MATHE 364

14.05. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

Alle Daten in der Tabelle gehören zu einem einzigen funktionalen Zusammenhang.

x	1,1875	1,2	1,25	1,375	1,5	2	2,5	3	3,3	3,5	4
y	1,75	1,76	1,8	1,9	2	2,4	2,8	3,2	3,44	3,6	4

Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens drei* der Teilaufgaben **a)** bis **k)**.

a) **Nenne** *mindestens zwei* Möglichkeiten, die Daten auszuwerten.

b) **Ergänze**: Je größer x, desto ________ y.

c) **Gib** den Funktionswert an der Stelle $x = 1$ **an**. **Weise nach**, dass dieser Funktionswert zu den anderen Daten in der Tabelle passt.

d) **Gib** den Funktionswert an der Stelle $x = 0$ **an**. **Weise nach**, dass dieser Funktionswert zu den anderen Daten in der Tabelle passt.

e) **Bestimme** den Funktionstyp.

f) **Bestimme** den Funktionsterm.

g) **Öffne** ein Tabellenkalkulationsprogramm, **kopiere** die Daten aus der pdf-Datei und füge sie in ein Tabellenblatt ein. **Werte** die Daten **aus**.

h) **Gib** den arithmetischen Mittelwert aus $x = 2$ und $x = 4$ **an**.
Berechne den arithmetischen Mittelwert der beiden zugehörigen Funktionswerte.
Vergleiche mit dem Funktionswert in der Mitte zwischen $x = 2$ und $x = 4$.

Überprüfe, ob der gleiche Zusammenhang auch für andere Daten der Tabelle gilt.

Interpretiere den Zusammenhang geometrisch am Graphen der Funktion.

j) **Nenne** rechnerische Kriterien, mit denen aus den Daten einer Tabelle proportionale bzw. antiproportionale Zusammenhänge nachgewiesen werden können.

k) **Streiche** Wertepaare x und y aus der Tabelle heraus, so dass x in gleichgroßen Schritten wächst. **Nenne** rechnerische Kriterien, mit denen aus den Daten einer solchen Tabelle die folgenden Zusammenhänge nachgewiesen werden können:

- proportional
- linear
- exponentiell
- quadratisch

Alle Daten in der Tabelle gehören zu einem einzigen funktionalen Zusammenhang.

x	1,1875	1,2	1,25	1,375	1,5	2	2,5	3	3,3	3,5	4
y	1,75	1,76	1,8	1,9	2	2,4	2,8	3,2	3,44	3,6	4
$y - 0{,}8$	0,95	0,96	1	1,1	1,2	1,6	2	2,4	2,64	2,8	3,2

Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens drei* der Teilaufgaben **a)** bis **k)**.

a) **Nenne** *mindestens zwei* Möglichkeiten, die Daten auszuwerten.

- mit der Tabellenkalkulation den Graphen sowie eine Ausgleichskurve bzw. Ausgleichsgerade („*Trendlinie*", Regressionsgerade) zeichnen lassen, die Funktionsgleichung dieser Ausgleichsgeraden angeben lassen.
- den Graphen von Hand in einem Koordinatensystem zeichnen
- aus der Tabelle Wertepaare entnehmen, mehrfach überprüfen, ob die Steigung konstant ist, z. B. $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3{,}2 - 2{,}4}{3 - 2} = \frac{0{,}8}{1} = 0{,}8$, siehe **k)**. In Einerschritten von $x = 3$ aus vom Funktionswert $x = 3{,}2$ dreimal $\Delta y = 0{,}8$ subtrahieren. Bei $x = 0$ ist der Funktionswert $y = 0{,}8$. Also ist der Achsenabschnitt $b = 0{,}8$.

b) **Ergänze**: Je größer x, desto <u>größer</u> y. (wachsende Funktion)

c) **Gib** den Funktionswert an der Stelle $x = 1$ **an**. $y = 1{,}6$ **Weise nach**, dass dieser Funktionswert zu den anderen Daten in der Tabelle passt. mehrfaches Addieren von $\Delta y = 0{,}8$ ergibt die Funktionswerte 2,4; 3,2 und 4.

d) **Gib** den Funktionswert an der Stelle $x = 0$ **an**. $y = 0{,}8$ **Weise nach**, dass dieser Funktionswert zu den anderen Daten in der Tabelle passt. mehrfaches Addieren von $\Delta y = 0{,}8$ ergibt die Funktionswerte 1,6; 2,4; 3,2 und 4.

e) **Bestimme** den Funktionstyp. <u>linear</u>. Wenn man von den y-Werten den y-Achsenabschnitt $b = 0{,}8$ subtrahiert, nehmen die verminderten Werte $y - 0{,}8$ porportional mit x zu.

f) **Bestimme** den Funktionsterm.

