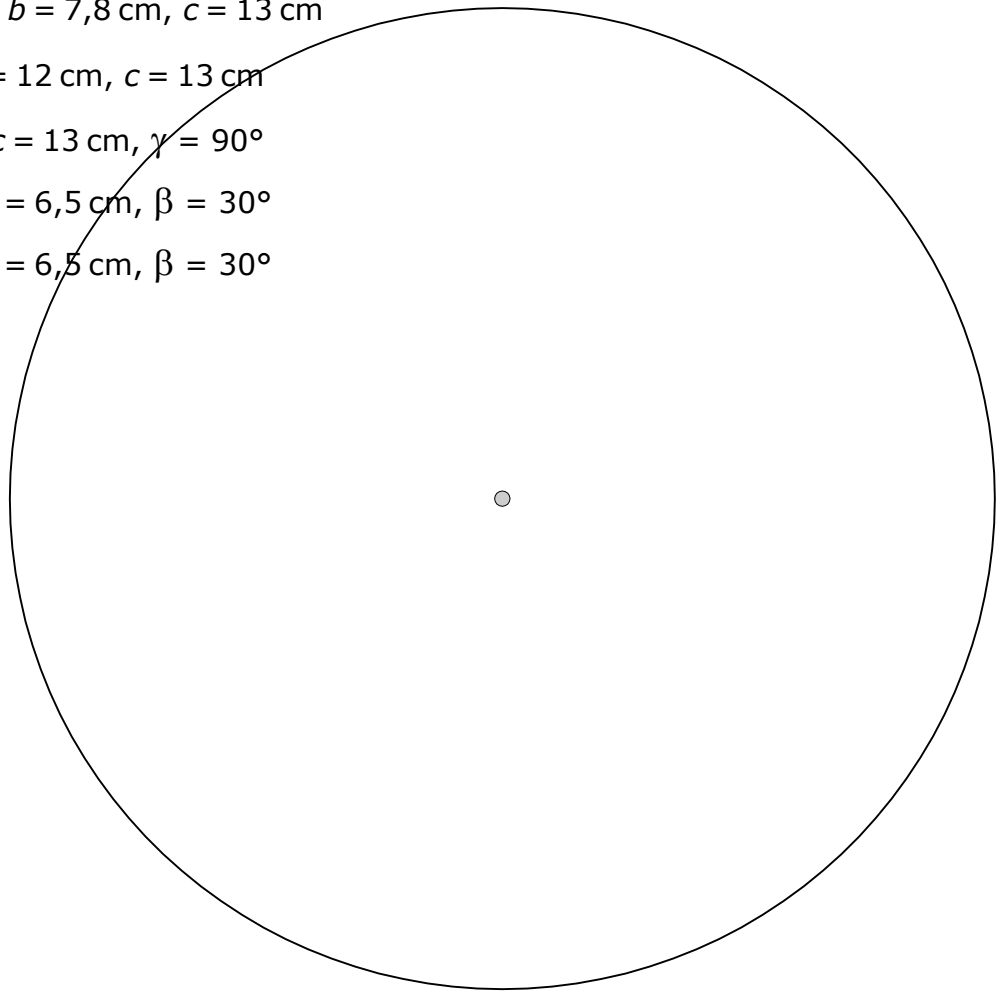


MATHE 364

09.04. Drei Punkte auf einem Kreis

Diese Bestimmungsstücke geben die Maße von acht Dreiecken an.
Alle Dreiecke haben einen Umkreisdurchmesser von 13 cm.

- $\Delta 1$ $a = 7,8 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$
- $\Delta 2$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 11,2 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$
- $\Delta 3$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$
- $\Delta 4$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 7,8 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$
- $\Delta 5$ $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$
- $\Delta 6$ $b = 6,5 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$
- $\Delta 7$ $a = 10 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$
- $\Delta 8$ $a = 12 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$



Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens drei* der folgenden Teilaufgaben.

- a) **Gib je ein** Dreieck **an**, das rechtwinklig, spitzwinklig bzw. stumpfwinklig ist.
- b) **Gib je ein** Dreieck **an**, das mit dem folgenden Satz konstruiert werden kann:
Satz des Thales, Kongruenzsatz SSS bzw. Kongruenzsatz SSW.
- c) **Gib je ein** Dreieck **an**, bei dem die Berechnung der Maße (fehlende Winkel und Seitenlängen) folgendermaßen begonnen werden kann bzw. muss:
Sinussatz, Kosinussatz, Sinus, Tangens, Satz des Pythagoras
- d) **Konstruiere** eines der Dreiecke.
- e) **Berechne** für *eines* der Dreiecke alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

Diese Bestimmungsstücke geben die Maße von acht Dreiecken an.
Alle Dreiecke haben einen Umkreisdurchmesser von 13 cm.

