MATHE 364

22.03. Funktionen Version 1

Von dieser Aufgabe gibt es drei Versionen. Du brauchst nur eine zu bearbeiten.

Die Graphen einer linearen Funktion, einer quadratischen Funktion sowie einer Exponentialfunktion schneiden sich in den Punkten (1 | 2) und (3 | 8). Außerdem schneiden sich die Graphen der quadratischen Funktion und der der Exponentialfunktion im Punkt (2 | 4).

a) **Bestimme** die drei Funktionsterme.

b) **Entscheide**, ob es noch weitere Schnittpunkte zwischen zwei der drei Graphen gibt.

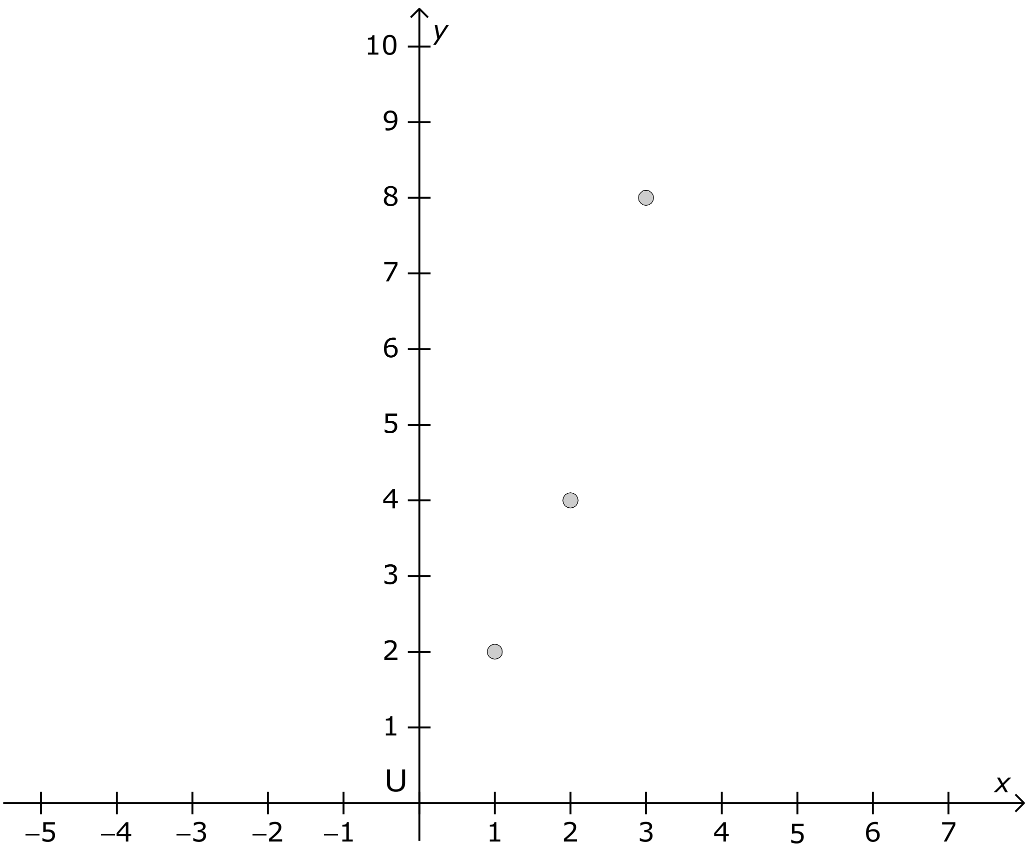
c) **Gib an**, welche der drei Funktionen am schnellsten besonders große Funktionswerte und welche der Funktionen am schnellsten besonders kleine Funktionswerte erreicht.

MATHE 364

22.03. Funktionen Version 2

Von dieser Aufgabe gibt es drei Versionen. Du brauchst nur eine zu bearbeiten.

Die Graphen einer linearen Funktion, einer quadratischen Funktion sowie einer Exponentialfunktion schneiden sich in den Punkten (1 | 2) und (3 | 8). Außerdem schneiden sich die Graphen der quadratischen Funktion und der der Exponentialfunktion im Punkt (2 | 4).



a) **Zeichne** die Gerade **ein** und **skizziere** die beiden anderen Graphen.

b) **Bestimme** die drei Funktionsterme.

c) **Entscheide**, ob es noch weitere Schnittpunkte zwischen zwei der drei Graphen gibt.