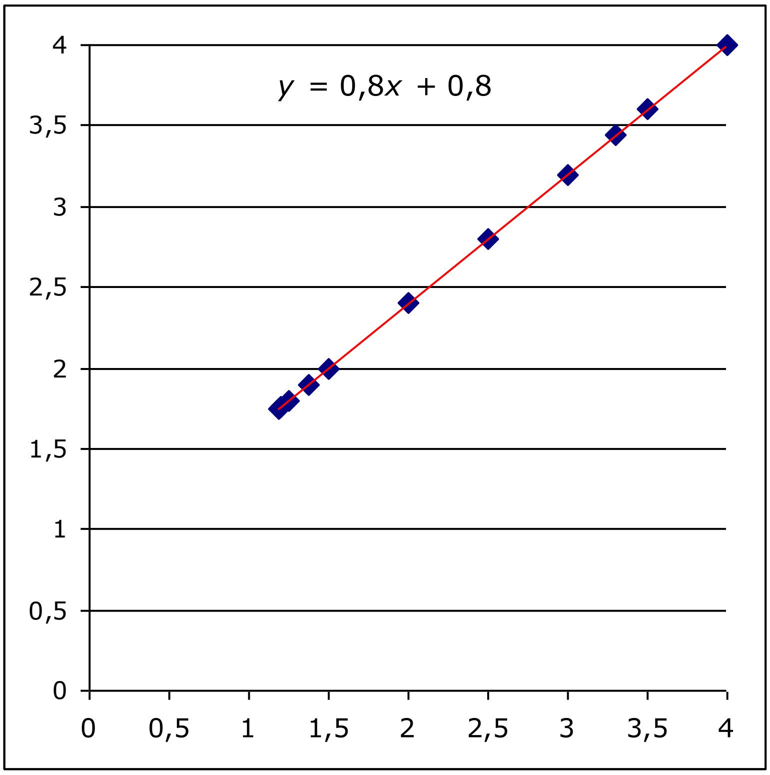
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3{,}2 - 2{,}4}{3 - 2} = \frac{0{,}8}{1} = 0{,}8$$

$$f(x) = m \cdot x + b$$
$$f(x) = 0{,}8 \cdot x + b$$
$$f(3) = 0{,}8 \cdot 3 + b = 3{,}2 \quad \Leftrightarrow \quad b = 3{,}2 - 2{,}4 = 0{,}8$$

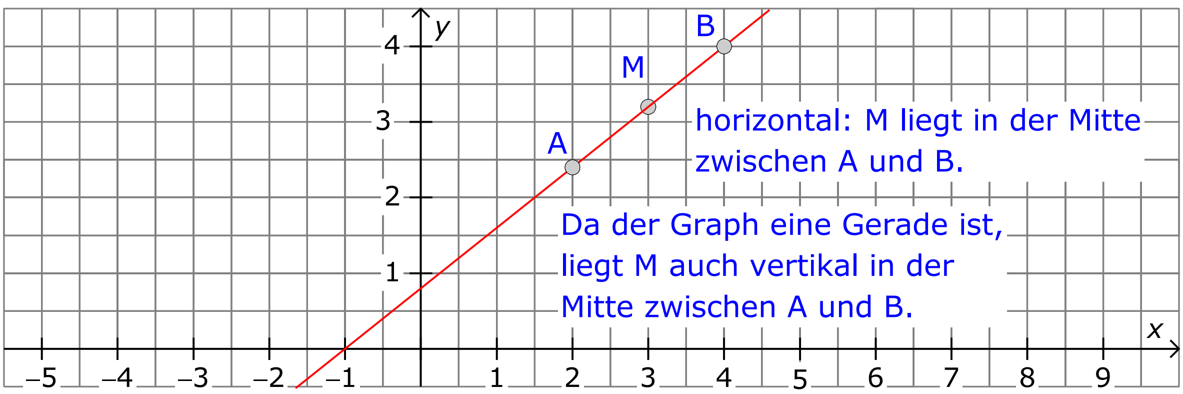
... weiter auf der nächsten Seite

x	1,1875	1,2	1,25	1,375	1,5	2	2,5	3	3,3	3,5	4
y	1,75	1,76	1,8	1,9	2	2,4	2,8	3,2	3,44	3,6	4

g) **Öffne** ein Tabellenkalkulationsprogramm, **kopiere** die Daten aus der pdf-Datei und füge sie in ein Tabellenblatt ein. **Werte** die Daten **aus**.