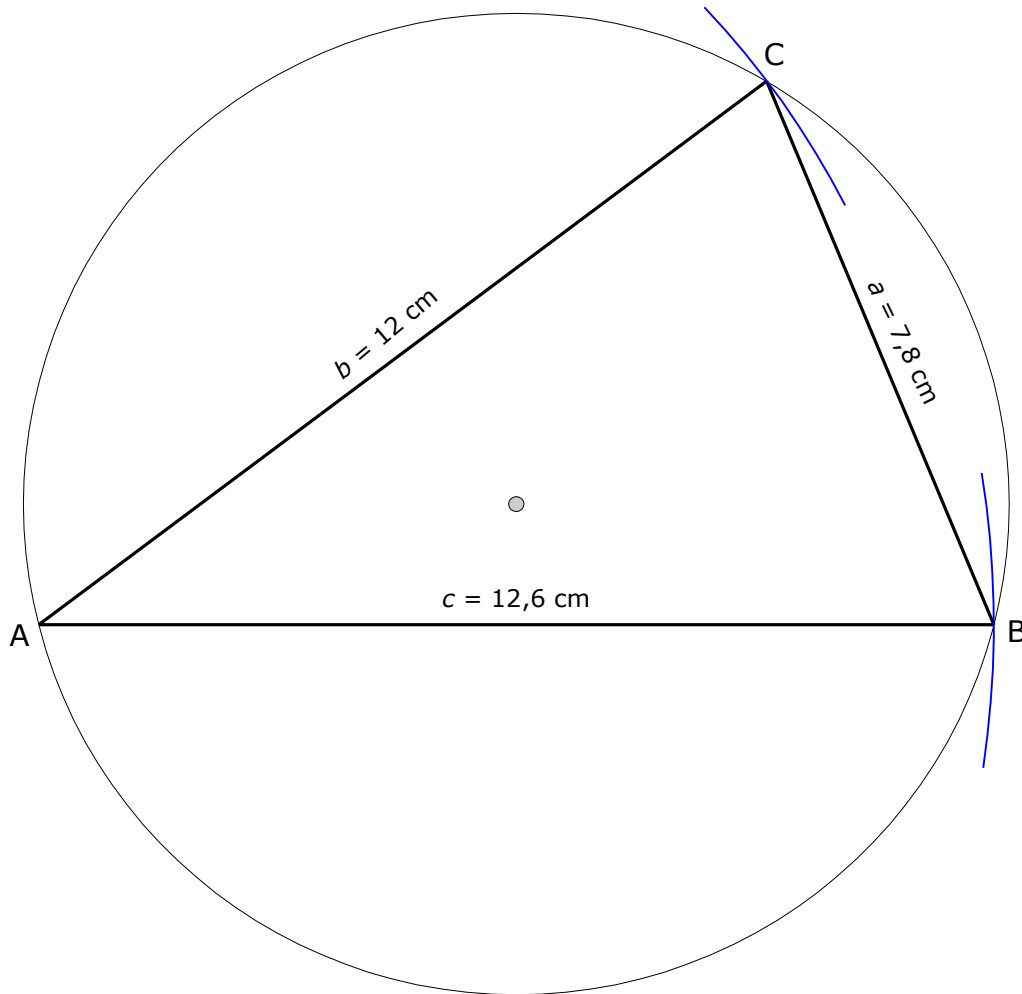
- $\Delta 1$ $a = 7,8 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$ spitzwinklig SSS Kosinussatz
 $\Delta 2$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 11,2 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$ spitzwinklig SSS Kosinussatz
 $\Delta 3$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$ stumpfwinklig SSS Kosinussatz
 $\Delta 4$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 7,8 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$ rechtwinklig SSS Sinus Tangens
 $\Delta 5$ $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$ rechtwinklig SSS Sinus Tangens
 $\Delta 6$ $b = 6,5 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ rechtwinklig SSW Sinus Tangens Pythagoras
 $\Delta 7$ $a = 10 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$ stumpfwinklig SSW Sinussatz
 $\Delta 8$ $a = 12 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$ spitzwinklig SSW Sinussatz

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens drei der folgenden Teilaufgaben.

- a) Gib je ein Dreieck an**, das rechtwinklig, spitzwinklig bzw. stumpfwinklig ist.
rechtwinklig $\Delta 4$, $\Delta 5$, $\Delta 6$
spitzwinklig $\Delta 1$, $\Delta 2$, $\Delta 8$
stumpfwinklig $\Delta 3$, $\Delta 7$
- b) Gib je ein Dreieck an**, das mit dem folgenden Satz konstruiert werden kann:
Satz des Thales $\Delta 4$, $\Delta 5$, $\Delta 6$
Kongruenzsatz SSS $\Delta 1$, $\Delta 2$, $\Delta 3$, $\Delta 4$, $\Delta 5$
Kongruenzsatz SSW $\Delta 6$, $\Delta 7$, $\Delta 8$
- c) Gib je ein Dreieck an**, bei dem die Berechnung der Maße (fehlende Winkel und Seitenlängen) folgendermaßen begonnen werden kann bzw. muss:
Sinussatz $\Delta 6$, $\Delta 7$, $\Delta 8$
Kosinussatz $\Delta 1$, $\Delta 2$, $\Delta 3$, $\Delta 4$, $\Delta 5$
Sinus $\Delta 4$, $\Delta 5$, $\Delta 6$
Tangens $\Delta 4$, $\Delta 5$, $\Delta 6$
Satz des Pythagoras $\Delta 6$
- d) Konstruiere eines** der Dreiecke. *siehe nächste Seiten*
- e) Berechne für eines** der Dreiecke alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.
siehe nächste Seiten

$\Delta 1$ $a = 7,8 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$ spitzwinklig SSS Kosinussatz

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 12,6 cm



Der Schnittpunkt des 12,6 cm-Kreises mit dem Umkreis ist B.



