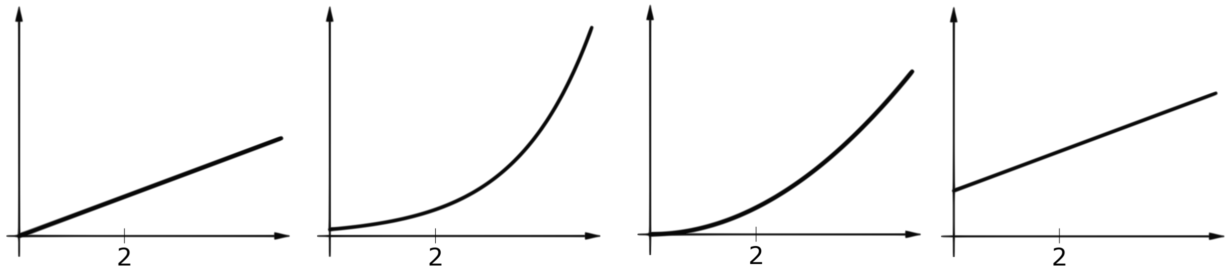
MATHE 364

14.11. verschiedene Arten von Wachstum im Vergleich



Die Abbildung zeigt Skizzen der Graphen folgender Arten von Wachstum: proportional, exponentiell quadratisch und linear. Die Funktionsterme lauten $\frac{1}{8}\cdot x^2$, $\frac{3}{8}\cdot x$, $\frac{3}{8}\cdot x+\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{8}\cdot 2^x$.

a) **Ordne** jedem Diagramm die passende Gleichung **zu**.

b) Die Funktionen haben an der Stelle $x=2$ unterschiedlich große Werte.

Ordne die Funktionsterme nach der Größe des Funktionswerte an der Stelle 2.

x wird verdoppelt, also $x=4$.

- **Entscheide**, ob sich dadurch der Funktionswert verdoppelt, vervierfacht oder um einen anderen Faktor vergrößert.

x wird mit den Faktor k vergrößert, also $x=k\cdot 2$.

- **Gib an**, in welcher Weise sich dadurch der Funktionswert vergrößert.

c) An der Stelle $x=3$ haben die Terme des quadratischen und des proportionalen Wachstums exakt den gleichen Wert.

- **Erkläre**, warum das so ist.
- **Gib an**, welcher Term an der Stelle $x=3$ den größten Wert hat.
- **Zeichne** die zugehörigen Punkte jeweils in das Diagramm **ein**.

d) **Gib** jeweils **an**, für welche Arten von Wachstum die folgenden Gleichungen gelten:

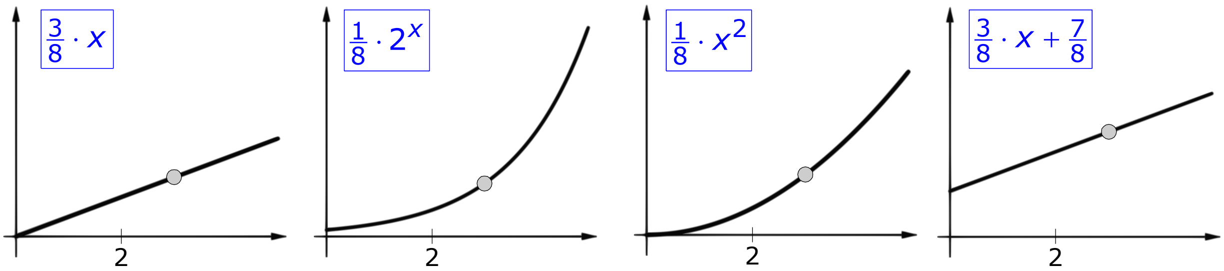
$$f(2)+f(3)=f(2+3)$$

$$\frac{f(2)+f(3)}{2}=f\left(\frac{2+3}{2}\right)$$

Gib die zugehörigen Zahlenwerte **an**.

