MATHE 364

10.07. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

In den abgebildeten Tabellen wächst x immer in gleichgroßen Schritten.
In der dritten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Funktionswerte.
In der vierten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Differenzen.

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	31	20	11		−1	−4	−5	−4		4	11
Differenz	−11	−9	−7	−5	−3			3	5	7	
Differenz		2	2			2	2	2	2	2	

x	−5	−4,5	−4	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0
g(x)	31	25,25	20	15,25	11	7,25		1,25	−1	−2,75	−4
Differenz	− ,75	− ,25	− ,75	− ,25	− ,75	− ,25	− ,75	− ,25	−1,75	−1,25	
Differenz										0,5	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
h(x)	13,5	8	3,5			−4	−4,5	−4			3,5
Differenz	−5,5	−4,5				−0,5	0,5		2,5	3,5	
Differenz										1	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$x^2 - 4x - 5$									16		
Differenz								9			
Differenz											

Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens zwei* der Teilaufgaben **a)** bis **k)**.

a) **Ergänze** in der obersten Tabelle *mindestens vier* fehlende Zahlen.

b) In der zweiten Tabelle fehlen die Einerziffern bei den ersten Differenzen. **Ergänze** *mindestens viermal* eine fehlende Einerziffer.

c) **Ergänze** in der dritten Tabelle *mindestens vier* fehlende Zahlen.

d) In der vierten Tabelle ist der Funktionsterm bekannt. **Fülle** die Tabelle so weit **aus** bis du ein System erkennst.

e) Die erste und die zweite Tabelle stellen dieselbe quadratische Funktion dar. **Gib an**, wodurch diese beiden Tabellen sich unterscheiden.

f) **Bestimme** den Funktionsterm in der ersten und zweiten Tabelle.

g) In der ersten Tabelle ist der Vorfaktor von x^2 eine 1, in der dritten Tabelle ist dieser Vorfaktor kleiner. **Gib an**, wie sich das auf die letzte Zeile auswirkt.

h) Untersuche, wie eine solche Tabelle für die Funktionen
$1 \cdot x^2 + p \cdot x + q$ sowie $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ aussieht.

k) Gib an, wie eine solche Tabelle für eine lineare Funktion aussieht.

Lösungen 10.07. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

In den abgebildeten Tabellen wächst *x* immer in gleichgroßen Schritten.
In der dritten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Funktionswerte.
In der vierten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Differenzen.

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	31	20	11	4	−1	−4	−5	−4	−1	4	11
Differenz	−11	−9	−7	−5	−3	−1	1	3	5	7	
Differenz		2	2	2	2	2	2	2	2	2	

x	−5	−4,5	−4	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0
g(x)	31	25,25	20	15,25	11	7,25	4	1,25	−1	−2,75	−4
Differenz	− 5,75	− 5,25	− 4,75	− 4,25	− 3,75	− 3,25	− 2,75	− 2,25	−1,75	−1,25	
Differenz		0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
h(x)	13,5	8	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4	−2,5	0	3,5
Differenz	−5,5	−4,5	−3,5	−2,5	−1,5	−0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	
Differenz		1	1	1	1	1	1	1	1	1	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
x^2-4x-5	0	−5	−8	−9	−8	−5	0	7	16	27	40
Differenz	−5	−3	−1	1	3	5	7	9	11	13	
Differenz		2	2	2	2	2	2	2	2	2	

a) **Ergänze** in der obersten Tabelle *mindestens vier* fehlende Zahlen. siehe oben

b) In der zweiten Tabelle fehlen die Einerziffern bei den ersten Differenzen. **Ergänze** *mindestens viermal* eine fehlende Einerziffer. siehe oben

c) **Ergänze** in der dritten Tabelle *mindestens vier* fehlende Zahlen. siehe oben

d) In der vierten Tabelle ist der Funktionsterm bekannt. **Fülle** die Tabelle so weit **aus** bis du ein System erkennst. siehe oben (*Erläuterungstext nicht erwartet*)
Die Differenzen der Differenzen sind konstant 2. Die Diferenzen benachbarter Funktionswerte steigen in Zweierschritten bzw. bilden die Folge der ungeraden Zahlen. Die Funktionswerte „steigen" um −5, um −3, um −1, um +1, um +3 usw.

e) Die erste und die zweite Tabelle stellen dieselbe quadratische Funktion dar. **Gib an**, wodurch diese beiden Tabellen sich unterscheiden. In der zweiten Tabelle wächst *x* in Schritten von 0,5. Deshalb wechseln sich ganzzahlige Werte und solche ab, die auf ,25 enden. Die Differenzen benachbarter Funktionswerte wachsen in 0,5er-Schritten. Die Differenzen der Differenzen sind konstant 0,5.

f) **Bestimme** den Funktionsterm in der ersten und zweiten Tabelle.
y-Achsenabschnitt $f(0) = -4$
Funktionswert an der Stelle 1: $f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 4 = -5 \Rightarrow a + b = -1$
Funktionswert an der Stelle −1: $f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 4 = -1 \Rightarrow a - b = 3$
$\Rightarrow a = 1$ und $b = -2$ $\quad \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x - 4$
Die Funktionsterme in der ersten und der zweiten Tabelle stimmen überein.

Lösungen 10.07. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

In den abgebildeten Tabellen wächst x immer in gleichgroßen Schritten.
In der dritten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Funktionswerte.
In der vierten Zeile stehen die Differenzen benachbarter Differenzen.

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	31	20	11	4	−1	−4	−5	−4	−1	4	11
Differenz	−11	−9	−7	−5	−3	−1	1	3	5	7	
Differenz		2	2	2	2	2	2	2	2	2	

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
h(x)	13,5	8	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4	−2,5	0	3,5
Differenz	−5,5	−4,5	−3,5	−2,5	−1,5	−0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	
Differenz		1	1	1	1	1	1	1	1	1	

g) In der ersten Tabelle ist der Vorfaktor von x^2 eine 1, in der dritten Tabelle ist dieser Vorfaktor kleiner. **Gib an**, wie sich das auf die letzte Zeile auswirkt.

Die Differenzen der Differenzen in der letzten Zeile betragen 1 statt wie oben 2.

h) Untersuche, wie eine solche Tabelle für die Funktionen

$1 \cdot x^2 + p \cdot x + q$ sowie $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ aussieht.

x	x	$x+1$	$x+2$
f(x)	$1 \cdot x^2 + p \cdot x + q$	$1 \cdot (x+1)^2 + p \cdot (x+1) + q$	$1 \cdot (x+2)^2 + p \cdot (x+2) + q$
Differenz	$2 \cdot x + 1 + p \cdot 1$	$2 \cdot x + 3 + p \cdot 1$	
Differenz		2	

x	x	$x+1$	$x+2$
f(x)	$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	$a \cdot (x+1)^2 + b \cdot (x+1) + c$	$a \cdot (x+2)^2 + b \cdot (x+2) + c$
Differenz	$2 \cdot a \cdot x + a \cdot 1 + b \cdot 1$	$2 \cdot a \cdot x + a \cdot 3 + b \cdot 1$	
Differenz		$2 \cdot a$	

Bei einer kleineren Schrittweite ändert sich die Differenz der Differenz entsprechend, zum Beispiel bei 0,5 er-Schritten für x auf 1 bzw. auf $1 \cdot a$.

k) Gib an, wie eine solche Tabelle für eine lineare Funktion aussieht.

Die Differenz benachbarter Funktionswerte ist konstant, z. B. $1 \cdot m$, wenn x in Einerschritten wächst. Die Differenzen der Differenz sind 0.