Strecke \overline{AB}



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 12 cm



Der Schnittpunkt des 12 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) **Berechne** alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

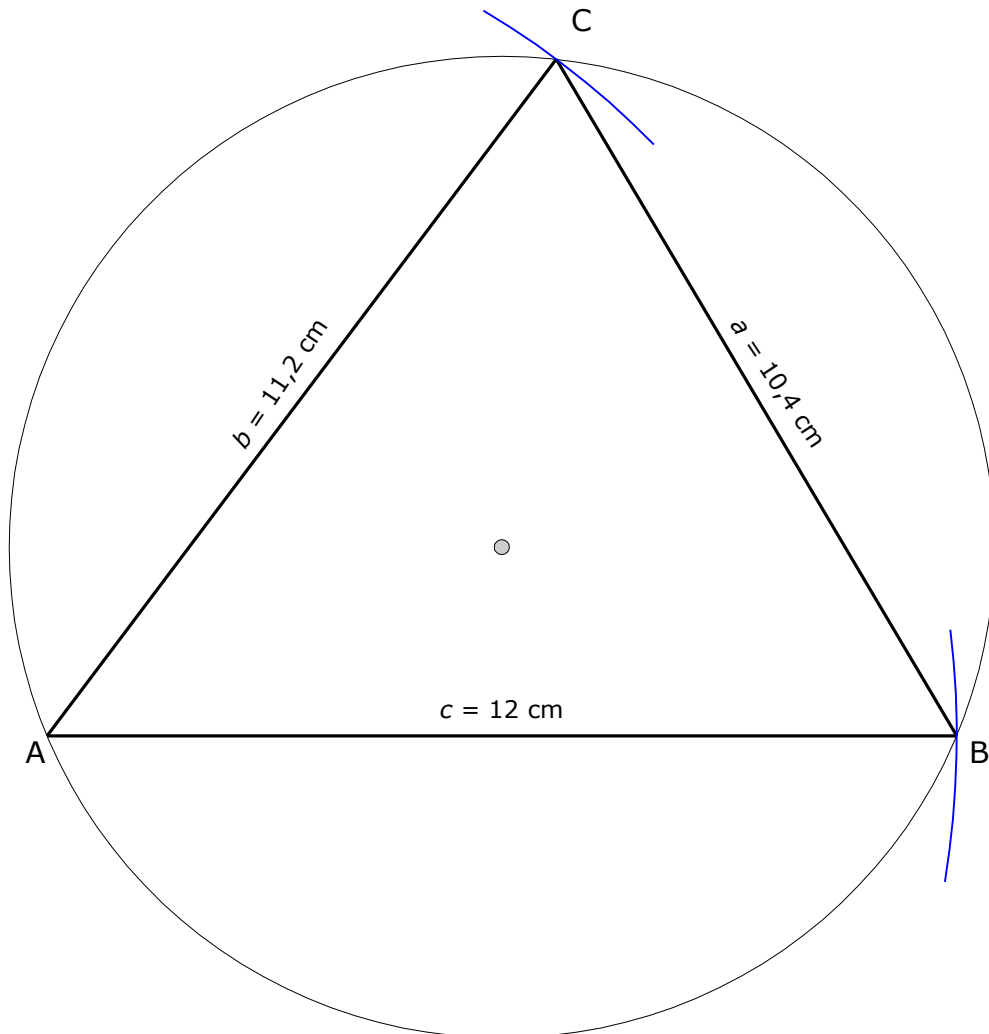
$$12,6^2 = 12^2 + 7,8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 7,8 \cdot \cos(\gamma) \Rightarrow \gamma \approx 75,74997^\circ$$

$$\frac{\sin(\alpha)}{7,8} = \frac{\sin(75,74997^\circ)}{12,6} \Rightarrow \alpha \approx 36,8699^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma \approx 67,38014^\circ$$

$\Delta 2$ $a = 10,4$ cm, $b = 11,2$ cm, $c = 12$ cm spitzwinklig SSS Kosinussatz

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 12 cm



Der Schnittpunkt des 12 cm-Kreises mit dem Umkreis ist B.



Strecke \overline{AB}



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 10,4 cm



Der Schnittpunkt des 10,4 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) Berechne alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

