

MATHE 364

29.05. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Potenzen

Die Tabelle zeigt die Potenzen der Zahl 7. Die letzte Ziffer ist jeweils 7, 9, 3, 1, 7, ...

Hochzahl	Potenz	Bedeutung	Wert
1	7^1	7	7
2	7^2	7 · 7	4 9
3	7^3	7 · 7 · 7	34 3
4	7^4	7 · 7 · 7 · 7	240 1
5	7^5	7 · 7 · 7 · 7 · 7	1680 7
6	7^6	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	11764 9
7	7^7	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	82354 3
8	7^8	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	576480 1
9	7^9	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	4035360 7
10	7^{10}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	28247524 9
11	7^{11}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	197732674 3
12	7^{12}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	1384128720 1
13	7^{13}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	9688901040 7

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens drei* der Teilaufgaben **a)** bis **h)**.

- Informiere** dich, wie man bei deinem Taschenrechnermodell Potenzen eingibt.
- Gib** das Muster der jeweils letzten Ziffer für die Potenzen von 2 **an**.
- Gib** das Muster der jeweils letzten Ziffer für die Potenzen einer anderen Zahl **an**.
- Nutze** für **b)** und **c)** ein Tabellenkalkulationsprogramm.
Gib die Tabellenkalkulationsformeln **an**.
- Die Hochzahlen wachsen in 0,5 er-Schritten: 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; ...
Untersuche, welches Muster die jeweils letzte Ziffer der Potenzen von 4 bei diesen Hochzahlen ergibt.
Gib an, welche anderen Zahlen außer 4 für diese Untersuchung geeignet sind und welche Zahlen nicht.
- Gib** den Grund dafür **an**, dass sich bei den Potenzen von 7 das Muster 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, ... ergibt.
- Gib** die Fachausdrücke für die Zahlen wie 7, 3 und 7^3 **an**.
- Das kann der Taschenrechner nicht! **Gib** die Endziffer von 7^{77} **an**.

Die Tabelle zeigt die Potenzen der Zahl 7. Die letzte Ziffer ist jeweils 7, 9, 3, 1, 7, ...

Hochzahl	Potenz	Bedeutung	Wert
1	7^1	7	7
2	7^2	7 · 7	4 9
3	7^3	7 · 7 · 7	34 3
4	7^4	7 · 7 · 7 · 7	240 1
5	7^5	7 · 7 · 7 · 7 · 7	1680 7
6	7^6	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	11764 9
7	7^7	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	82354 3
8	7^8	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	576480 1
9	7^9	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	4035360 7
10	7^{10}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	28247524 9
11	7^{11}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	197732674 3
12	7^{12}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	1384128720 1
13	7^{13}	7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7 · 7	9688901040 7

- a) Informiere** dich, wie man bei deinem Taschenrechnermodell Potenzen eingibt. ✓
- b) Gib** das Muster der jeweils letzten Ziffer für die Potenzen von 2 **an**. 2, 4, 8, 6, 2 ...
- c) Gib** das Muster der jeweils letzten Ziffer für die Potenzen einer anderen Zahl **an**.
 Basis 1 ergibt **lauter Einsen**
 Basis 3 ergibt die Endziffern 3, 9, 7, 1, 3, ...
 Basis 4 ergibt die Endziffern 4, 6, 4, ...
 Basis 5 ergibt **immer die Endziffer 5**
 Basis 6 ergibt **immer die Endziffer 6**
 Basis 8 ergibt die Endziffern 8, 4, 2, 6, 8, ...
 Basis 9 ergibt die Endziffern 9, 1, 9, ...
- d) Nutze** für **b)** und **c)** ein Tabellenkalkulationsprogramm.
Gib die Tabellenkalkulationsformeln **an**. *siehe nächste Seite*
- e)** Die Hochzahlen wachsen in 0,5 er-Schritten: 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; ...
Untersuche, welches Muster die jeweils letzte Ziffer der Potenzen von 4 bei diesen Hochzahlen ergibt. 4, 8, 6, 2, 4, ...
Gib an, welche anderen Zahlen außer 4 für diese Untersuchung geeignet sind und welche Zahlen nicht. **Geeignet sind alle Quadratzahlen. Alle anderen Zahlen ergeben bei Hochzahlen wie 1,5; 2,5; 3,5 usw. irrationale Potenzen, bei denen sich nach dem Komma unendlich viele Ziffern ohne periodisches Muster wiederholen. Man kann deshalb keine letzte Ziffer angeben.**
... weiter auf der nächsten Seite

d) **Nutze** für b) und c) ein Tabellenkalkulationsprogramm.

Gib die Tabellenkalkulationsformeln **an**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	1	7		1	49		
2	2	=B\$1^A2		1,5	=E\$1^D2		
3	3	=B\$1^A3		2	=E\$1^D3		
4			+			+	
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							

f) **Gib** den Grund dafür **an**, dass sich bei den Potenzen von 7 das Muster 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, ... ergibt.

Die erste Zahl ist 7.

Wenn 7 mit 7 multipliziert wird, hat das Ergebnis 49 die Endziffer 9.

Wenn 9 mit 7 multipliziert wird, hat das Ergebnis 63 die Endziffer 3.

Wenn 3 mit 7 multipliziert wird, hat das Ergebnis 21 die Endziffer 1.

Wenn 1 mit 7 multipliziert wird, hat das Ergebnis die Endziffer 7.

...

g) **Gib** die Fachausdrücke für die Zahlen wie 7, 3 und 7^3 **an**.

7 Basis (oder Grundzahl), 3 Exponent (oder Hochzahl), 7^3 Potenz

h) Das kann der Taschenrechner nicht! **Gib** die Endziffer von 7^{77} **an**. 1

Begründung (nicht erwartet):

Bei allen Potenzen von 7 treten nacheinander die Endziffern 7, 9, 3 und 1 auf.

76 ist durch 4 teilbar, $77 = 4 \cdot 19 + 1$ hat den Rest 1 beim Dividieren durch 4.

7^{76} hat die Endziffer 1.

7^{77} hat die Endziffer 7.

7^{77}

= 16883055225799411425266916330285994919148364119538560494041005601