MATHE 364

23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017

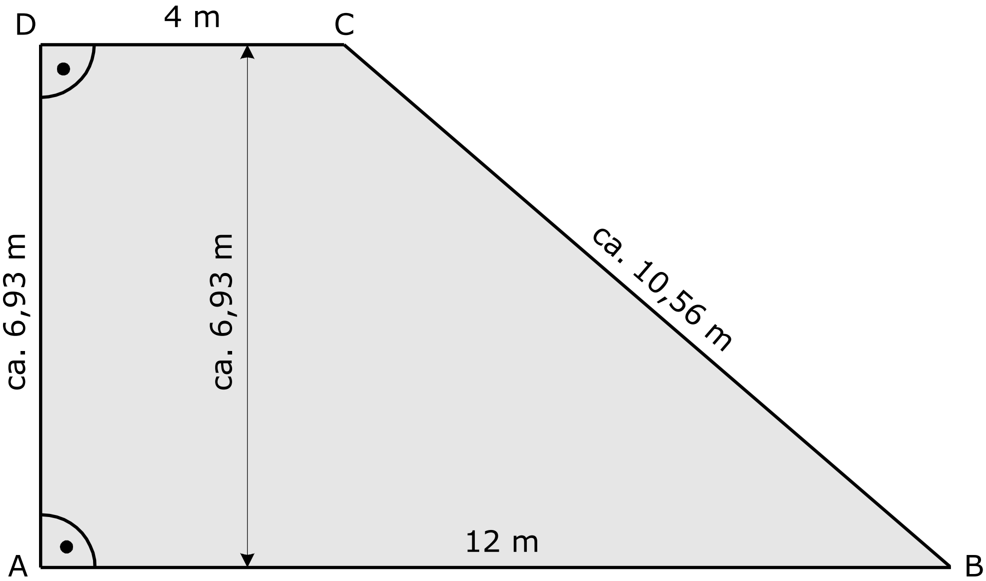
Heute geht es um den Vergleich der Aufgabe ‚Trapez-Puzzle' aus dem Übungsheft 2017 mit der Prüfungsaufgabe B1 Trigonometrie ‚Sonnensegel' aus dem MSA 2017. Damit du keine Datei herunterladen musst, findest du die Aufgabe ‚Trapez-Puzzle' am Ende dieses Kalenderblatts. Der Vergleich steht am Anfang, siehe Teilaufgabe **e)**.

e) **Vergleiche** die Aufgabe ‚**Sonnensegel'** mit der Aufgabe ‚**Trapez-Puzzle**':
Nenne dazu *mindestens zwei* Gemeinsamkeiten sowie *zwei* Unterschiede.
Gib *möglichst alle* Tätigkeiten / Sachverhalte aus dem Sachgebiet Trigonometrie **an**, die durch die Aufgabenstellung jeweils abgefragt werden.
Gib *mindestens zwei* Tätigkeiten **an**, die zum Lösen der Aufgabe erforderlich sind, aber nicht unmittelbar zum Sachgebiet Trigonometrie gehören.
Bewerte, in wieweit dir das Übungsheft bei der Prüfungsvorbereitung hilft.

Wahlaufgabe a) bis **d)**: Erarbeite dir *mindestens 6 Bewertungspunkte* in den Teilaufgaben **a)** bis **d)** der echten Trigonometrie-Prüfungsaufgabe 2017.

B1 Trigonometrie — Sonnensegel

Das Restaurant Seeblick möchte sich als Sonnenschutz für die Terrasse vom Segelmacher eine besonders stabile Markise anfertigen lassen. Die Abbildung zeigt die Form und die Größe der trapezförmigen Markise.



a) Für die Kalkulation der Kosten ist der Bedarf an Segeltuch wichtig.
Berechne den Flächeninhalt der Markise. (2 P)

