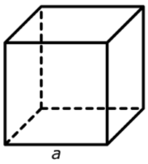
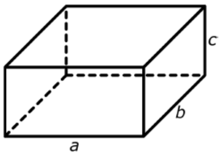
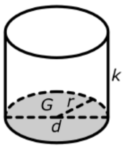
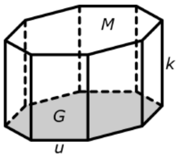
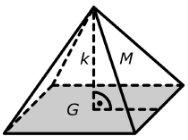
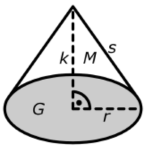
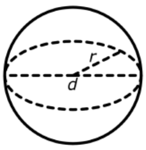
MATHE 364

30.12. genau 1000 cm^3 aus der MSA-Formelsammlung

Wahlaufgabe: Wähle *mindestens zwei* Körper aus der offiziellen Formelsammlung zum MSA. Bearbeite die Teilaufgaben **a)** und **b)** für diese beiden Körper.

Körper		
	**Würfel** Volumen $V = a^3$ Oberfläche $O = 6 \cdot a^2$	a Kante
	**Quader** Volumen $V = a \cdot b \cdot c$ Oberfläche $O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	a, b, c Kanten
	**Zylinder** Volumen $V = G \cdot k = \pi \cdot r^2 \cdot k$ Mantelfläche $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot k = \pi \cdot d \cdot k$ Oberfläche $O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + k)$	$\pi \approx$ 3,14 d Durchmesser r Radius k Körperhöhe G Grundfläche
	**(gerades) Prisma** Volumen $V = G \cdot k$ Mantelfläche $M = u \cdot k$ Oberfläche $O = 2 \cdot G + M$	k Körperhöhe G Grundfläche u Umfang
	**Pyramide** Volumen $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k$ Oberfläche $O = G + M$	G Grundfläche M Mantelfläche k Körperhöhe
	**Kegel** Volumen $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k$ Mantelfläche $M = \pi \cdot r \cdot s$ Oberfläche $O = G + M = \pi \cdot r \cdot (r + s)$	$\pi \approx$ 3,14 G Grundfläche M Mantelfläche r Radius s Mantellinie k Körperhöhe
	**Kugel** Volumen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ Oberfläche $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$\pi \approx$ 3,14 r Radius d Durchmesser

a) **Bestimme** die Abmessungen des Körpers so, dass sein Volumen 1 dm^3 beträgt.

b) **Gib an**, welcher der beiden gewählten Körper den kleineren Oberflächeninhalt hat.

Lösungen 30.12. genau 1000 cm³ aus der MSA-Formelsammlung

vorgegeben: $1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$

Nur die Kantenlänge des Würfels und Radius der Kugel sind eindeutig bestimmt. Bei allen anderen Körpern können die Maße individuell gewählt werden, z. B. durch

- *Probieren mit Zahlen,*
- *Rückwärtsrechnen mit Zahlen oder*
- *Term (Formel) für das Volumen mit 1000 gleichsetzen, eine Länge wählen, Bestimmungsgleichung nach der anderen Länge auflösen.*

a) Bestimme die Abmessungen des Körpers so, dass sein Volumen $1\,\text{dm}^3$ beträgt.

Körper	Abmessungen
Würfel	eindeutig: Kantenlänge $a = 10\,\text{cm}$; $V = (10\,\text{cm})^3 = 1000\,\text{cm}^3$ $V = a^3 = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad a = \sqrt[3]{1000} = 10$
Quader	zum Beispiel $V = 5\,\text{cm} \cdot 10\,\text{cm} \cdot 20\,\text{cm} = 1000\,\text{cm}^3$
Zylinder	zum Beispiel $r = 5\,\text{cm}$ und $k = \frac{40}{\pi}\,\text{cm} \approx 12{,}73\,\text{cm}$ $V = \pi \cdot (5\,\text{cm})^2 \cdot \frac{40}{\pi}\,\text{cm} = 1000\,\text{cm}^3$
gerades Prisma	zum Beispiel ein rechtwinkliges Dreieck als Grundfläche; Kathetenlängen 5 cm und 8 cm sowie Körperhöhe $k = 50\,\text{cm}$ ergibt $V = 0{,}5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 50 = 1000$
Pyramide	zum Beispiel eine rechteckige Grundfläche mit 10 cm und 15 cm als Längen der Grundkanten sowie der Körperhöhe $k = 20\,\text{cm}$; $\quad V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 = 1000$
Kegel	zum Beispiel eine Grundfläche mit 7,5 cm Radius und eine Körperhöhe $k = \frac{160}{3 \cdot \pi}\,\text{cm} \approx 16{,}98\,\text{cm}$; $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot \frac{160}{3 \cdot \pi} = 1000$
Kugel	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad r = 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} \approx 6{,}20$; $\; V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 \cdot \frac{6}{\pi} = 1000$

b) Gib an, welcher der beiden gewählten Körper den kleineren Oberflächeninhalt hat.

Bei der Kugel und beim Würfel sind die Abmessungen durch die Vorgabe $1000\,\text{cm}^3$ eindeutig bestimmt. Eine Kugel mit einem Liter Rauminhalt hat von allen Körpern mit dem gleichen Volumen die kleinste Oberfläche. Ein Würfel mit einem Liter Rauminhalt hat eine kleinere Oberfläche als ein Quader mit verschieden langen Kanten und dem gleichen Volumen. Bei allen anderen Körpern ist der Oberflächeninhalt von den Abmessungen abhängig, die du gewählt hast.