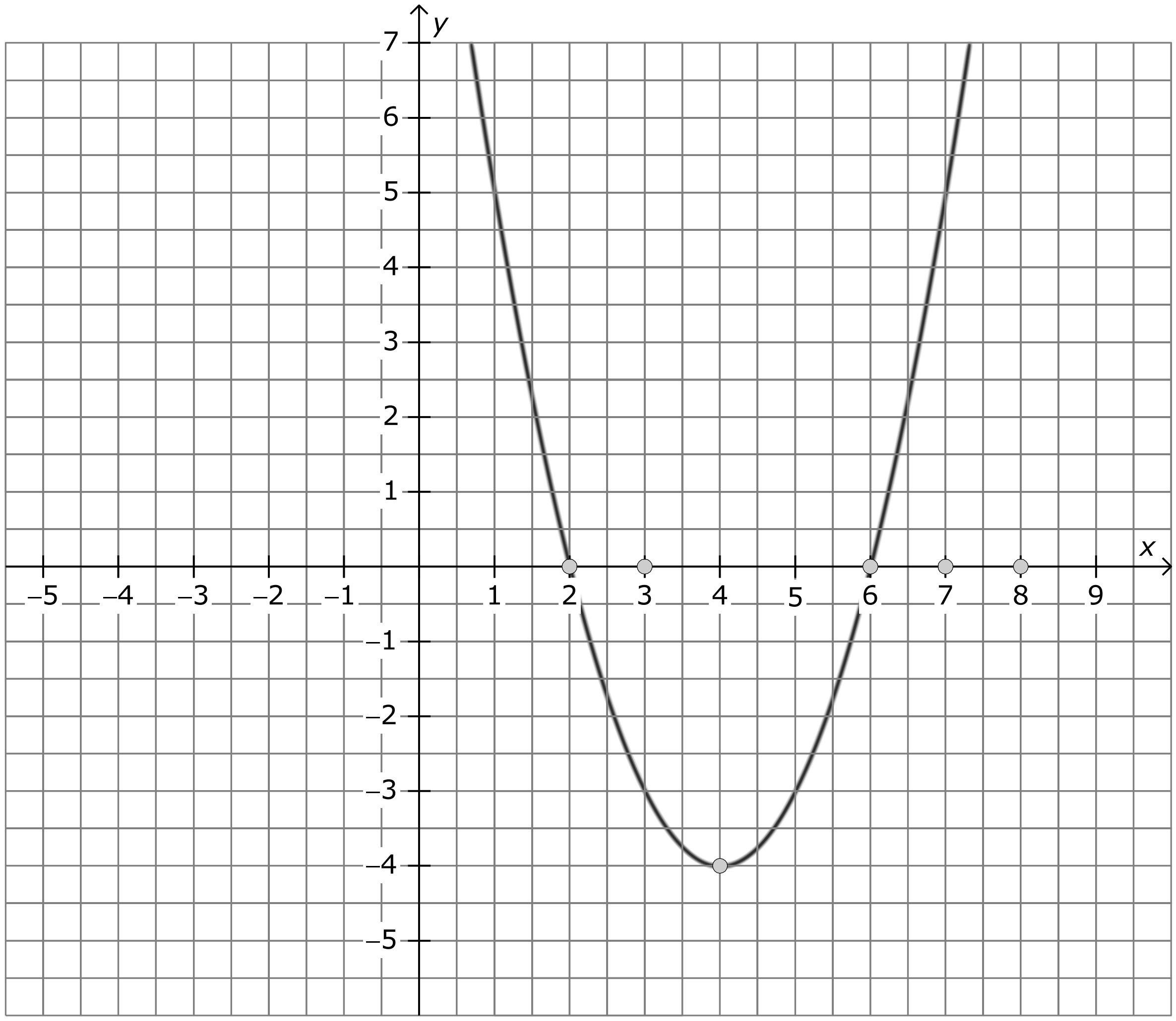
MATHE 364

25.06. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

$(x-2)\cdot(x-6) = x^2 - 8x + 12 = x^2 - 8x + 16 - 16 + 12 = (x-4)^2 - 4$. Die Parabel $(x-2)\cdot(x-6)$ hat die Nullstellen +2 und +6 sowie den Scheitelpunkt (+4 | –4).



Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens zwei* der Teilaufgaben **a)** bis **e)**.

a) **Gib** die Nullstellen sowie den Scheitelpunkt der Parabel $(x-3)\cdot(x-5)$ **an**.

b) **Gib** sowie Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel $(x-2)\cdot(x-8)$ **an**.

c) ..., $(x-2)\cdot(x-8)$, $(x-2)\cdot(x-6)$, $(x-2)\cdot(x-4)$, $(x-2)\cdot(x-2)$, $(x-2)\cdot(x-0)$, $(x-2)\cdot(x+2)$, $(x-2)\cdot(x+4)$, ...

Gib ein paar Nullstellen sowie ein paar Scheitelpunkte **an**.

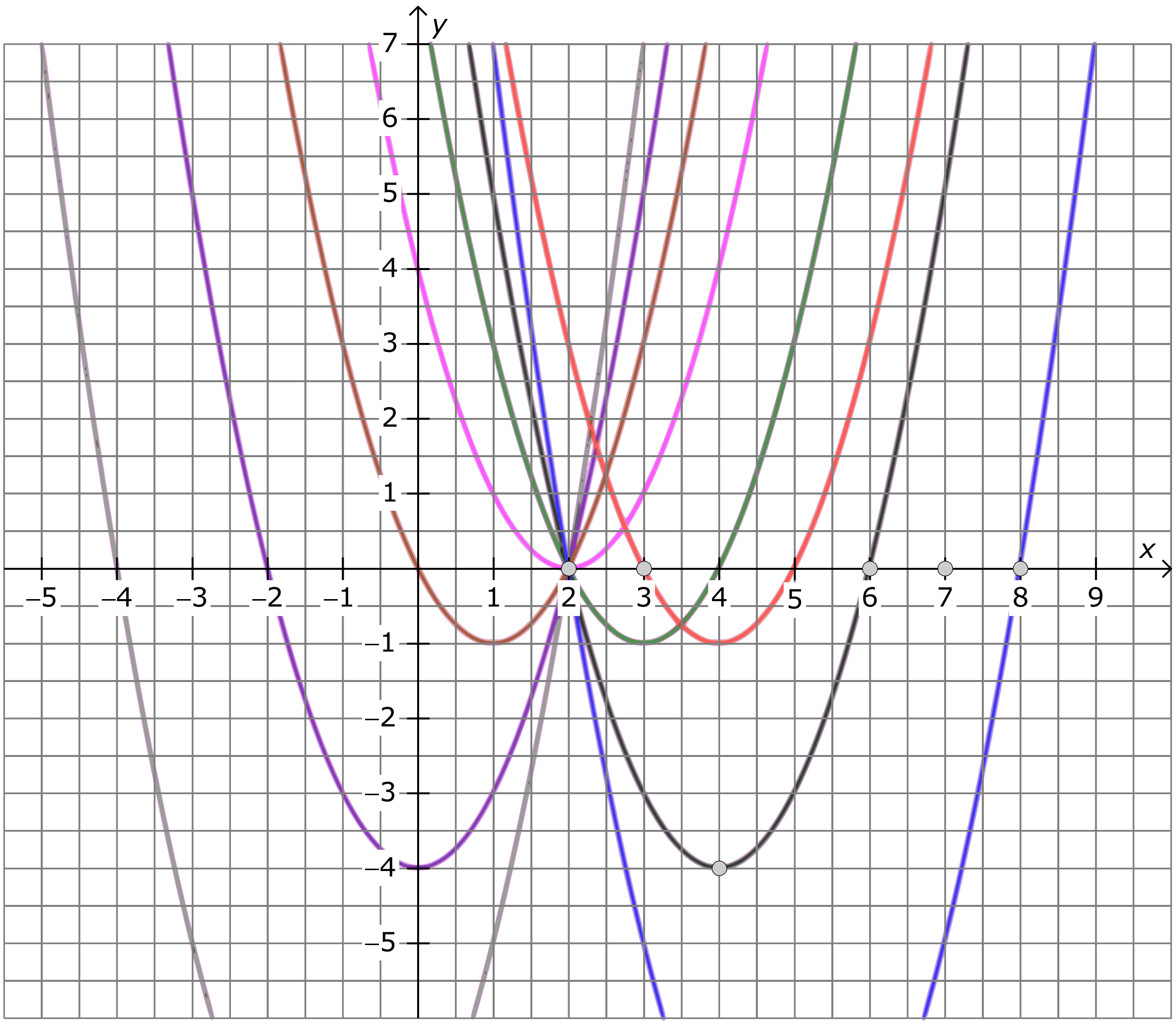
d) ..., $(x-2)\cdot(x-5)$, $(x-2)\cdot(x-3)$, $(x-2)\cdot(x-1)$, $(x-2)\cdot(x+1)$, ...