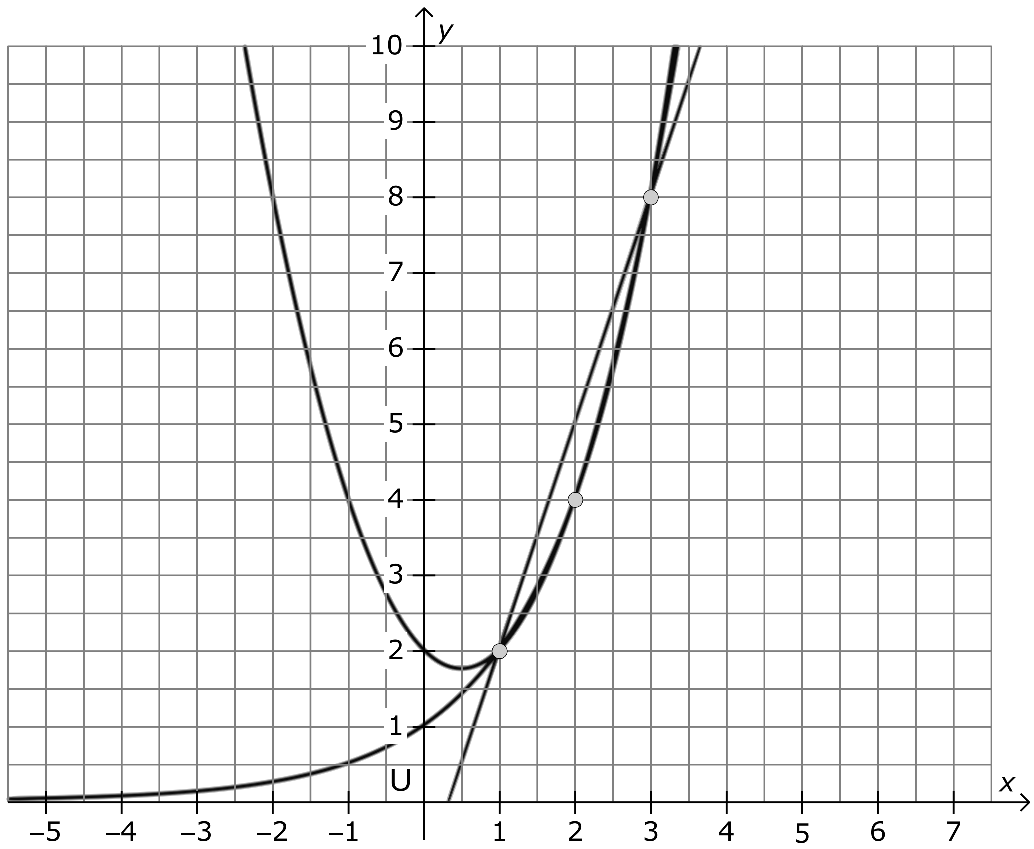
d) **Gib** die Funktionswerte für $x = -10$ und für $x = 10$ **an**.

MATHE 364

22.03. Funktionen Version 3

Von dieser Aufgabe gibt es drei Versionen. Du brauchst nur eine zu bearbeiten.

Die Graphen einer linearen Funktion, einer quadratischen Funktion sowie einer Exponentialfunktion schneiden sich in den Punkten (1 | 2) und (3 | 8). Außerdem schneiden sich die Graphen der quadratischen Funktion und der der Exponentialfunktion im Punkt (2 | 4).

