

MATHE 364

06.06. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Brüche

Zahlenrätsel

Über zwei unbekannte Brüche ist bekannt:

Addiert man diese beiden Brüche, ist die Summe $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{17}{2}$.

Multipliziert man diese beiden Brüche, ist das Produkt $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$.

Die Differenz dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{1}{12}$ bzw. $-\frac{1}{12}$.

Der Quotient dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{8}{9}$ bzw. $\frac{9}{8}$.

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens zwei der Teilaufgaben a) bis d).

- a) **Denke** dir zwei Brüche **aus**, möglichst keine komplizierten Zahlen.
Formuliere mit deinen beiden Brüchen ein neues Rätsel.

Zahlenrätsel

Über meine beiden unbekannten Brüche ist bekannt:

Addiert man diese beiden Brüche, ist die Summe $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

Multipliziert man diese beiden Brüche, ist das Produkt $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

Die Differenz dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{\square}{\square}$ bzw. $-\frac{\square}{\square}$.

Der Quotient dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{\square}{\square}$ bzw. $\frac{\square}{\square}$.

- b) **Löse** das erste Rätsel.
- c) Marvin wählt für die unbekannten Zahlen zweimal die selbe Zahl.
Gib an, wie man das an seinen Ergebnissen erkennen kann.
Entscheide, ob Marvins Rätsel überhaupt lösbar ist.
- d) Maja wählt eine Zahl und ihre Gegenzahl als unbekannte Zahlen.
Gib an, wie man das an ihren Ergebnissen erkennen kann.
Entscheide, ob Majas Rätsel überhaupt lösbar ist.
- e) Kevin sagt: „Für Rätsel nehme ich einfach das Doppelte der unbekannten Zahlen aus dem ersten Rätsel! Dann sind alle Ergebnisse doppelt so groß.“
Überprüfe, ob das stimmt.

Zahlenrätsel

Über zwei unbekannte Brüche ist bekannt:

Addiert man diese beiden Brüche, ist die Summe $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{17}{2}$.

Multipliziert man diese beiden Brüche, ist das Produkt $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$.

Die Differenz dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{1}{12}$ bzw. $-\frac{1}{12}$.

Der Quotient dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{8}{9}$ bzw. $\frac{9}{8}$.

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens zwei der Teilaufgaben a) bis d).

a) Denke dir zwei Brüche **aus**, möglichst keine komplizierten Zahlen.

Formuliere mit deinen beiden Brüchen ein neues Rätsel.

individuell gewählte Zahlen; die Summe, das Produkt, die beiden Differenzen und die beiden Quotienten müssen mit diesen Zahlen rechnerisch richtig sein.

Zahlenrätsel

Über meine beiden unbekannten Brüche ist bekannt:

Addiert man diese beiden Brüche, ist die Summe $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

Multipliziert man diese beiden Brüche, ist das Produkt $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

Die Differenz dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{\square}{\square}$ bzw. $-\frac{\square}{\square}$.

Der Quotient dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{\square}{\square}$ bzw. $\frac{\square}{\square}$.

b) Löse das erste Rätsel. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$

Probieren

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

Aufstellen und Lösen einer quadratischen Gleichung

$$x + y = \frac{17}{12}$$

$$x \cdot y = \frac{1}{2}$$

$$x + y = \frac{17}{12} \Rightarrow y = \frac{17}{12} - x$$

$$\text{Einsetzen} \quad x \cdot y = x \cdot \left(\frac{17}{12} - x\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ausmultiplizieren} \quad \frac{17}{12}x - x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - \frac{17}{12}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x = \frac{17}{24} + \sqrt{\frac{289}{576} - \frac{1}{2}} = \frac{17}{24} + \sqrt{\frac{289}{576} - \frac{288}{576}} = \frac{17}{24} + \frac{1}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{17}{24} - \sqrt{\frac{289}{576} - \frac{1}{2}} = \frac{17}{24} - \frac{1}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Zahlenrätsel

Über zwei unbekannte Brüche ist bekannt:

Addiert man diese beiden Brüche, ist die Summe $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{17}{2}$.

Multipliziert man diese beiden Brüche, ist das Produkt $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$.

Die Differenz dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{1}{12}$ bzw. $-\frac{1}{12}$.

Der Quotient dieser beiden Brüche ist je nach Reihenfolge $\frac{8}{9}$ bzw. $\frac{9}{8}$.

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens zwei der Teilaufgaben a) bis d).

- c) Marvin wählt für die unbekannten Zahlen zweimal die selbe Zahl.

Du kannst du dir die Situation mit einem Zahlenbeispiel klarmachen.

Gib an, wie man das an seinen Ergebnissen erkennen kann.

Die Differenz ist 0, der Quotient ist 1, unabhängig von der Reihenfolge.

Entscheide, ob Marvins Rätsel überhaupt lösbar ist. **ja**

Begründung (nicht verlangt): *Man halbiert die Summe (geht einfacher) oder man zieht die Quadratwurzel aus dem Produkt (komplizierter, geht aber rational auf).*

- d) Maja wählt eine Zahl und ihre Gegenzahl als unbekannte Zahlen.

Du kannst du dir die Situation mit einem Zahlenbeispiel klarmachen.

Gib an, wie man das an ihren Ergebnissen erkennen kann.

Die Summe ist 0, der Quotient ist -1.

Entscheide, ob Majas Rätsel überhaupt lösbar ist. **ja**

Begründung (nicht verlangt): *Man halbiert die Differenz (geht einfacher) oder man zieht die Quadratwurzel aus dem Betrag des Produkts (komplizierter).*

- e) Kevin sagt: „Für Rätsel nehme ich einfach das Doppelte der unbekannten Zahlen aus dem ersten Rätsel! Dann sind alle Ergebnisse doppelt so groß.“

Du kannst du dir die Situation mit einem Zahlenbeispiel klarmachen.

Überprüfe, ob das stimmt. **nein**

Durch das Verdoppeln der beiden Zahlen verdoppeln sich die Summe und die beiden Differenzen. Die Quotienten ändern sich nicht. Das Produkt vervierfacht sich.