Gib ein paar Nullstellen sowie ein paar Scheitelpunkte **an**.
Erkläre, warum der Scheitelpunkt hier niemals ein Gitternetzpunkt ist.

e) **Gib an**, wie du den Scheitelpunkt von $(x-a)\cdot(x-b)$ bestimmst.

Lösungen 25.06. **Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen**

$(x-2)\cdot(x-6) = x^2 - 8x + 12 = x^2 - 8x + 16 - 16 + 12 = (x-4)^2 - 4$. Die Parabel $(x-2)\cdot(x-6)$ hat die Nullstellen +2 und +6 sowie den Scheitelpunkt (+4 | −4).



Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens zwei* der Teilaufgaben **a)** bis **e)**.

a) **Gib** die Nullstellen sowie den Scheitelpunkt der Parabel $(x-3)\cdot(x-5)$ **an**.

Nullstellen $x = +3$ und $x = +5$, Scheitelpunkt (4 | −1), siehe rote Parabel

b) **Gib** sowie Nullstellen und den Scheitelpunkt der Parabel $(x-2)\cdot(x-8)$ **an**.

Nullstellen $x = +2$ und $x = +8$, Scheitelpunkt (5 | −9), siehe blaue Parabel

c) …, $\boxed{(x-2)\cdot(x-8)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x-6)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x-4)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x-2)}$,

+2, +8, (5 | −9) +2, +6, (4 | −4) +2, +4, (3 | −1) +2, +2, (2 | 0)

$\boxed{(x-2)\cdot(x-0)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x+2)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x+4)}$, …

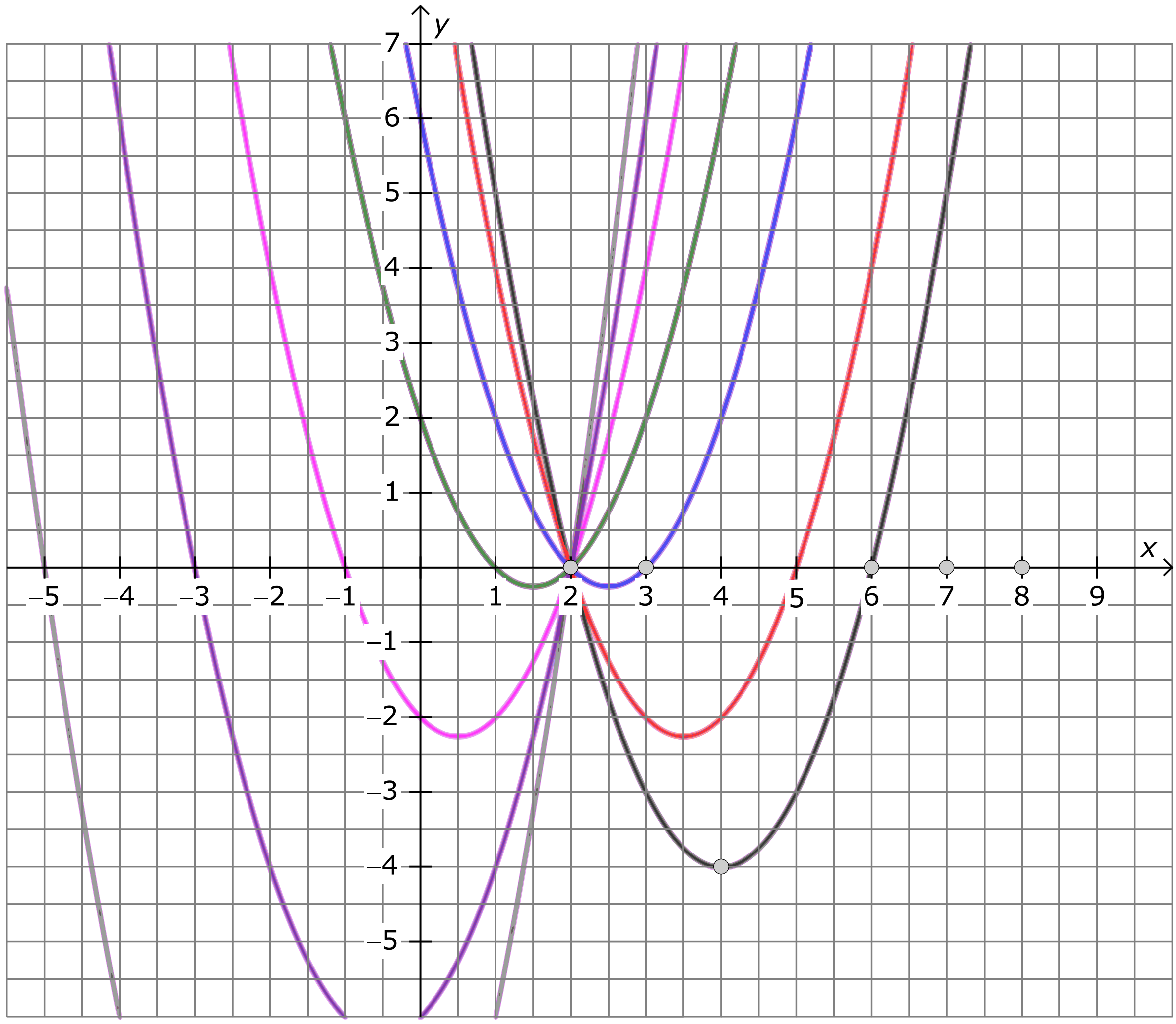
+2, 0, (1 | −1) +2, −2, (0 | −4) +2, −4, (−1 | −9)

