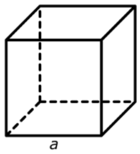
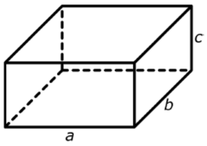
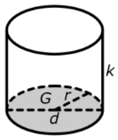
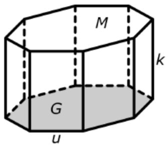
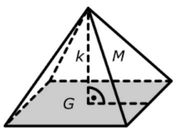
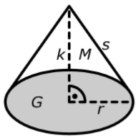
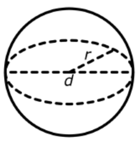
MATHE 364

01.01. genau 1 m³ aus der MSA-Formelsammlung

Die Längen a, b, c, r bzw. k wurden jeweils so bestimmt, dass $V = 1\,\text{m}^3$ ist.

Körper		
	**Würfel** Volumen $V = a^3$ Oberfläche $O = 6 \cdot a^2$	a Kante
	**Quader** Volumen $V = a \cdot b \cdot c$ Oberfläche $O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$	a, b, c Kanten
	**Zylinder** Volumen $V = G \cdot k = \pi \cdot r^2 \cdot k$ Mantelfläche $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot k = \pi \cdot d \cdot k$ Oberfläche $O = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + k)$	$\pi \approx$ 3,14 d Durchmesser r Radius k Körperhöhe G Grundfläche
	**(gerades) Prisma** Volumen $V = G \cdot k$ Mantelfläche $M = u \cdot k$ Oberfläche $O = 2 \cdot G + M$	k Körperhöhe G Grundfläche u Umfang
	**Pyramide** Volumen $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k$ Oberfläche $O = G + M$	G Grundfläche M Mantelfläche k Körperhöhe
	**Kegel** Volumen $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k$ Mantelfläche $M = \pi \cdot r \cdot s$ Oberfläche $O = G + M = \pi \cdot r \cdot (r + s)$	$\pi \approx$ 3,14 G Grundfläche M Mantelfläche r Radius s Mantellinie k Körperhöhe
	**Kugel** Volumen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ Oberfläche $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$\pi \approx$ 3,14 r Radius d Durchmesser

a) **Gib** *mindestens zwei* Beispiele für geeignete Abmessungen **an** (ähnliche Beispiele findest du im Kalenderblatt vom 30.12.).

b) Genau eine der Längen a, b, c, r bzw. k wird verdoppelt.
Markiere jeweils Körper sowie die passende Variable, bei denen das Volumen durch diese Änderung auf das Doppelte, das Vierfache, das Achtfache wächst.

Lösungen 01.01. genau 1 m^3 aus der MSA-Formelsammlung

Die Längen *a*, *b*, *c*, *r* bzw. *k* wurden jeweils so bestimmt, dass $V = 1\ m^3$ ist.

Nur die Kantenlänge des Würfels und Radius der Kugel sind eindeutig bestimmt. Bei allen anderen Körpern können die Maße individuell gewählt werden, z. B. durch

- *Probieren mit Zahlen,*
- *Rückwärtsrechnen mit Zahlen oder*
- *Term (Formel) für das Volumen mit 1 gleichsetzen, eine Länge wählen, Bestimmungsgleichung nach der anderen Länge auflösen.*