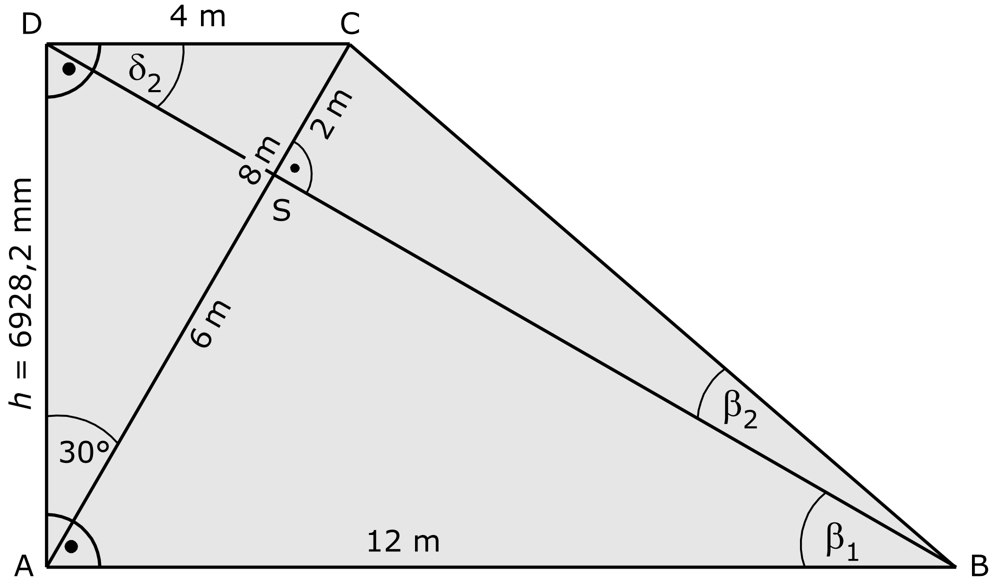
weiter auf der nächsten Seite

23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017

Hinweis: Wenn dir für eine Berechnung in **b)**, **c)** oder **d)** exakte Zwischenergebnisse fehlen, kannst du mit den Längenangaben aus den Zeichnungen arbeiten.

b) Die Markise wird mit Stahlseilen am Rand des Trapezes und entlang der Diagonalen aufgespannt. Die Segelmacherin hat sich für den Entwurf etwas Besonderes einfallen lassen:

Die Diagonale $\overline{AC}$ soll genau 8 m lang werden und in einem Winkel von 30° zum linken Rand verlaufen (siehe Zeichnung). Die Diagonalen sollen sich im Punkt S genau im rechten Winkel schneiden. Um diese Bedingung zu erfüllen, muss die Länge h ganz genau ausgerechnet werden.



Gib eine Gleichung **an**, mit der h exakt bestimmt werden kann.

Berechne die Länge der Strecke $\overline{BC}$ auf 1 mm genau. (4 P)

c) **Begründe** möglichst ohne Rechnung, dass das Winkelmaß β_1 genau 30° betragen muss.

Weise rechnerisch nach, dass die Strecke $\overline{AS}$ genau 6 m lang ist.

Gib das Winkelmaß δ_2 möglichst ohne Rechnung **an** und **begründe** durch geometrische Überlegungen, dass diese Angabe exakt ist. (6 P)

d) **Berechne** das Winkelmaß β_2 .

Berechne die Länge der Diagonalen $\overline{DB}$. (6 P)

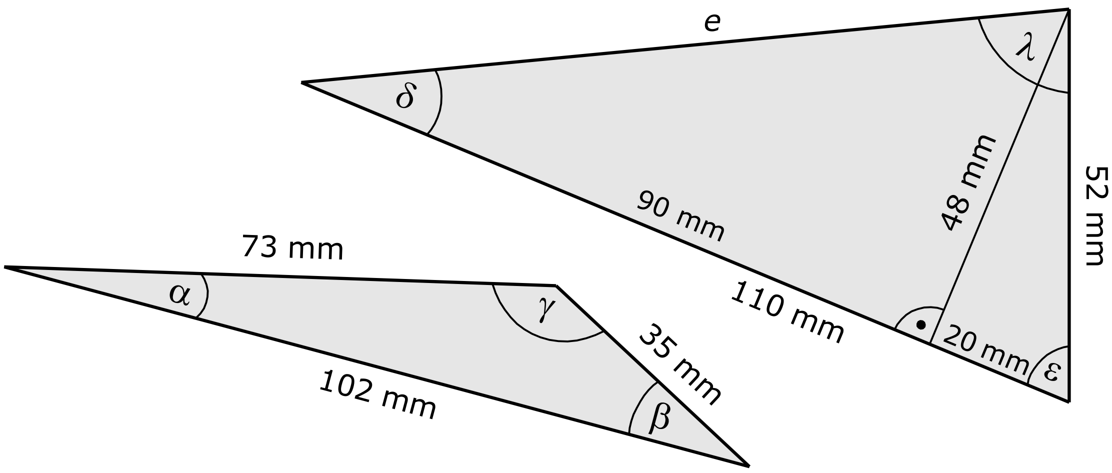
Auf der nächsten Seite findest du die Aufgabe ‚Trapez-Puzzle', damit du Übungsheft und Prüfungsaufgabe kannst. Du brauchst die Aufgabe aus dem Übungsheft heute nicht noch einmal zu lösen, siehe Kalenderblätter von gestern sowie von vorgestern.

