MATHE 364

18.05. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

Die Tabelle stellt die Werte von vier verschiedenen Funktionen dar:

x	**0**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**	**3,5**	**4**
		1,5		0,75	0,375			–0,75
		1,5		0,75	1,125			5,25
		1,5		0,75	0,53033009			0,1875
		1,5		0,75	0,6			0,375

Wahlaufgaben: **Bearbeite** *mindestens zwei* der Teilaufgaben **a)** bis **d)**.

a) Die Funktionen aus der Tabelle gehören zu den folgenden Funktionstypen

q quadratisch

g linear

a antiproportional

e exponentiell.

Trage *mindestens zwei* der Funktionsnamen *q*, *g*, *a* bzw. *e* in die Spalte *x* **ein**.

b) **Ergänze** in jeder Zeile der Tabelle *mindestens einen* fehlenden Funktionswert.

c) Mit den folgenden Kriterien kann der Funktionstyp aus den Tabellenwerten bestimmt werden.

- Multipliziere jeweils *x* und den zugehörigen *y*-Wert. Ist das Produkt konstant?
- konstante Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- produktgleiche Wertepaare $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$
- Subtrahiere von allen Funktionswerten den *y*-Achsenabschnitt (den Funktionswert an der Stelle $x = 0$). Die verminderten Funktionswerte sind proportional zu *x*.
- Wenn *x* in gleich großen Schritten zunimmt, dann wachsen die Funktionswerte um den gleichen Faktor.
- Wenn *x* in gleich großen Schritten Δx zunimmt, dann wachsen die Funktionswerte um den gleichen Summanden Δy.
- Wenn *x* in gleich großen Schritten zunimmt, bilde die Differenz benachbarter *y*-Werte. Bilde nun die Differenz benachbarter Differenzen. Sie muss konstant sein, darf aber nicht den Wert 0 haben.

Ordne *mindestens drei* dieser Kriterien den Funktionsnamen *q*, *g*, *a* bzw. *e* **zu**.

d) Ein Funktionstyp ist an der Stelle 0 nicht definiert. **Gib an**, welcher es ist.

e) Zwei Funktionstypen können niemals den *y*-Wert 0 erreichen. **Gib an**, welche.

f) **Bestimme** *mindestens zwei* Funktionsterme.

g) **Bestimme** die Nullstelle der linearen Funktion und den Scheitelpunkt der Parabel.

Lösungen 18.05. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

Die Tabelle stellt die Werte von vier verschiedenen Funktionen dar:

x	**0**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**	**3,5**	**4**
g	2,25	1,5	1,125	0,75	0,375	0	−0,375	−0,75
q	4,25	1,5	0,875	0,75	1,125	2	3,375	5,25
e	3	1,5	1,06066017	0,75	0,53033009	0,375	0,26516504	0,1875
a	—	1,5	1	0,75	0,6	0,5	0,42857143	0,375

a) Die Funktionen aus der Tabelle gehören zu den folgenden Funktionstypen

q quadratisch zweite Zeile *q*

g linear oberste Zeile *g*

a antiproportional letzte Zeile *a*

e exponentiell. vorletzte Zeile *e*

Trage *mindestens zwei* der Funktionsnamen *q*, *g*, *a* bzw. *e* in die Spalte *x* **ein.** ↑

b) **Ergänze** in jeder Zeile der Tabelle *mindestens einen* fehlenden Funktionswert. ↑

c) Mit den folgenden Kriterien kann der Funktionstyp aus den Tabellenwerten bestimmt werden.

a Multipliziere jeweils *x* und den zugehörigen *y*-Wert. Ist das Produkt konstant?

g konstante Steigung $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a produktgleiche Wertepaare $x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$

g Subtrahiere von allen Funktionswerten den *y*-Achsenabschnitt (den Funktionswert an der Stelle $x = 0$). Die verminderten Funktionswerte sind proportional zu *x*.

e Wenn *x* in gleich großen Schritten zunimmt, dann wachsen die Funktionswerte um den gleichen Faktor.

g Wenn *x* in gleich großen Schritten Δx zunimmt, dann wachsen die Funktionswerte um den gleichen Summanden Δy.

q Wenn *x* in gleich großen Schritten zunimmt, bilde die Differenz benachbarter *y*-Werte. Bilde nun die Differenz benachbarter Differenzen. Sie muss konstant sein, darf aber nicht den Wert 0 haben.