a) **Gib** *mindestens zwei* Beispiele für geeignete Abmessungen **an**

Körper	**Abmessungen**
Würfel	eindeutig: Kantenlänge $a = 1$ m; $V = (1\ m)^3 = 1000\ dm^3$ $V = a^3 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a = \sqrt[3]{1} = 1$
Quader	zum Beispiel $a = 0{,}5$ m, $b = 1$ m und $c = 2$ m $V = 5\ dm \cdot 10\ dm \cdot 20\ dm = 1000\ dm^3 = 1\ m^3$
Zylinder	z. B. $r = 5$ dm $= 0{,}5$ m und $k = \frac{40}{\pi}$ dm $\approx 12{,}73$ dm $= 1{,}273$ m $V = \pi \cdot (5\ dm)^2 \cdot \frac{40}{\pi}\ dm = 1000\ dm^3 = 1\ m^3$
gerades Prisma	z. B. ein rechtwinkliges Dreieck als Grundfläche; Kathetenlängen 5 dm = 0,5 m und 8 dm = 0,8 m sowie Körperhöhe $k = 50$ dm = 5 m ergibt in dm^3 $V = 0{,}5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 50 = 1000$, also $1000\ dm^3 = 1\ m^3$
Pyramide	zum Beispiel eine rechteckige Grundfläche mit 1 m = 10 dm und 1,5 m = 15 dm als Längen der Grundkanten sowie der Körperhöhe $k = 2\ m = 20\ dm$; $V = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 = 1000$ also $1000\ dm^3 = 1\ m^3$.
Kegel	zum Beispiel eine Grundfläche mit 0,75 m = 7,5 dm Radius und eine Körperhöhe $k = \frac{160}{3 \cdot \pi}$ dm $\approx 16{,}98$ dm; $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot \frac{160}{3 \cdot \pi} = 1000$
Kugel	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \approx 0{,}620$; $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}^{\,3} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{4\pi} = 1$

b) *siehe nächste Seite*

Lösungen 01.01. genau 1 m^3 aus der MSA-Formelsammlung

b) Die Längen *a*, *b*, *c*, *r* bzw. *k* wurden jeweils so bestimmt, dass $V = 1\,m^3$ ist. Genau eine dieser Längen wird verdoppelt. **Markiere** Variablen, bei denen das Volumen dadurch auf das Doppelte, das Vierfache, das Achtfache wächst.

Körper	Abmessungen
Würfel	Kantenlänge $a = 1$ m ergibt $V = 1\,m^3$ Verdoppeln auf $a = 2$ m ergibt $V = 8\,m^3$, das Achtfache
Quader	Zahlenbeispiel $a = 0{,}5$ m, $b = 1$ m und $c = 2$ m für $V = 1\,m^3$ *Da genau eine der drei Längen verdoppelt wird, ergibt sich bei jeder der Variablen immer das doppelte Volumen.*
Zylinder	Zahlenbeispiel $r = 0{,}5$ m, $k = \frac{40}{\pi}$ dm $\approx 1{,}273$ m für $V = 1\,m^3$ *Beim Verdoppeln des Radius wächst die Grundfläche und damit auch das Volumen auf das Vierfache.* *Beim Verdoppeln der Körperhöhe verdoppelt sich das Volumen.*
gerades Prisma	*Beim Verdoppeln der Körperhöhe verdoppelt sich das Volumen.* *Wenn die Grundfläche durch zwei Kantenlängen bestimmt wird und nur eine dieser Längen verdoppelt wird, dann verdoppelt sich das Volumen.* *Wenn die Grundfläche durch eine einzige Kantenlänge bestimmt wird, z. B. bei einem gleichseitigen Dreieck oder bei einem Quadrat, dann vervierfacht sich das Volumen beim Verdoppeln dieser Kantenlänge.* *Wenn die Grundfläche durch mehr als zwei Kantenlängen bestimmt wird, zum Beispiel bei einem Fünfeck, dann muss die Auswirkung einer Verdoppelung im Einzelfall untersucht werden.*
Pyramide	vgl. Prisma: *doppelte Körperhöhe, doppeltes Volumen* *Wenn die Grundfläche durch eine Kantenlänge bestimmt wird (Quadrat, gleichseitiges Dreieck), dann vervierfacht sich das Volumen beim Verdoppeln dieser Kantenlänge.* *Wenn die Grundfläche durch zwei Kantenlängen bestimmt wird und nur eine dieser Längen verdoppelt wird, dann verdoppelt sich das Volumen.* *mehr als zwei Kantenlängen in der Grundfläche: siehe oben*
Kegel	vgl. Zylinder: *doppelte Körperhöhe, doppeltes Volumen* *doppelter Radius, vierfaches Volumen*
Kugel	vgl. Würfel: *doppelter Radius, achtfaches Volumen*