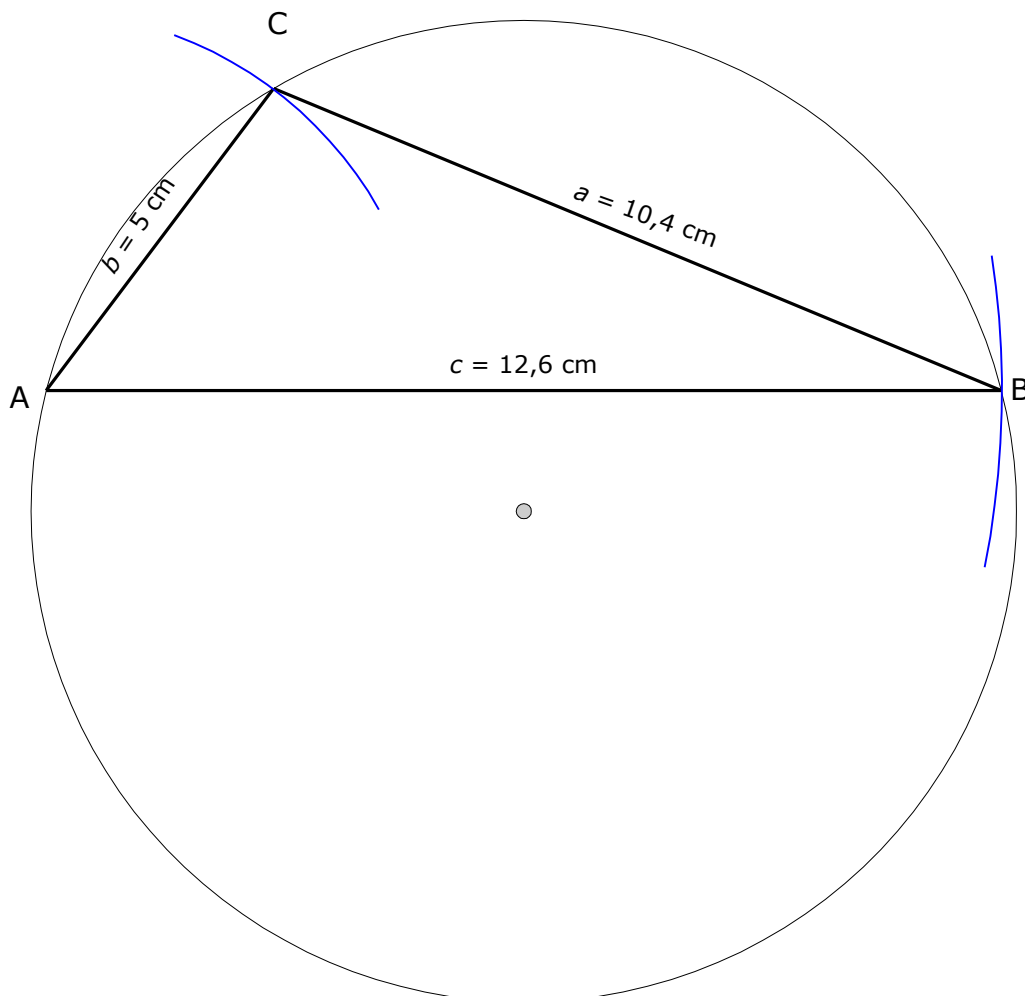
$$12^2 = 11,2^2 + 10,4^2 - 2 \cdot 11,2 \cdot 10,4 \cdot \cos(\gamma) \Rightarrow \gamma \approx 67,38014^\circ$$

$$\frac{\sin(\alpha)}{10,4} = \frac{\sin(67,38014^\circ)}{12} \Rightarrow \alpha \approx 53,1301^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma \approx 59,48976^\circ$$

Δ3 $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 12,6 \text{ cm}$ stumpfwinklig SSS Kosinussatz

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 12,6 cm



Der Schnittpunkt des 12,6 cm-Kreises mit dem Umkreis ist B.



Strecke \overline{AB}



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 5 cm



Der Schnittpunkt des 5 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) **Berechne** alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

$$12,6^2 = 5^2 + 10,4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10,4 \cdot \cos(\gamma) \Rightarrow \gamma \approx 104,25^\circ$$