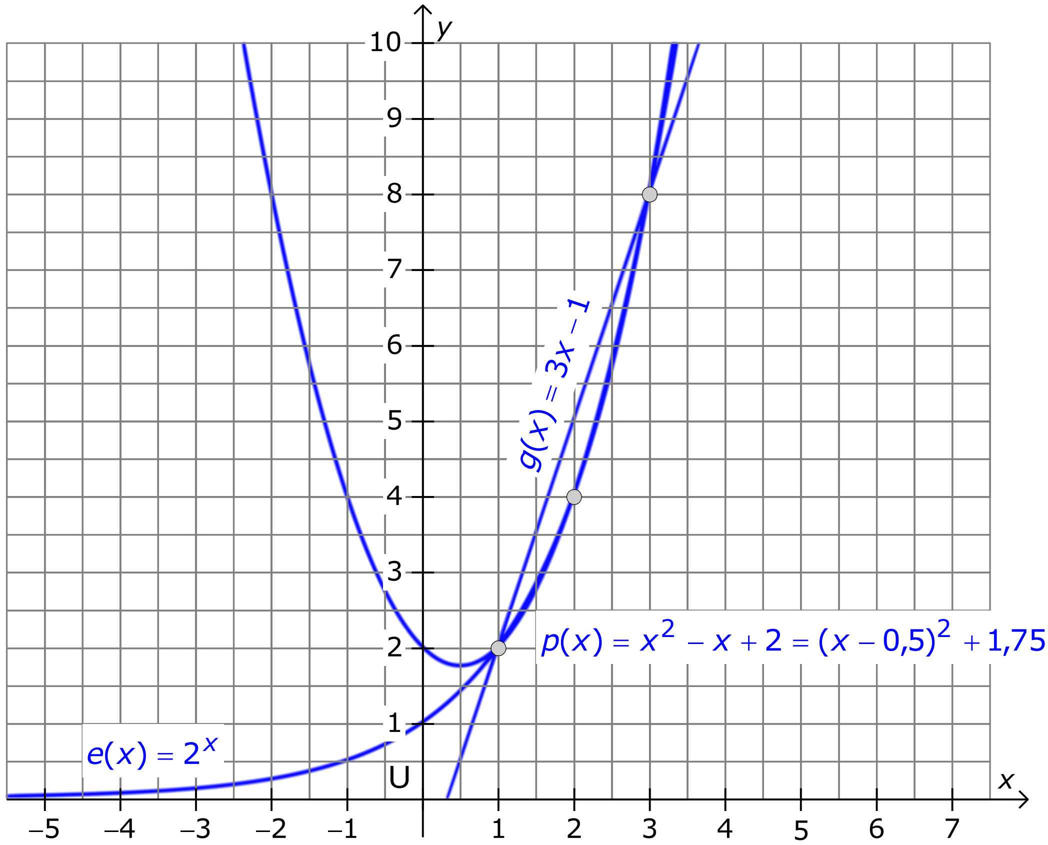


a) **Bestimme** die drei Funktionsterme.

b) **Entscheide**, ob es noch weitere Schnittpunkte zwischen zwei der drei Graphen gibt.

c) **Gib** die Funktionswerte für $x = -10$ und für $x = 10$ **an**.

Die Graphen einer linearen Funktion, einer quadratischen Funktion sowie einer Exponentialfunktion schneiden sich in den Punkten (1 | 2) und (3 | 8). Außerdem schneiden sich die Graphen der quadratischen Funktion und der der Exponentialfunktion im Punkt (2 | 4).



- **Zeichne** die Gerade **ein** und **skizziere** die beiden anderen Graphen. siehe Abb.
- **Bestimme** die drei Funktionsterme. Terme siehe Abbildung; Lösungswege

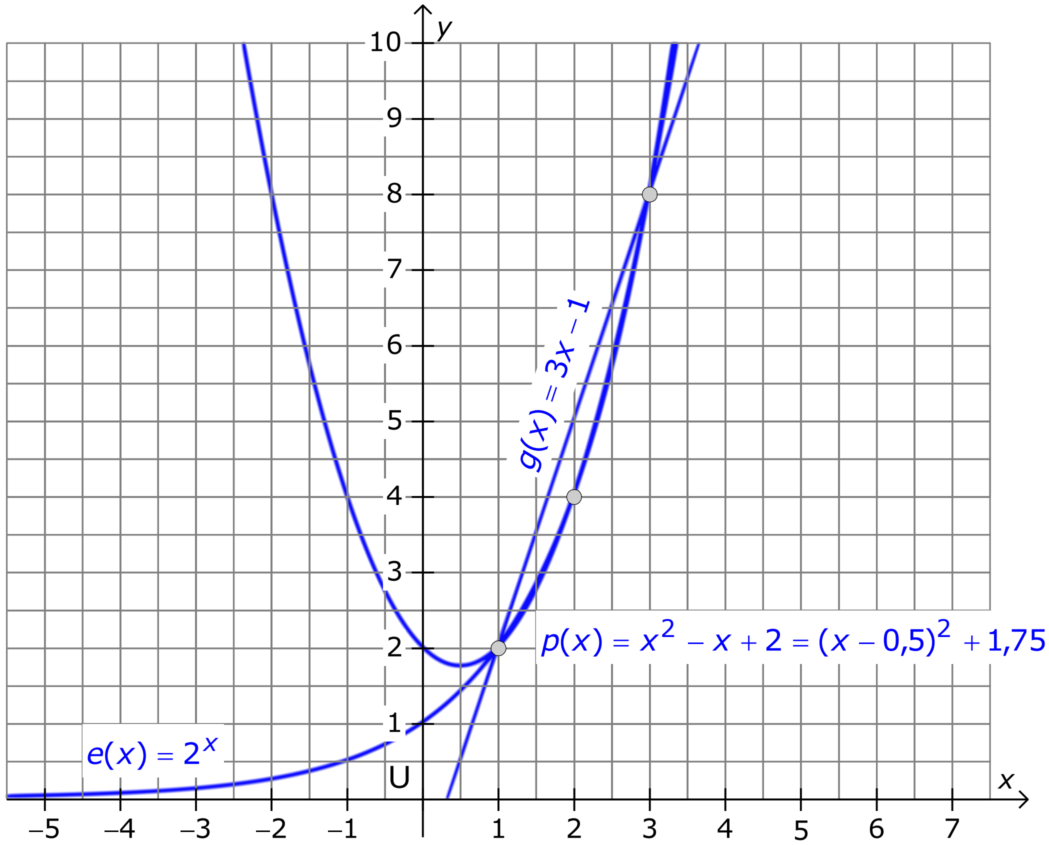
Exponentialfunktion: z. B. Probieren $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$ oder Gleichungssystem $e(x) = c \cdot a^x$; $e(1) = 2 \Rightarrow c \cdot a = 2$; $e(2) = 4 \Rightarrow c \cdot a^2 = 4$;
Einsetzen $c \cdot a^2 = c \cdot a \cdot a = 2 \cdot a = 4 \Rightarrow a = 2$; Einsetzen $c \cdot a = c \cdot 2 = 2 \Rightarrow c = 1$