Gib ein paar Nullstellen sowie ein paar Scheitelpunkte **an**.

siehe Angaben in der gleiche Farbe wie die jeweilige Parabel

… *siehe nächste Seite*

Lösungen 25.06. **Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen**



d) als Anhaltspunkt: $\boxed{(x-2)\cdot(x-6)}$ Nullstellen +2, +6, Scheitelpunkt (4 | −4)

…, $\boxed{(x-2)\cdot(x-5)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x-3)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x-1)}$,

+2, +5, (3,5 | −2,25) +2, +3, (2,5 | −0,25) +2, +1, (1,5 | −0,25)

$\boxed{(x-2)\cdot(x+1)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x+3)}$, $\boxed{(x-2)\cdot(x+5)}$, …

+2, −1, (0,5 | −2,25) +2, −3, (−0,5 | −6,25) +2, −5, (−1,5 | −12,25)

Gib ein paar Nullstellen sowie ein paar Scheitelpunkte **an**.

siehe Angaben in der gleiche Farbe wie die jeweilige Parabel

Erkläre, warum der Scheitelpunkt hier niemals ein Gitternetzpunkt ist.

Der Scheitelpunkt liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen. Eine davon ist immer 2, die andere ist immer ungerade, der Mittelwert beider Zahlen endet auf ,5. Setzt man dies für *x* in den Funktionsterm ein, endet der *y*-Wert immer auf ,25.

… *siehe nächste Seite*

e) Gib an, wie du den Scheitelpunkt von $(x-a)\cdot(x-b)$ bestimmst.

z. B. quadratische Ergänzung

$$(x-a)\cdot(x-b) = x^2-(a+b)\cdot x+a\cdot b =$$

$$x^2-(a+b)\cdot x+\frac{(a+b)^2}{4}-\frac{(a+b)^2}{4}+a\cdot b=(x-\tfrac{1}{2}\cdot(a+b))^2-\frac{(a+b)^2}{4}+a\cdot b$$

Scheitelpunkt $\left(\tfrac{1}{2}\cdot(a+b)\,\middle|\,a\cdot b-\frac{(a+b)^2}{4}\right)$

oder Lösungsformel (1-p-q-Formel) und Satz von Vieta

Die beiden Nullstellen sind $a=-\frac{p}{2}-\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$ und $b=-\frac{p}{2}+\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$. Darin ist $-\frac{p}{2}$ die Mitte zwischen den beiden Nullstellen a und b, während $a\cdot b-\frac{(a+b)^2}{4}=q-\frac{p^2}{4}$ die y-Koordinate des Scheitelpunktes ist. Beim Ausmultiplizieren (siehe oben) ist $p=-(a+b)$ und $q=a\cdot b$.