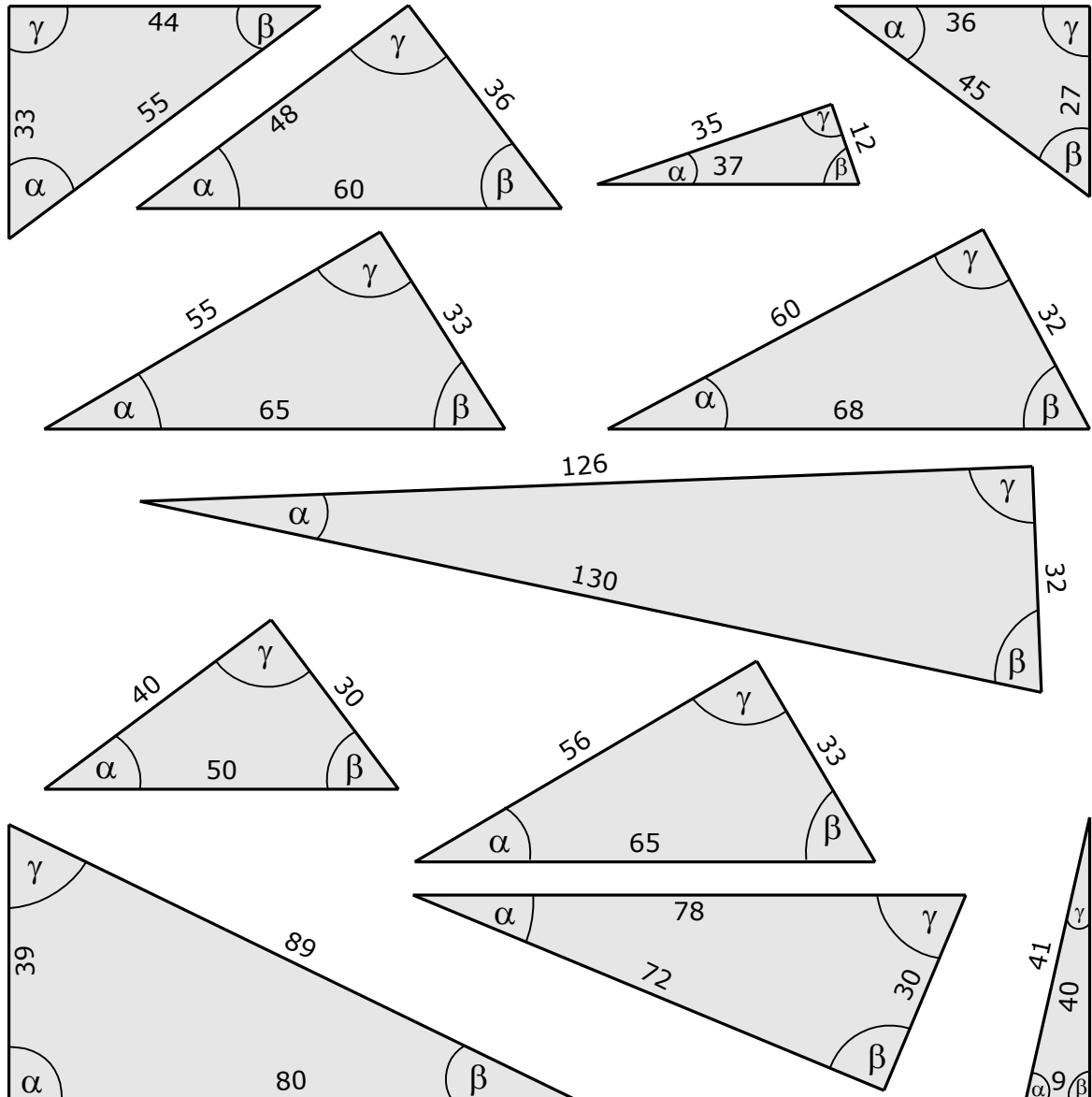


# MATHE 364

## 26.08. Winkelbestimmung in rechtwinkligen Dreiecken

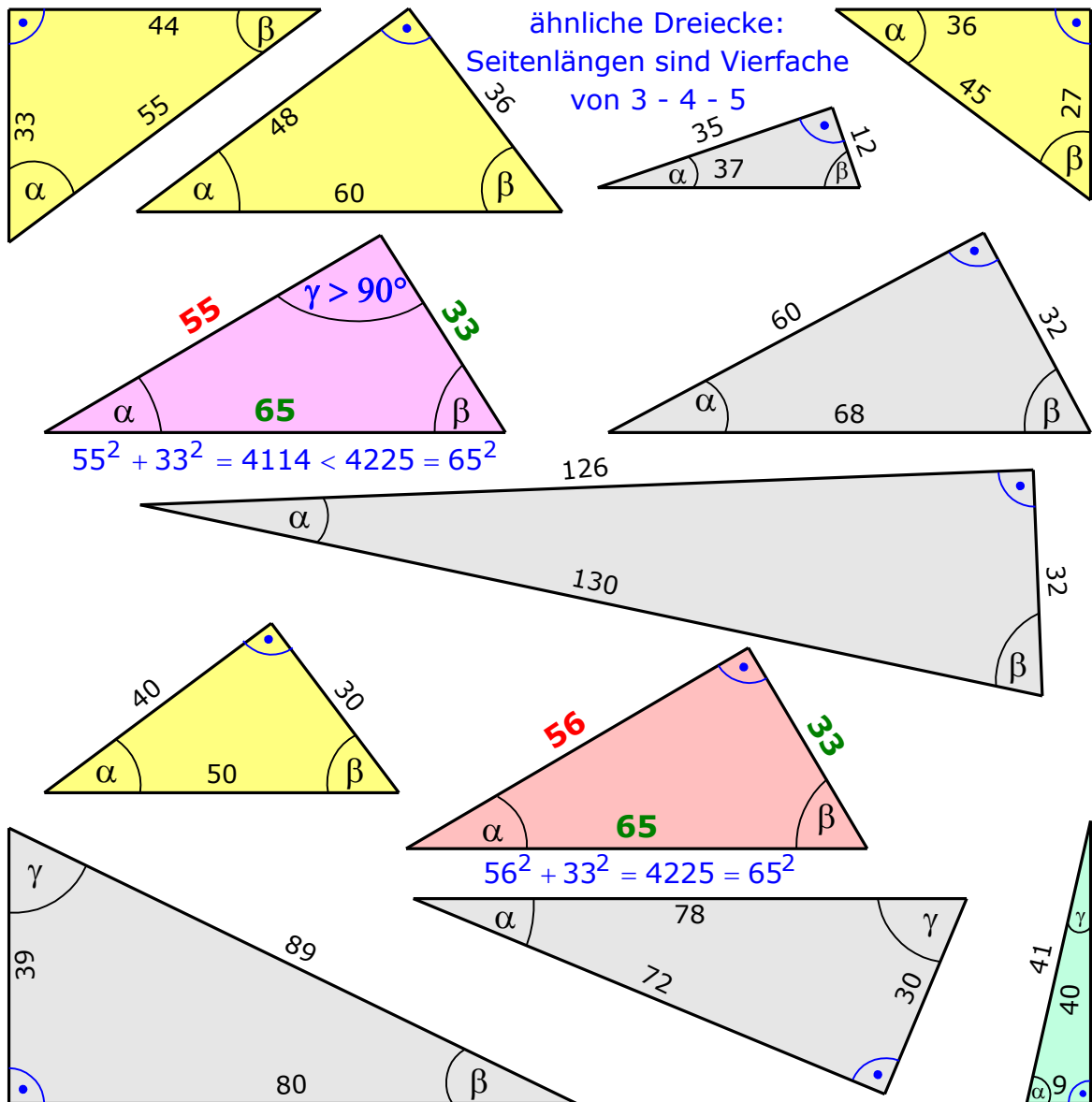
Fast alle diese Dreiecke sind rechtwinklig – nur eines nicht.  
Alle Seitenlängen sind in Millimetern angegeben.



- a) Wähle *eines* der Dreiecke und **weise rechnerisch nach**, dass es rechtwinklig ist. **Berechne** in diesem Dreieck die Winkelgrößen mit dem Taschenrechner.
- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens eine* der folgenden Aufgaben.
- **Markiere** *mindestens zwei* ähnliche Dreiecke.
  - **Gib** die kleinste Winkelgröße so genau wie möglich **an**.
  - **Gib** die größte sowie die zweitgrößte Winkelgröße so genau wie möglich **an**.
  - **Finde** das nicht rechtwinklige Dreieck und **führe** einen **rechnerischen Nachweis**.
  - In einem Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  ist  $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$ . Stimmt auch das bei  $\gamma > 90^\circ$ ?

