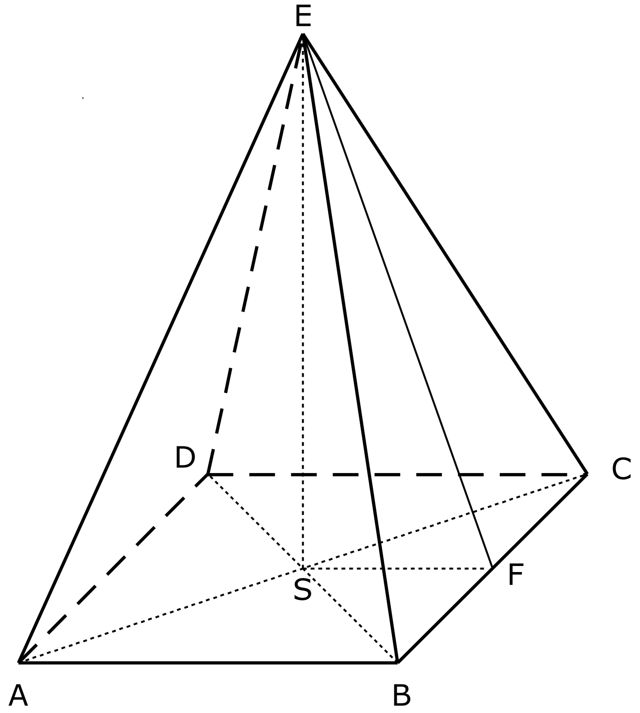
MATHE 364

21.12. gerade quadratische Pyramide

Die Abbildung zeigt eine gerade quadratische Pyramide.



a) Ergänze den Lückentext.

„Gerade quadratische Pyramide" bedeutet, dass die Grundfläche ein __________ ist und dass die Spitze E senkrecht oberhalb des Punktes S liegt.
Dabei ist S der ___________punkt der Grundfläche ABCD.

b) Beschrifte in der Zeichnung die folgenden Strecken mit ihren Längen:

$|AB| = 12\,m$, $|AD| = 12\,m$, $|SE| = 17\,m$, $|FE| \approx 18\,m$.

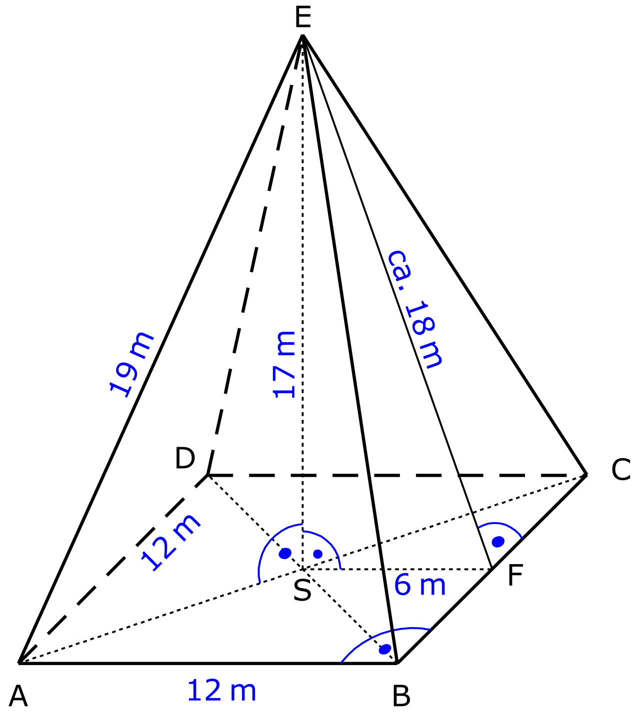
c) Berechne das Volumen der Pyramide.

d) Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens drei* der folgenden Arbeitsaufträge

- **Gib** die folgenden Längen **an**: $|BC| =$ ____ m, $|DC| =$ ____ m, $|SF| =$ ____ m.
- **Begründe**, dass die Strecke $\overline{AC}$ die Länge $|AC| = \sqrt{2} \cdot |AB| = \sqrt{2} \cdot 17\,m \approx 24\,m$ hat.
- **Erkläre**, wie du beim Berechnen der Oberfläche der Pyramide vorgehst.
- Die Dreiecke ABC, ASE, FCE und SFE sind rechtwinklig.
  Zeichne die rechten Winkel **ein**.
- Der Flächeninhalt des Dreiecks BCE ist irrational.
  Berechne diesen Flächeninhalt möglichst exakt.
- Die Kantenlänge $|AE|$ ist ganzzahlig.
  Berechne diese Kantenlänge.

Lösungen 21.12. gerade quadratische Pyramide

Die Abbildung zeigt eine gerade quadratische Pyramide.



a) **Ergänze** den Lückentext.
„*Gerade quadratische Pyramide*" bedeutet, dass die Grundfläche ein Quadrat ist und dass die Spitze E senkrecht oberhalb des Punktes S liegt.
Dabei ist S der Schwerpunkt (Diagonalenschnittpunkt) der Grundfläche ABCD.

b) **Beschrifte** in der Zeichnung die folgenden Strecken mit ihren Längen:
|AB| = 12 m, |AD| = 12 m, |SE| = 17 m, |FE| $\approx$ 18 m. siehe Abbildung

c) **Berechne** das Volumen der Pyramide. $V = \frac{1}{3} G \cdot k = \frac{1}{3} a^2 \cdot k = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 17 = 816$

Das Volumen der Pyramide beträgt 816 m^3.

- **Gib** die folgenden Längen **an**: |BC| = 12 m, |DC| = 12 m, |SF| = 6 m.
- **Begründe**, dass die Strecke $\overline{AC}$ die Länge $|AC| = \sqrt{2} \cdot |AB| = \sqrt{2} \cdot 17\,m \approx 24\,m$ hat.
  z. B. *Diagonalenlänge im Quadrat* oder *Satz des Pythagoras im Dreieck ABC*:
  $12^2 + 12^2 = 288 = |AC|^2 \Rightarrow |AC| = \sqrt{288} = 12 \cdot \sqrt{2}$
- **Erkläre**, wie du beim Berechnen der Oberfläche der Pyramide vorgehst.
  z. B. Grundfläche plus Mantelfläche, also Quadratfläche plus die Flächeninhalte von vier gleichschenkligen Dreiecken, also $12 \cdot 12 + 4 \cdot (12 \cdot 18 : 2)$
- Die Dreiecke ABC, ASE, FCE und SFE sind rechtwinklig.
  Zeichne die rechten Winkel **ein**. siehe Abbildung
- Der Flächeninhalt des Dreiecks BCE ist irrational. **Berechne** diesen Flächeninhalt möglichst exakt. Satz des Pythagoras im Dreieck SFE: $6^2 + 17^2 = 36 + 289 = 325$
  $|FE| = \sqrt{325} \approx 18{,}02775...;$ $\quad A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{325} \approx 108{,}17$
- Die Kantenlänge |AE| ist ganzzahlig. **Berechne** diese Kantenlänge. Satz des Pythagoras im Dreieck ASE: $(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 12)^2 + 17^2 = 72 + 289 = 361; \quad \sqrt{361} = 19$