23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017

Damit du beide Aufgaben vergleichen kannst, wird die Aufgabe ‚Trapez-Puzzle' hier noch einmal abgedruckt. Du brauchst diese Aufgabe heute nicht zu lösen.

B1 Trigonometrie — Trapez-Puzzle

Legt man diese beiden Dreiecke richtig aneinander, entsteht ein Trapez.

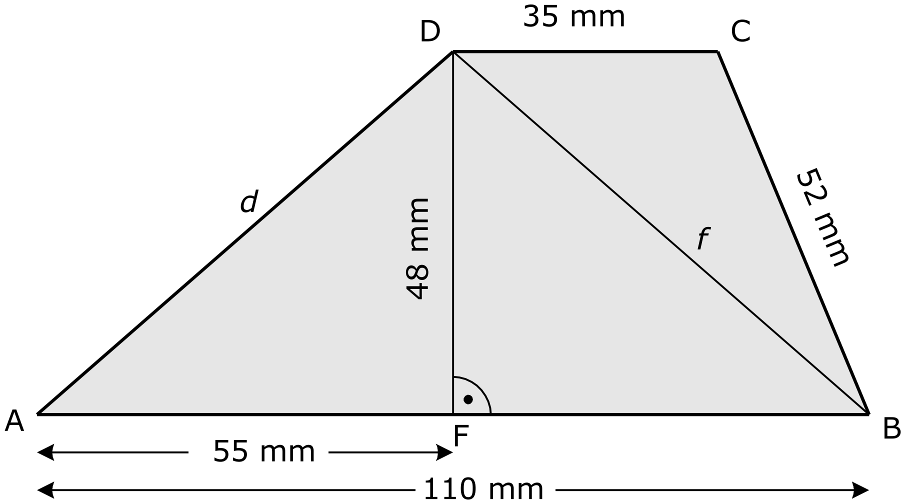


a) **Berechne** die Seitenlänge *e*. (1 P)

Erkläre, welche Bedeutung dieses Ergebnis für das Puzzle hat. (1 P)

b) **Berechne** *eines* der drei Winkelmaße δ, ε oder λ aus dem großen Dreieck. (2 P)

Berechne *eines* der drei Winkelmaße α, β oder γ aus dem kleinen Dreieck. (4 P)



c) **Berechne** den Flächeninhalt A_{ABCD} des Trapezes ABCD. (2 P)

Berechne den Flächeninhalt A_{ABC} des Dreiecks ABC. (2 P)

d) Der Flächeninhalt des Dreiecks ABD ist $A_{ABD} = 2640\text{ mm}^2$.

Vergleiche die Flächeninhalte der Dreiecke ABC und ABD. (1 P)

Bestimme nun den Flächeninhalt des Dreiecks ACD. (2 P)

Begründe mit Hilfe der in Teilaufgabe **b)** berechneten Winkelmaße (*siehe Kalenderblatt von gestern*), warum die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ des zusammengepuzzelten Trapezes parallel zueinander sind. (3 P)

Lösungen 23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017

Heute geht es um den Vergleich der Aufgabe ‚Trapez-Puzzle' aus dem Übungsheft 2017 mit der Prüfungsaufgabe B1 Trigonometrie ‚Sonnensegel' aus dem MSA 2017. Damit du keine Datei herunterladen musst, findest du die Aufgabe ‚Trapez-Puzzle' am Ende dieses Kalenderblatts. Der Vergleich steht am Anfang, siehe Teilaufgabe **e)**.

e) **Vergleiche** die Aufgabe ‚**Sonnensegel'** mit der Aufgabe ‚**Trapez-Puzzle**':
Nenne dazu *mindestens zwei* Gemeinsamkeiten sowie *zwei* Unterschiede.