lineare Funktion: z. B. Steigung $m = 3$, da 2 nach rechts und 6 nach oben; Achsenabschnitt: von (1 | 2) aus 1 nach links und 3 nach unten ergibt $b = -1$ oder Gleichungssystem $g(x) = m \cdot x + b$; $g(1) = m \cdot 1 + b = 2$; $g(3) = m \cdot 3 + b = 8$;

Subtrahieren
$$\begin{array}{rl} 3m + b &= 8 \\ \underline{m + b} &\underline{= 2} \\ 2m &= 6 \quad \Rightarrow m = 3 \end{array}$$
Einsetzen $3 + b = 2 \quad \Rightarrow \quad b = -1$

quadratische Funktion: z. B. Gleichungssystem $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$p(1) = a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = 2$; $p(2) = a \cdot 4 + b \cdot 2 + c = 4$; $p(3) = a \cdot 9 + b \cdot 3 + c = 8$;
Gleichungssystem mit der Lösungsfunktion des Taschenrechners lösen!
Wenn man vermutet, dass $a = 1$ ist, wird das Gleichungssytem einfacher:
$p(1) = 1 + b \cdot 1 + c = 2$; $p(2) = 4 + b \cdot 2 + c = 4$

Die Graphen einer linearen Funktion, einer quadratischen Funktion sowie einer Exponentialfunktion schneiden sich in den Punkten (1 | 2) und (3 | 8). Außerdem schneiden sich die Graphen der quadratischen Funktion und der der Exponentialfunktion im Punkt (2 | 4).



- **Entscheide**, ob es noch weitere Schnittpunkte zwischen zwei der drei Graphen gibt. nein ; Begründung (nicht verlangt): Die Graphen sind Linkskurven. Eine Gerade kann einen solchen Graphen höchstens zweimal schneiden.

  Die Parabel hat bis $x = 1$ größere Werte als die Exponentialfunktion, bis $x = 2$ hat die Exponentialfunktion größere Werte, bis $x = 3$ hat die Parabel wieder größere Werte und für $x > 3$ wachsen die Werte der Exponentialfunktion schneller als die der quadratischen Funktion. Man könnte auch eine Wertetabelle anlegen.

- **Gib** die Funktionswerte für $x = -10$ und für $x = 10$ **an**.

  $e(-10) = 2^{-10} = \frac{1}{1024}$ $\qquad$ $e(10) = 2^{10} = 1024$

  $g(-10) = 3 \cdot (-10) - 1 = -31$ $\qquad$ $g(10) = 3 \cdot 10 - 1 = 29$

  $p(-10) = (-10)^2 - (-10) + 2 = 112$ $\qquad$ $p(10) = 10^2 - 10 + 2 = 92$

- **Gib an**, welche der drei Funktionen am schnellsten besonders große Funktionswerte die Exponentialfunktion und welche der Funktionen am schnellsten besonders kleine Funktionswerte die lineare Funktion erreicht.

  Die lineare Funktion erreicht als einzige der drei Funktionen negative Werte!