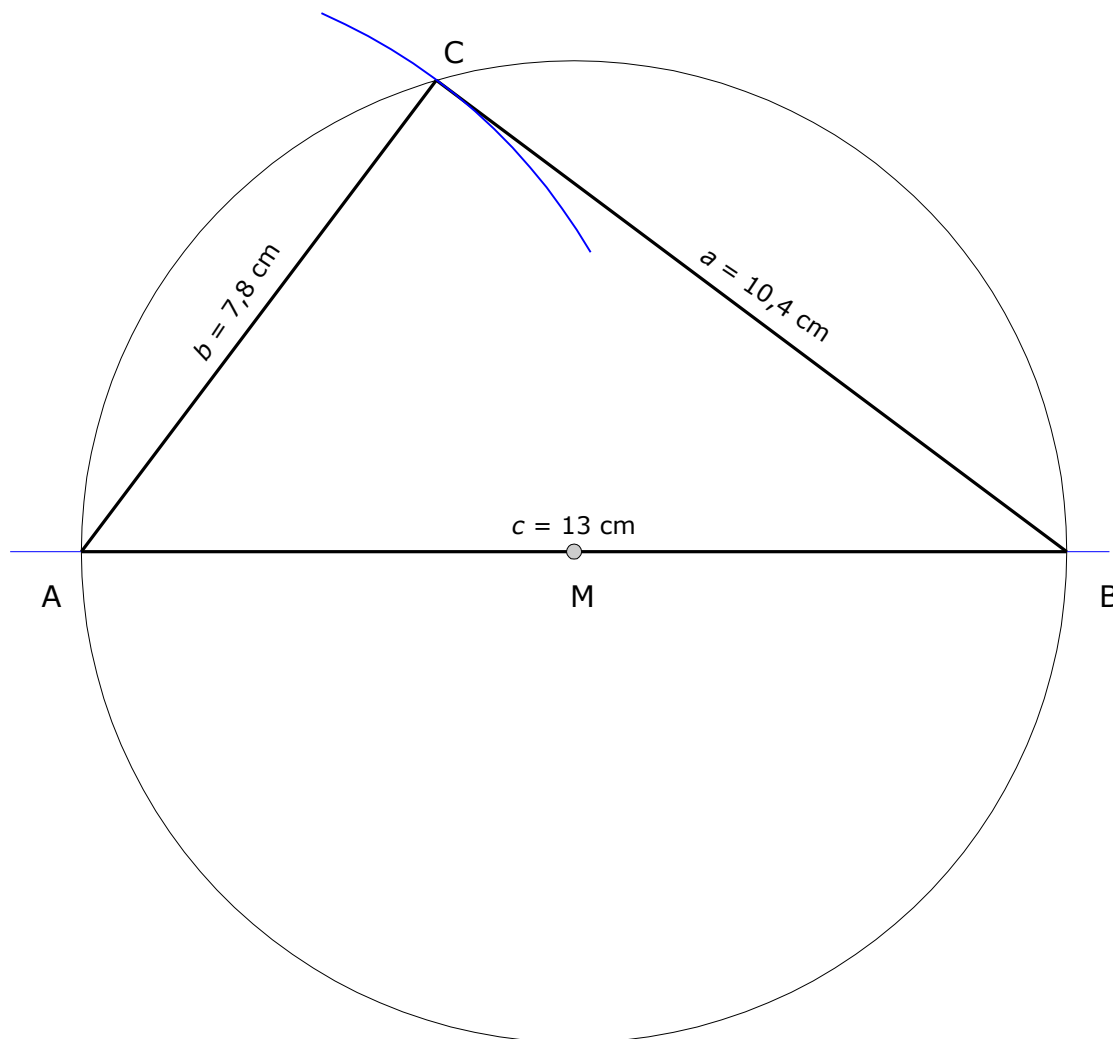
$$\frac{\sin(\alpha)}{10,4} = \frac{\sin(104,25^\circ)}{12,6} \Rightarrow \alpha \approx 53,1301^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma \approx 22,61986^\circ$$

Lösungen 09.04. Drei Punkte auf einem Kreis

$\Delta 4$ $a = 10,4 \text{ cm}$, $b = 7,8 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$ rechtwinklig SSS Sinus Tangens

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Gerade AM



Der zweite Schnittpunkt der Geraden AM mit dem Umkreis ist B.



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 7,8 cm



Der Schnittpunkt des 7,8 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) Berechne alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

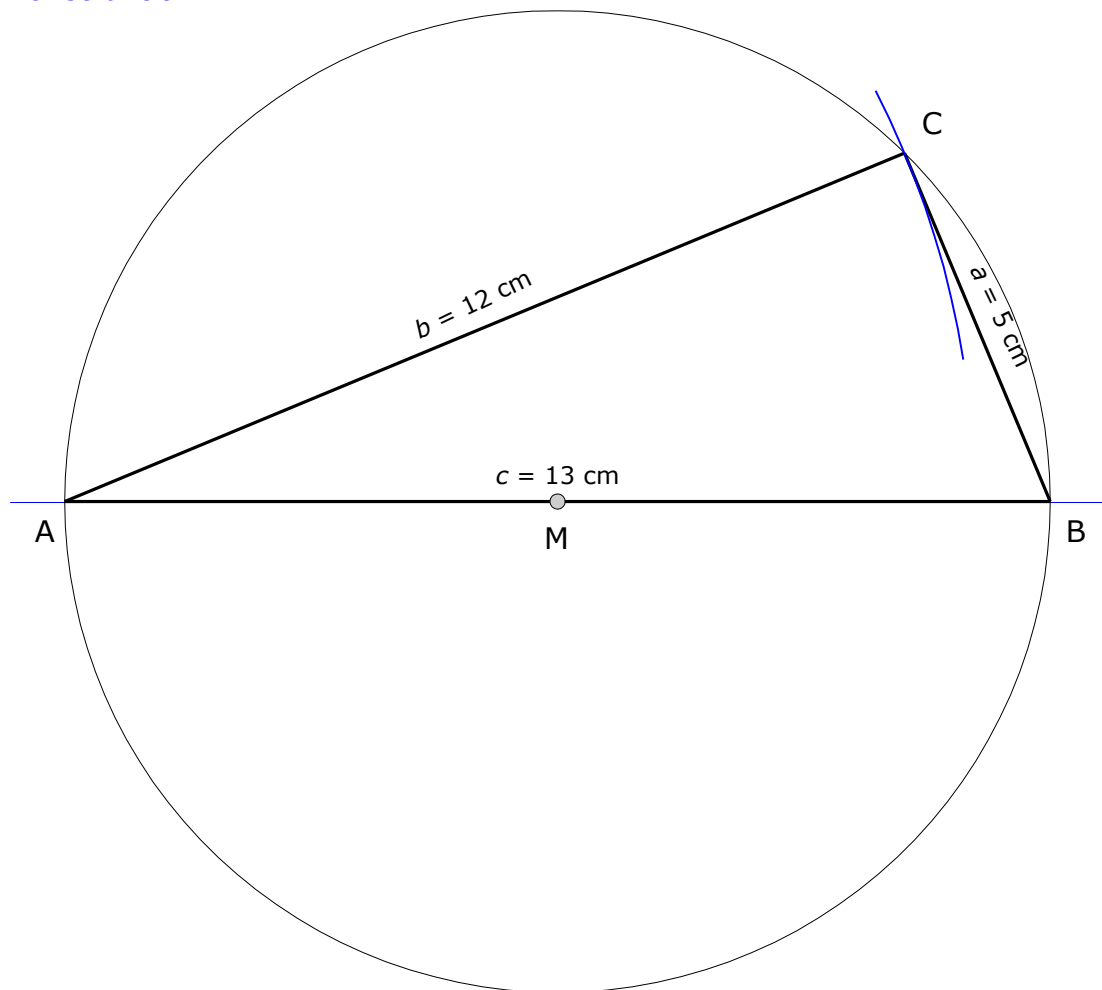
$$\sin(\alpha) = \frac{10,4}{13} \Rightarrow \alpha \approx 53,1301^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{10,4}{13} \Rightarrow \beta \approx 36,8699^\circ$$