h) **Gib** den arithmetischen Mittelwert aus $x = 2$ und $x = 4$ **an**. Mittelwert $x = 3$
Berechne den arithmetischen Mittelwert der beiden zugehörigen Funktionswerte.
$(2{,}4 + 4) : 2 = 6{,}4 : 2 = 3{,}2$
Vergleiche mit dem Funktionswert in der Mitte zwischen $x = 2$ und $x = 4$.
Der Funktionswert $y = 3{,}2$ in der Mitte bei $x = 3$ stimmt mit dem Mittelwert der Funktionswerte überein. **Überprüfe**, ob der gleiche Zusammenhang auch für andere Daten der Tabelle gilt. √, z. B. ist $x = 2{,}5$ die Mitte zwischen $x = 2$ und $x = 3$. Der Mittelwert aus $y = 2{,}4$ und $y = 3{,}2$ ist $5{,}6 : 2 = 2{,}8$, das stimmt mit dem Funktionswert an der Stelle 2,5 überein.
Interpretiere den Zusammenhang geometrisch am Graphen der Funktion.



... weiter auf der nächsten Seite

x	1,1875	1,2	1,25	1,375	1,5	2	2,5	3	3,3	3,5	4
y	1,75	1,76	1,8	1,9	2	2,4	2,8	3,2	3,44	3,6	4

j) **Nenne** rechnerische Kriterien, mit denen aus den Daten einer Tabelle proportionale bzw. antiproportionale Zusammenhänge nachgewiesen werden können.

- proportional: Die Wertepaare sind quotientengleich, d.h. der Quotient $y : x$ ist immer konstant. Das ist hier nicht der Fall, denn $4 : 4 = 1 \neq 2{,}4 : 2 = 1{,}2$
- antiproportional Die Wertepaare sind produktgleich, d.h. das Produkt $y \cdot x$ ist immer konstant. Das ist hier nicht der Fall, denn $4 \cdot 4 = 16 \neq 2{,}4 \cdot 2 = 4{,}8$

k) **Streiche** Wertepaare x und y aus der Tabelle heraus, so dass x in gleichgroßen Schritten wächst. **Nenne** rechnerische Kriterien, mit denen aus den Daten einer solchen Tabelle die folgenden Zusammenhänge nachgewiesen werden können:

x	~~1,1875~~	~~1,2~~	~~1,25~~	~~1,375~~	~~1,5~~	2	~~2,5~~	3	~~3,3~~	~~3,5~~	4
y	~~1,75~~	~~1,76~~	~~1,8~~	~~1,9~~	~~2~~	2,4	~~2,8~~	3,2	~~3,44~~	~~3,6~~	4

oder

x	~~1,1875~~	~~1,2~~	~~1,25~~	~~1,375~~	1,5	2	2,5	3	~~3,3~~	3,5	4
y	~~1,75~~	~~1,76~~	~~1,8~~	~~1,9~~	2	2,4	2,8	3,2	~~3,44~~	3,6	4

- proportional: Wenn ich $x = 2$ verdoppele, müsste sich auch $y = 2{,}4$ verdoppeln. Das ist hier nicht der Fall, denn der Funktionswert an der Stelle 4 ist nicht 4,8.
- linear: Wenn ich $x = 1{,}5$ in gleich großen Schritten $+\Delta x = 0{,}5$ erhöhe, dann erhöhen sich auch die Funktionswerte in gleichgroßen Schritten, nämlich $\Delta y = 0{,}4$. Bei Einerschritten $+\Delta x = 1$ ist $+\Delta y = 0{,}8$. Also liegt eine lineare Funktion vor.
- exponentiell: Wenn ich $x = 1{,}5$ in gleich großen Schritten $+\Delta x = 0{,}5$ erhöhe, dann wachsen die Funktionswerte um den gleichen Faktor. Aber von $y = 2$ auf $y = 2{,}4$ ist der Wachstumsfaktor 1,2, während der Wachstumsfaktor von $y = 2{,}4$ auf $y = 2{,}8$ $\frac{7}{6}$ ist. Da es keinen konstanten Wachstumsfaktor gibt, liegt keine Exponential-funktion vor.
- quadratisch: Wenn ich $x = 1{,}5$ in gleich großen Schritten $+\Delta x = 0{,}5$ erhöhe, dann ist die Differenz der Funktionswerte nicht konstant. Wenn ich benachbarte Differenzen noch einmal subtrahiere, dann sind die Differenzen „zweiter Ordnung" konstant, aber nicht 0.

  Das ist hier nicht der Fall. Bereits die Differerenzen benachbarter Funktionswerte sind konstant 0,4. Die Differenzen zweiter Ordung sind alle $0{,}4 - 0{,}4 = 0$. Also ist die Funktion nicht quadratisch.