Gemeinsamkeiten

Sachgebiet Trigonometrie (aufgrund der Prüfungsbestimmungen für den MSA)

mathematisches Thema: Trapeze

maßstäbliche Zeichnungen vorgegeben; Winkelmessung zur Kontrolle möglich

Längen-, Winkel- u. Flächeninhaltsberechnungen

Begründung ohne Berechnung verlangt

Bei einzelnen Berechnungen sind mehrere Lösungswege möglich.

Unterschiede

Trapez-Puzzle	Sonnensegel
innermathematisch	anwendungsbezogen
Du musst nur kurze Texte kesen, dir aber die Fragestellung an der Zeichnung klar machen.	Du musst einen längeren Text lesen um das Sachproblem zu verstehen, aber Verdeutlichung durch Zeichnung.
Zeichnungen in Originalgröße	Zeichnungen maßstäblich

weitere Nennungen möglich

Gib *möglichst alle* Tätigkeiten / Sachverhalte aus dem Sachgebiet Trigonometrie **an**, die durch die Aufgabenstellung jeweils abgefragt werden.

Berechnung einer Winkelgröße

mit Sinus, Kosinus oder Tangens im rechtwinkligen Dreieck sowie

mit dem Kosinussatz bzw. beim Sonnensegel auch mit dem Sinussatz

beim Sonnensegel auch trigonometrische Längenberechnungen

Gib *mindestens zwei* Tätigkeiten **an**, die zum Lösen der Aufgabe erforderlich sind, aber nicht unmittelbar zum Sachgebiet Trigonometrie gehören.

Längenberechnung mit dem Satz des Pythagoras

Flächeninhalt eines Trapezes

Bewerte, in wieweit dir das Übungsheft bei der Prüfungsvorbereitung hilft.

individuelle Bewertungen

offizielle Bewertung: Das Ministerium gibt jedes Jahr ein Übungsheft heraus um den Umfang und den Ablauf der Prüfung,

die Form der Prüfungsaufgaben (z. B. Operatoren, Art der Texte, hilfsmittelfrei),

sowie die Sachgebiete (B1, B2, B3, B4) zu verdeutlichen

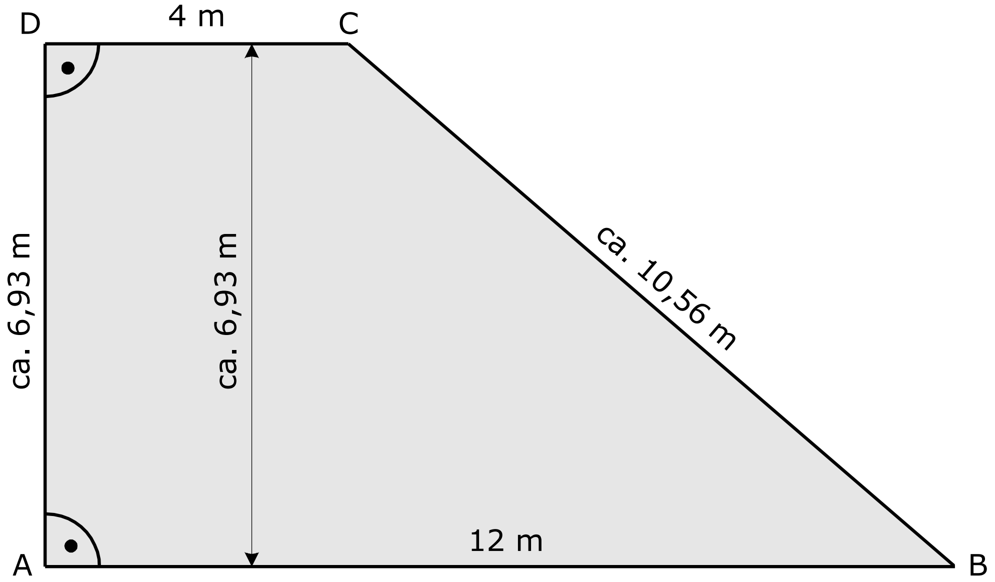
und auf besondere inhaltliche Schwerpunkt (z. B. Trapeze) hinzuweisen.

Allerdings solltest du nicht dieselben Aufgaben nur mit anderen Zahlen erwarten.