Δ5 $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$

rechtwinklig SSS Sinus Tangens

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Gerade AM



Der zweite Schnittpunkt der Geraden AM mit dem Umkreis ist B.



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 12 cm



Der Schnittpunkt des 12 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) **Berechne** alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

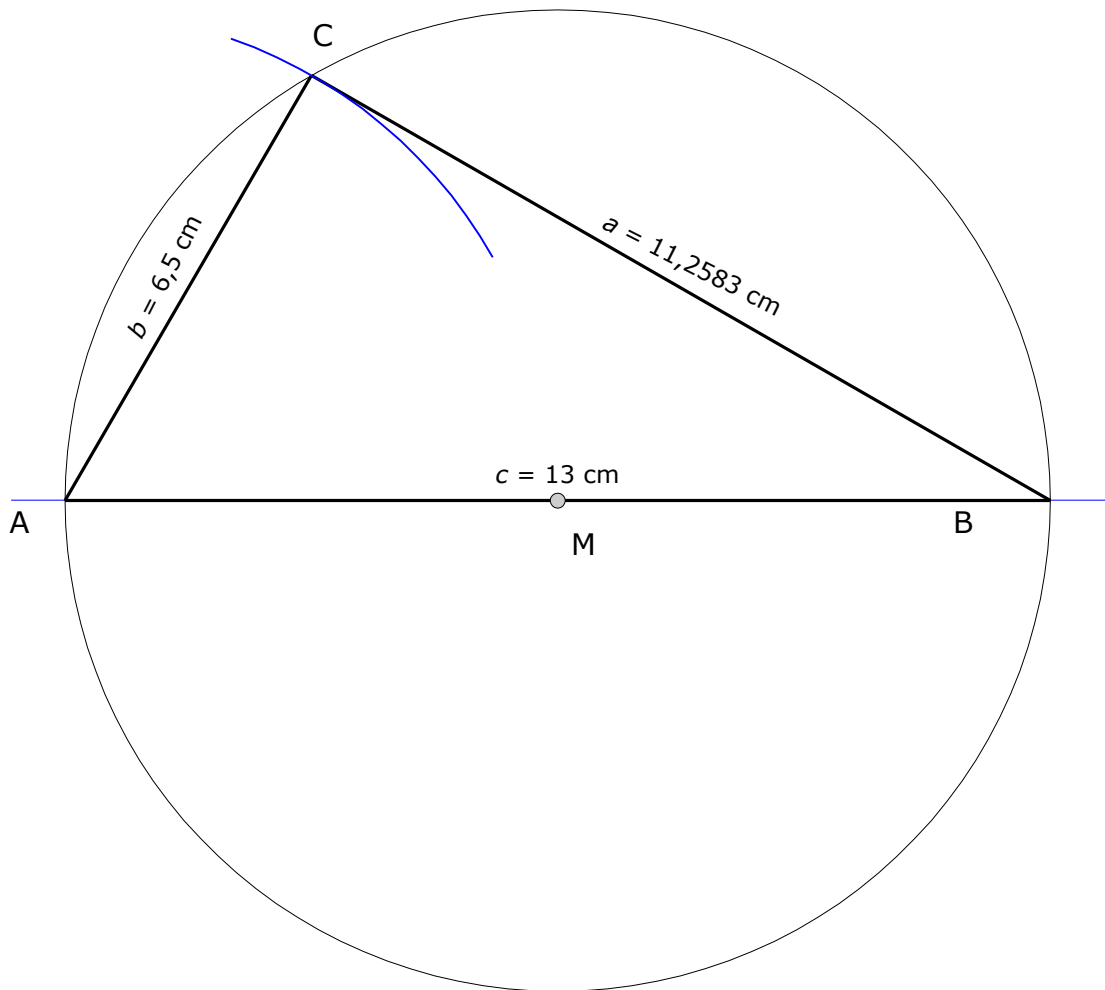
$$\sin(\alpha) = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha \approx 22,61986^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{5}{13} \Rightarrow \beta \approx 67,38014^\circ$$

Lösungen 09.04. Drei Punkte auf einem Kreis

$\Delta 6$ $b = 6,5 \text{ cm}$, $c = 13 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ rechtwinklig SSW Sinus Tangens Pythagoras

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt A auf der vorgegebenen Kreislinie



Gerade AM



Der zweite Schnittpunkt der Geraden AM mit dem Umkreis ist B.