MATHE 364

Lösungen 14.11. verschiedene Arten von Wachstum im Vergleich



Die Abbildung zeigt Skizzen der Graphen folgender Arten von Wachstum: proportional, exponentiell quadratisch und linear. Die Funktionsterme lauten $\frac{1}{8} \cdot x^2$, $\frac{3}{8} \cdot x$, $\frac{3}{8} \cdot x + \frac{7}{8}$ und $\frac{1}{8} \cdot 2^x$.

a) **Ordne** jedem Diagramm die passende Gleichung **zu**. siehe Abbildung

b) Die Funktionen haben an der Stelle $x = 2$ unterschiedlich große Werte.

Ordne die Funktionsterme nach der Größe des Funktionswerte an der Stelle 2.

Zwei Funktionsterme haben an der Stelle 2 den gleichen Wert.

$\frac{1}{8} \cdot 2^2 = \frac{1}{8} \cdot 2^2 < \frac{3}{8} \cdot 2 < \frac{3}{8} \cdot 2 + \frac{7}{8}$

- x wird verdoppelt, also $x = 4$. **Entscheide**, ob sich dadurch der Funktionswert verdoppelt, vervierfacht oder um einen anderen Faktor vergrößert.

$\frac{1}{8} \cdot 4^2$ ist das Vierfache von $\frac{1}{8} \cdot 2^2$. $\frac{1}{8} \cdot 2^4$ ist das Vierfache von $\frac{1}{8} \cdot 2^2$.

$\frac{3}{8} \cdot 4$ ist das Doppelte von $\frac{3}{8} \cdot 2$. $\frac{3}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8}$ ist um $2 \cdot \frac{3}{8}$ größer als $\frac{3}{8} \cdot 2 + \frac{7}{8}$.

x wird mit den Faktor k vergrößert, also $x = k \cdot 2$.

- **Gib an**, in welcher Weise sich dadurch der Funktionswert vergrößert.

$\frac{1}{8} \cdot (k \cdot x)^2$ ist das k^2-fache von $\frac{1}{8} \cdot x^2$. $\frac{1}{8} \cdot 2^{k \cdot x}$ ist das 2^k-fache von $\frac{1}{8} \cdot 2^x$.

$\frac{3}{8} \cdot k \cdot x$ ist das k-fache von $\frac{3}{8} \cdot x$. $\frac{3}{8} \cdot k \cdot x + \frac{7}{8}$ ist um $k \cdot \frac{3}{8}$ größer als $\frac{3}{8} \cdot x + \frac{7}{8}$.

c) An der Stelle $x = 3$ haben die Terme des quadratischen und des proportionalen

- Wachstums exakt den gleichen Wert. **Erkläre**, warum das so ist. In beiden Termen werden zwei Dreien multipliziert. Im Term der quadratischen Funktion geschieht das durch 3^2. Im Term der proportionalen Funktion ist ein Faktor $x = 3$, die andere 3 ist der Zähler des Proportionalitätsfaktors.

Gib an, welcher Term an der Stelle $x = 3$ den größten Wert hat. $\frac{3}{8} \cdot 3 + \frac{7}{8} = \frac{16}{8} = 2$

- **Zeichne** die zugehörigen Punkte jeweils in das Diagramm **ein**. siehe Abb.

d) **Gib** jeweils **an**, für welche Wachstumarten die folgenden Gleichungen gelten:

$f(2) + f(3) = f(2+3)$ gilt nur für $\frac{3}{8} \cdot x$. $f(2) + f(3) = \frac{3}{8} \cdot 2 + \frac{3}{8} \cdot 3 = \frac{3}{8} \cdot 5 = f(5)$

$\frac{6}{8} + \frac{9}{8} = \frac{15}{8}$

$\frac{f(2) + f(3)}{2} = f\left(\frac{2+3}{2}\right)$ gilt für $\frac{3}{8} \cdot x$ und für $\frac{3}{8} \cdot x + \frac{7}{8}$.

Gib die zugehörigen Zahlenwerte **an**. prop. $f(2{,}5) = 0{,}9375 = 0{,}5 \cdot (0{,}75 + 1{,}125)$
linear $f(2{,}5) = 1{,}8125 = 0{,}5 \cdot (1{,}625 + 2)$