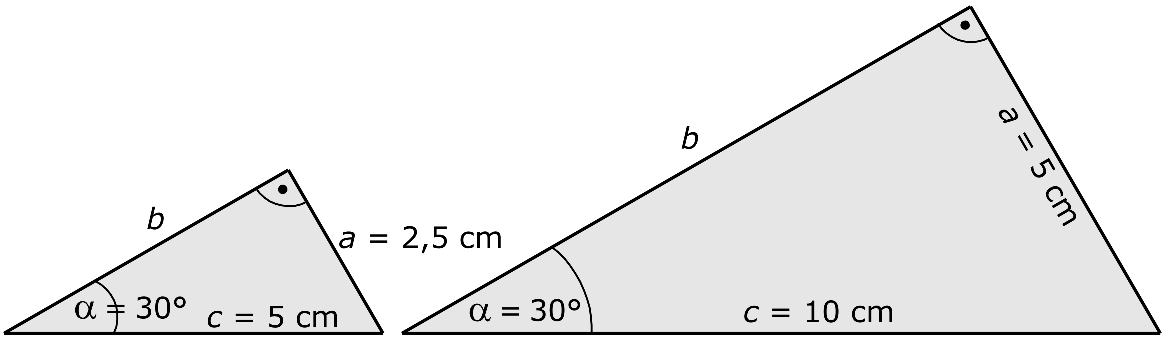
# MATHE 364

## 23.08. Längenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck

Diese beiden rechtwinkligen Dreiecke sind ähnlich. Die Innenwinkel haben die gleiche Größe. Die Längenverhältnisse der Seiten sind in beiden Dreiecken gleich. Diese Längenverhältnisse sind $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ (lies „*Sinus von Alpha*"), $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ (lies „*Kosinus von Alpha*") und $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$ (lies „*Tangens von Alpha*").




**a)** Der Taschenrechner gibt $\sin(30°) = \frac{1}{2}$ an.

**Erkläre**, was das für das rechte Dreieck bedeutet.

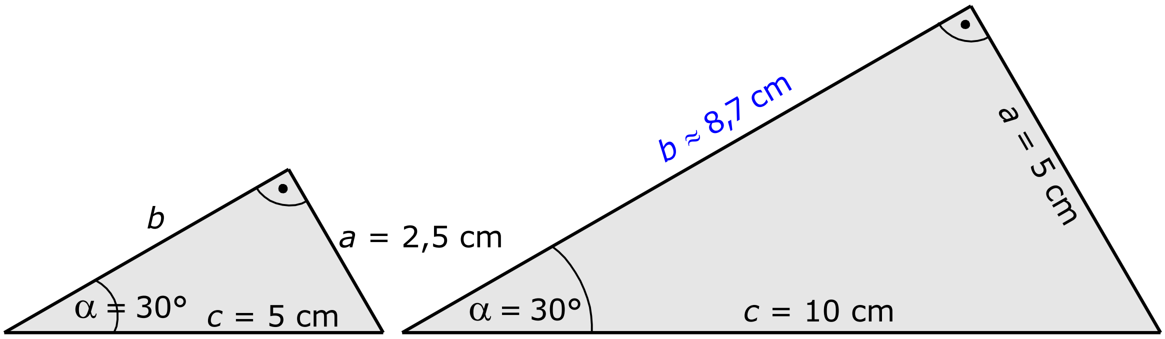

**b)** **Berechne** mit dem Satz des Pythagoras die Seitenlänge *b*.
**Überprüfe** das Rechenergebnis durch eine Messung.

**c)** **Gib** die Längenverhältnisse $\frac{b}{c}$ und $\frac{a}{b}$ an. **Vergleiche** sie mit dem Kosinus- und dem Tangenswert für 30°, den dein Taschenrechner angibt.

## **Lösungen 23.08.** Längenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck

Diese beiden rechtwinkligen Dreiecke sind ähnlich. Die Innenwinkel haben die gleiche Größe. Die Längenverhältnisse der Seiten sind in beiden Dreiecken gleich. Diese Längenverhältnisse sind $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ (lies „*Sinus von Alpha*"),

$\sin(\alpha) = \frac{b}{c}$ (lies „*Kosinus von Alpha*") und $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$ (lies „*Tangens von Alpha*").




**a)** Der Taschenrechner gibt $\sin(30°) = \frac{1}{2}$ an.


**Erkläre**, was das für das rechte Dreieck bedeutet.

Die Gegenkathete ist mit 5 cm halb so lang wie die 10 cm lange Hypotenuse.

*oder*

Das Längenverhältnis Gegenkathete zu Hypotenuse ist 5 zu 10 = 1 zu 2.

**b)** **Berechne** mit dem Satz des Pythagoras die Länge *b*.
**Überprüfe** das Rechenergebnis durch eine Messung.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Leftrightarrow \quad b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 100 - 25$$

$$b = \sqrt{75} = 5 \cdot \sqrt{3} \approx 8{,}6603 \text{ cm}$$

Die Messung in der Abbildung ergibt ca. 8,7 cm.

**c)** **Gib** die Längenverhältnisse $\frac{b}{c}$ und $\frac{a}{b}$ an.

$$\frac{b}{c} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{10} = \tfrac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \approx 0{,}86603$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{5 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{3} = \tfrac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \approx 0{,}57735$$

**Vergleiche** sie mit dem Kosinus- und dem Tangenswert für 30°, den dein Taschenrechner angibt.

$\cos(30°) = \tfrac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \approx 0{,}86603$ $\qquad$ $\tan(30°) = \tfrac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \approx 0{,}57735$

Die Längenverhältnisse stimmen mit dem Kosinus- bzw. Tangenswert überein.