Kreis mit Mittelpunkt A und Radius 6,5 cm



Der Schnittpunkt des 6,5 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Dreieck ABC

e) **Berechne** alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

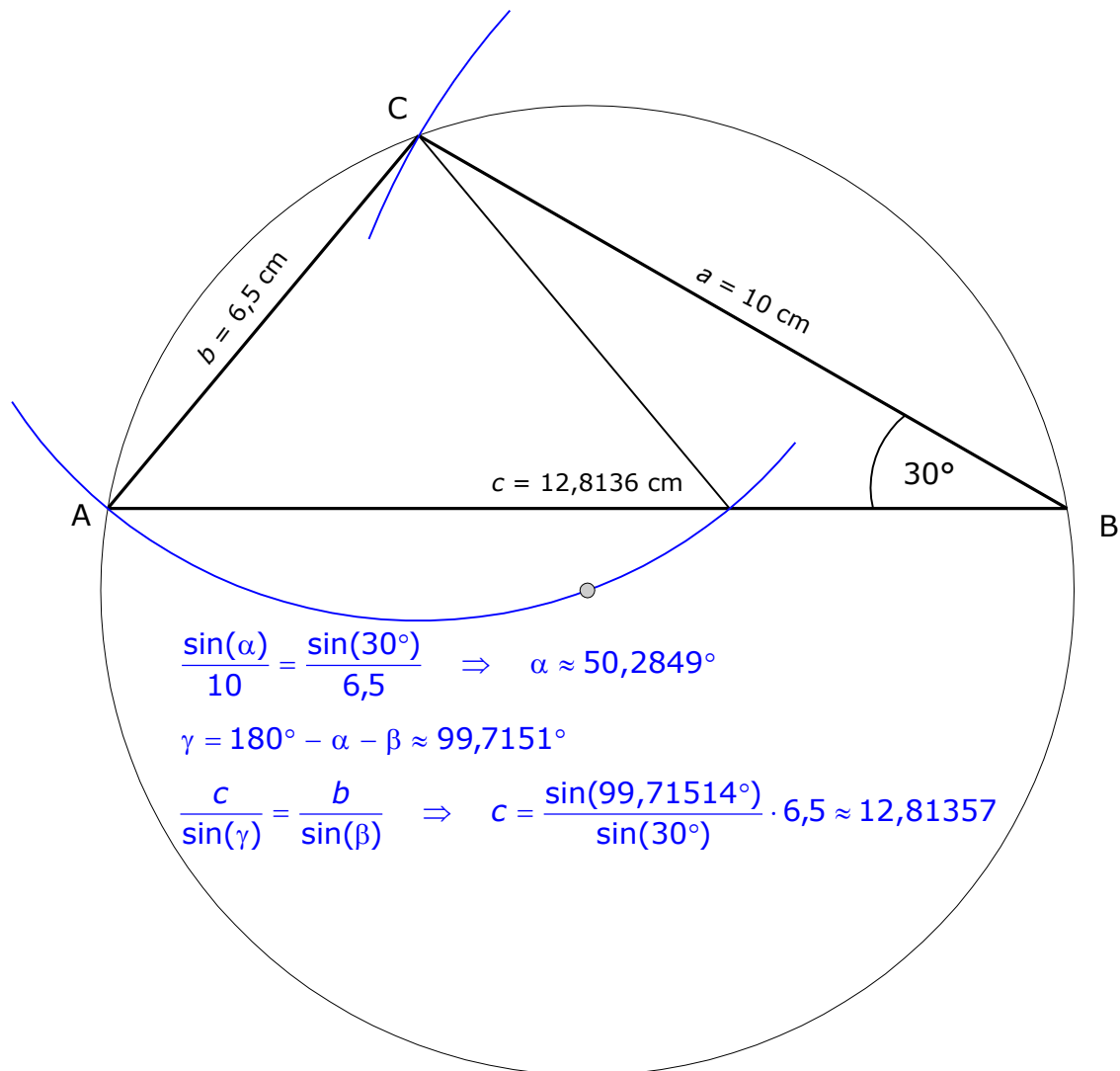
$$\cos(\alpha) = \frac{6,5}{13} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\sin(\beta) = \frac{6,5}{13} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$\frac{a}{c} = \sin(\alpha) \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha) = 13 \cdot \sin(60^\circ) \approx 11,25833$$

$\Delta 7$ $a = 10 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$ stumpfwinklig SSW Sinussatz

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt B auf der vorgegebenen Kreislinie



Kreis mit Mittelpunkt B und Radius 10 cm



Der Schnittpunkt des 10 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Strecke \overline{BC}



Winkel der Größe 30° mit dem Scheitelpunkt B gegen den Uhrzeigersinn an die Strecke \overline{BC} antragen