## Lösungen 26.08. Winkelbestimmung in rechtwinkligen Dreiecken

Fast alle diese Dreiecke sind rechtwinklig – nur eines nicht.  
Alle Seitenlängen sind in Millimetern angegeben.



- a) Wähle *eines* der Dreiecke und **weise rechnerisch nach**, dass es rechtwinklig ist. **Berechne** in diesem Dreieck die Winkelgrößen mit dem Taschenrechner.  
*Werte siehe Tabelle auf der nächsten Seite*
- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens eine* der folgenden Aufgaben.
- **Markiere** *mindestens zwei* ähnliche Dreiecke. *siehe gelb markierte Dreiecke*
  - **Gib** die kleinste Winkelgröße so genau wie möglich **an**.  $\gamma = 12,68038349^\circ$
  - **Gib** die größte sowie die zweitgrößte Winkelgröße so genau wie möglich **an**.  
 $\gamma = 91,75229286^\circ$  im pinkfarbenen Dreieck, zweitgrößter Wert  $90^\circ$
  - **Finde** das nicht rechtwinklige Dreieck und **führe** einen **rechnerischen Nachweis**.  
Im pinkfarbenen Dreieck ist die Quadesumme der kleineren Seitenlängen kleiner als das Quadrat der größten Seitenlänge. Das Dreieck ist stumpfwinklig.
  - In einem Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  ist  $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$ . Stimmt auch das bei  $\gamma > 90^\circ$ ?

## Lösungen 26.08. Winkelbestimmung in rechtwinkligen Dreiecken

Die Tabelle gibt die Winkelmaße der Dreiecke aus der Abbildung an.

Die Winkelmaße des stumpfwinkligen Dreiecks mit den Seitenlängen 33 mm, 55 mm und 65 mm können nicht einfach mit Sinus oder Kosinus wie im rechtwinkligen Dreieck berechnet werden, hierfür ist der Kosinussatz erforderlich.

Mit der Umkehrung des Satzes von Pythagoras kann aber rechnerisch nachgewiesen werden, dass das Dreieck stumpfwinklig ist.

a	b	c	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
44	33	55	53,1301024°	36,8698976°	90°
36	48	60	36,8698976°	53,1301024°	90°
12	35	37	18,9246444°	71,0753556°	90°
27	36	45	36,8698976°	53,1301024°	90°
33	55	65	30,4944498°	57,7532574°	91,7522929°
32	60	68	28,0724869°	61,9275131°	90°
32	126	130	14,2500327°	75,7499673°	90°
30	40	50	36,8698976°	53,1301024°	90°
33	56	65	30,5102374°	59,4897626°	90°
89	39	80	90°	25,9892336°	64,0107664°
30	78	72	22,6198649°	90°	67,3801351°
40	41	9	77,3196165°	90°	12,6803835°

- a) Wähle eines der Dreiecke und **weise rechnerisch nach**, dass es rechtwinklig ist.

Es wird jeweils mit der Umkehrung des Satzes von Pythagoras gearbeitet:

Die Quadratesumme der beiden kürzeren Seitenlängen ist gleich dem Quadrat der größten Seitenlänge, Beispiel siehe rosafarbenes Dreieck in der Abbildung.

**Berechne** in diesem Dreieck die Winkelgrößen mit dem Taschenrechner.  
siehe Tabelle

- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens eine* der folgenden Aufgaben.

- In einem Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  ist  $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$ . Stimmt auch das bei  $\gamma > 90^\circ$ ?

Es ist zwar falsch  $\frac{33}{65} \approx 0,507692307...$  als Sinuswert oder Kosinuswert im

pinkfarbenen Dreieck zu bezeichnen, da es nicht rechtwinklig ist, aber der Taschenrechner liefert die zugehörigen Winkel  $30,51023741^\circ$  bzw.  $59,48976259^\circ$ .

Zu dem Längenverhältnis  $\frac{55}{65} \approx 0,846153846...$ , wenn man es als Sinus- bzw.

Kosinuswert versteht, gehören die Winkel  $57,7957725^\circ$  und  $32,2042275^\circ$ .

Diese Winkel sind alle verschieden. In einem rechtwinkligen Dreieck hätten je zwei Winkel exakt den gleichen Wert.