{\pi \cdot r_1^2}{\pi \cdot r_5^2} = \frac{8,125^2}{10,625^2} \approx 0,58 < 0,6$$

..... /2 P.

- b) Mira vergleicht auch die Durchmesser der Münzen. Sie stellt fest, dass der Durchmesser der 1-Cent-Münze mehr als 75 % des Durchmessers von der 5-Cent-Münze beträgt.

Begründe, warum sich die Prozentangaben bei dem Durchmesser und der Fläche deutlich unterscheiden.

...../2 P.

Musterlösung aus der Korrekturanweisung

- b) gesucht: Begründung für unterschiedliche Prozentangaben

$$\text{Es ist } \frac{r_5}{r_1} \approx 1,3, \text{ also } r_5 \approx 1,3 \cdot r_1$$

$$\text{und } d_5 \approx 1,3 \cdot d_1 \quad (1)$$

Da der Radius quadratisch in die Flächenberechnung eingeht, unterscheiden sich die Flächen der Münzen um den Faktor $1,3^2$.

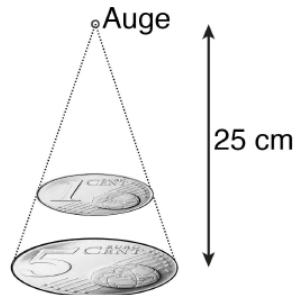
(1)

Die Prozentangaben ergeben sich jeweils aus den Kehrwerten.

Aus der Antwort sollte hervorgehen, dass die Prozentangaben sich unterscheiden, da der Durchmesser sich um einen Faktor a vergrößert, der bei der Flächenberechnung quadratisch eingeht.

...../2 P.

- c) Mira schaut aus einer Höhe von 25 cm auf eine 5-Cent-Münze. Sie hält eine 1-Cent-Münze so in das Blickfeld, dass die 5-Cent-Münze gerade nicht zu sehen ist.



Berechne den Abstand von der 1-Cent-Münze zum Auge.

/2 P.

Musterlösung aus der Korrekturanweisung

- c) gesucht: Abstand x von der 1-Cent-Münze zum Auge

2. Strahlensatz:
$$\frac{x}{25 \text{ cm}} = \frac{r_1}{r_5} \quad (1)$$

$$x = \frac{r_1}{r_5} \cdot 25 \text{ cm} \approx 19,12 \text{ cm} \quad (1)$$

Die Münze ist etwa 19 cm vom Auge entfernt.

/2 P.