

MATHE 364

17.03. Beschreibung durch Funktionen

Bakterien können unter günstigen Bedingungen ihre Anzahl alle 20 min verdoppeln.

a) Gib das mathematische Modell (die Art des Wachstumsvorgangs) **an**.

Nenne *mindestens ein weiteres* Beispiel für einen derartigen Wachstumsvorgang.

b) Ein Tröpfchen Flüssigkeit enthält $5 \cdot 10^8$ Bakterien. Das Tröpfchen wird auf einem Nährboden in einer Petrischale ausgestrichen und in einem Wärmeschränk aufbewahrt. Dadurch verdoppelt sich die Bakterienzahl nach jeweils 20 Minuten.

Ergänze in der Tabelle mindestens drei fehlende Angaben.

Zeit	0		40 min	1 h		2 h	4 h
Anzahl	$5 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$		$8 \cdot 10^9$	$6,4 \cdot 10^{10}$	

c) $n(t) = c \cdot a^t$ gibt die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t an.

Diese Anzahl verdoppelt sich nach jeweils 20 Minuten.

Bearbeite *mindestens vier* der folgenden Arbeitsaufträge:

Gib die Bedeutung von c **an**.

Gib für die Tabelle in **b)** den Wert von c **an**.

Gib die Bedeutung von a **an**.

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Drittelstunden misst.

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Stunden misst.

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Minuten misst.

d) Ein Tröpfchen Flüssigkeit enthält $5 \cdot 10^8$ Bakterien.

Diese Anzahl verdoppelt sich nach jeweils 20 Minuten.

Wahlaufgabe:

Berechne die Anzahl der Bakterien nach 42 Minuten.

oder

Berechne Zeit, nach der die Anzahl der Bakterien auf 2143546925 gewachsen ist.

Bakterien können unter günstigen Bedingungen ihre Anzahl alle 20 min verdoppeln.

a) Gib das mathematische Modell (die Art des Wachstumsvorgangs) **an**.

exponentielles Wachstum

Nenne mindestens ein weiteres Beispiel für einen derartigen Wachstumsvorgang.

z. B. Verzinsung mit Zinseszins, Papier auf das Doppelte falten, Kernspaltung ...

b) Ein Tröpfchen Flüssigkeit enthält $5 \cdot 10^8$ Bakterien. Das Tröpfchen wird auf einem Nährboden in einer Petrischale ausgestrichen und in einem Wärmeschrank aufbewahrt. Dadurch verdoppelt sich die Bakterienzahl nach jeweils 20 Minuten.

Ergänze in der Tabelle mindestens drei fehlende Angaben.

Zeit	0	20 min	40 min	1 h	80 min	2 h	4 h
Anzahl	$5 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^9$	$6,4 \cdot 10^{10}$	$2,048 \cdot 10^{12}$

c) $n(t) = c \cdot a^t$ gibt die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t an.

Diese Anzahl verdoppelt sich nach jeweils 20 Minuten.

Bearbeite mindestens vier der folgenden Arbeitsaufträge:

Gib die Bedeutung von c **an**. Startwert (Wert zum Zeitpunkt 0)

Gib für die Tabelle in **b)** den Wert von c **an**. $5 \cdot 10^8$

Gib die Bedeutung von a **an**. Wachstumsfaktor

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Drittelstunden misst. 2

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Stunden misst. 8, denn $2^3 = 8$

Gib den Wert von a **an**, wenn man die Zeit t in Minuten misst.

$${}^{20}\sqrt{2} \approx 1,035264924, \text{ denn } ({}^{20}\sqrt{2})^{20} = 2$$

d) Ein Tröpfchen Flüssigkeit enthält $5 \cdot 10^8$ Bakterien.

Diese Anzahl verdoppelt sich nach jeweils 20 Minuten.

Wahlaufgabe:

Berechne die Anzahl der Bakterien nach 42 Minuten.

$$5 \cdot 10^8 \cdot ({}^{20}\sqrt{2})^{42} = 2143546925$$

oder

Berechne Zeit, nach der die Anzahl der Bakterien auf 2143546925 gewachsen ist.

$$5 \cdot 10^8 \cdot a^t = 2143546925 \quad | : (5 \cdot 10^8)$$

$$\Leftrightarrow a^t = 4,28709385 \quad | \log_a(\dots)$$

$$\Rightarrow t = \log_a(4,28709385)$$

$$\log_2(4,28709385) = 2,1, \quad \text{also } 2,1 \text{ mal } 20 \text{ Minuten} = 42 \text{ Minuten}$$

$$\log_8(4,28709385) = 0,7, \quad \text{also } 0,7 \text{ mal ein Stunde} = 42 \text{ Minuten}$$

$$\log_{{}^{20}\sqrt{2}}(4,28709385) = 42, \text{ also } 42 \text{ Minuten}$$