Ordne *mindestens drei* dieser Kriterien den Funktionsnamen *q*, *g*, *a* bzw. *e* **zu.** ↑

d) Ein Funktionstyp ist an der Stelle 0 nicht definiert. **Gib an**, welcher es ist.
die antiproportinale Funktion

e) Zwei Funktionstypen können niemals den *y*-Wert 0 erreichen. **Gib an**, welche.
die antiproportinale Funktion und die Exponentialfunktion

… *weiter auf der nächsten Seite*

Lösungen 18.05. Fit für Berufsschule oder Oberstufe: Funktionen

x	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
g	2,25	1,5	1,125	0,75	0,375	0	−0,375	−0,75
q	4,25	1,5	0,875	0,75	1,125	2	3,375	5,25
e	3	1,5	1,06066017	0,75	0,53033009	0,375	0,26516504	0,1875
a	—	1,5	1	0,75	0,6	0,5	0,42857143	0,375

f) Bestimme *mindestens zwei* Funktionsterme.

linear

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0{,}75 - 1{,}5}{2-1} = \frac{-0{,}75}{1} = -0{,}75$$

$g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$

$$g(x) = m \cdot x + b$$
$$g(x) = -0{,}75 \cdot x + b$$
$$g(1) = -0{,}75 \cdot 1 + b = 1{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad b = 1{,}5 + 0{,}75 = 2{,}25$$

quadratisch

$$q(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$
$$q(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c = 1{,}5$$
$$q(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4a + 2b + c = 0{,}75$$
$$q(4) = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 16a + 4b + c = 5{,}25$$

Die Lösungsfunktion des Taschenrechners für 3×3-Gleichungssysteme nutzen!

$q(x) = 1 \cdot x^2 - \frac{15}{4} \cdot x + \frac{17}{4}$ $\qquad a = 1 \quad \wedge \quad b = -\frac{15}{4} \quad \wedge \quad c = \frac{17}{4}$

exponentiell

$e(x) = 3 \cdot 0{,}5^x$

$$e(x) = a \cdot b^x$$
$$e(1) = a \cdot b^1 = a \cdot b = 1{,}5$$
$$e(1) = a \cdot b^2 = 0{,}75$$
$$a \cdot b^2 = a \cdot b \cdot b = 1{,}5 \cdot b = 0{,}75 \quad \Rightarrow \quad b = 0{,}5$$
$$a \cdot b = a \cdot 0{,}5 = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad a = 3$$

antiproportional $\quad a(x) = \frac{c}{x} \quad \Leftrightarrow \quad c = a(x) \cdot x = 1{,}5 \cdot 1 = 1{,}5 \qquad a(x) = \frac{1{,}5}{x}$

g) Bestimme die Nullstelle der linearen Funktion und den Scheitelpunkt der Parabel.

Nullstelle der linearen Funktion

$$g(x) = -0{,}75 \cdot x + 2{,}25$$
$$g(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -0{,}75 \cdot x + 2{,}25 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2{,}25 = 0{,}75 \cdot x \quad \Leftrightarrow \quad x = 3$$

Schnittpunkt mit der x-Achse $(3 \mid 0)$

Scheitelpunkt der Parabel

$\left(\frac{15}{8} \middle| \frac{47}{64}\right)$

Die Lösungsfunktion des Taschenrechners für quadratische Gleichungen gibt auch den Scheitelpunkt der Parabel an!

$$q(x) = 1 \cdot x^2 - \frac{15}{4} \cdot x + \frac{17}{4}$$
$$= 1 \cdot x^2 - \frac{15}{4} \cdot x + \frac{15^2}{8^2} - \frac{15^2}{8^2} + \frac{17}{4}$$
$$= \left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{225}{64} + \frac{17 \cdot 16}{4 \cdot 16}$$
$$= \left(x - \frac{15}{8}\right)^2 + \frac{47}{64}$$