Kreis mit Mittelpunkt C und Radius 6,5 cm



hier: Der Schnittpunkt des Schenkels des 30° -Winkels mit dem Umkreis ist A
ohne Umkreis: Die Schnittpunkte des Schenkels des 30° -Winkels mit dem 6 cm-Kreis sind A und A'

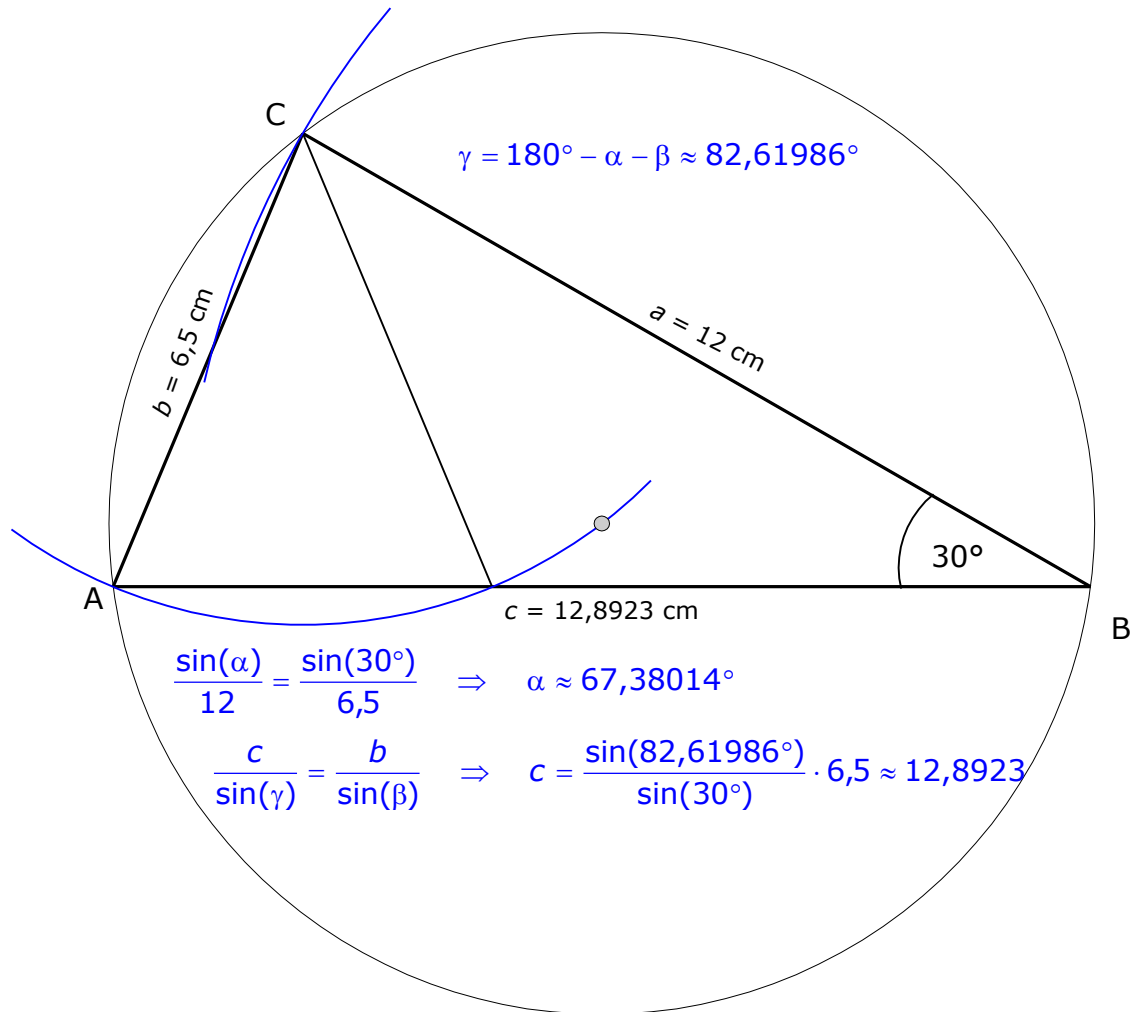


Dreieck ABC

e) **Berechne** alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße. [siehe oben](#)

$\Delta 8$ $a = 12 \text{ cm}$, $b = 6,5 \text{ cm}$, $\beta = 30^\circ$ spitzwinklig SSW Sinussatz

d) Konstruktion



Zeichne einen beliebigen Punkt B auf der vorgegebenen Kreislinie



Kreis mit Mittelpunkt B und Radius 10 cm



Der Schnittpunkt des 10 cm-Kreises mit dem Umkreis ist C.



Strecke \overline{BC}



Winkel der Größe 30° mit dem Scheitelpunkt B gegen den Uhrzeigersinn an die Strecke \overline{BC} antragen



Kreis mit Mittelpunkt C und Radius 6,5 cm



hier: Der Schnittpunkt des Schenkels des 30° -Winkels mit dem Umkreis ist A
ohne Umkreis: Die Schnittpunkte des Schenkels des 30° -Winkels mit dem 6 cm-Kreis sind A und A'



Dreieck ABC

e) Berechne alle fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße. siehe oben