Lösungen 23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017

Lösungen der Aufgabe ‚**Sonnensegel**'; Lösungen ‚**Trapez-Puzzle**' siehe 21. u. 22.11.

Hinweis: *2017 wurden in einer Komplexaufgabe 18 Punkte vergeben, aktuell: 15 P.*



a) Für die Kalkulation der Kosten ist der Bedarf an Segeltuch wichtig.
Berechne den Flächeninhalt der Markise.

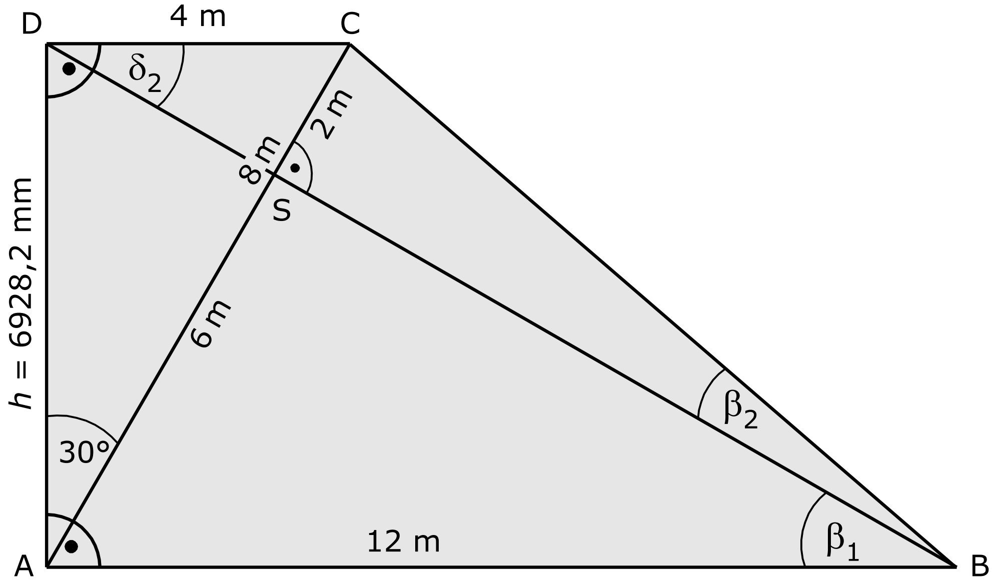
$$A = \frac{4\,\text{m} + 12\,\text{m}}{2} \cdot 6{,}93\,\text{m}$$
$$= 55{,}44\,\text{m}^2$$

Korrekturanweisung: *Alternativ können beispielsweise das Zerlegungs- oder das Ergänzungsprinzip verwendet werden.*

Korrekturanweisung: *Werden in einer Berechnung in* ***b), c)*** *oder* ***d)*** *anstelle fehlender exakter Zwischenergebnisse Längenangaben aus den Zeichnungen verwendet, so sollen bei korrekter Rechnung die daraus resultierenden, leicht abweichenden Zahlenwerte als richtig gewertet werden.*

weiter auf der nächsten Seite

b) Die Diagonale $\overline{AC}$ soll genau 8 m lang werden und in einem Winkel von 30° zum linken Rand verlaufen (siehe Zeichnung). Die Diagonalen sollen sich im Punkt S genau im rechten Winkel schneiden. Um diese Bedingung zu erfüllen, muss die Länge h ganz genau ausgerechnet werden.



Gib eine Gleichung **an**, mit der h exakt bestimmt werden kann.

Es sind verschiedene Ansätze im Dreieck ACD möglich, z.B.

$\tan(30^\circ) = \frac{4\text{ m}}{h}$ oder $\cos(30^\circ) = \frac{h}{8\text{ m}}$ oder $h^2 + (4\text{ m})^2 = (8\text{ m})^2$

Berechne die Länge der Strecke $\overline{BC}$ auf 1 mm genau.

Verschiedene Ansätze sind möglich, z.B. Satz des Pythagoras im Dreieck FBC

$r^2 = h^2 + (8\text{ m})^2$, wobei $h^2 = (8\text{ m})^2 - (4\text{ m})^2 = 48\text{ m}^2$

$r = \sqrt{48\text{ m}^2 + 64\text{ m}^2}$

$r = \sqrt{112\text{ m}^2}$

$r \approx 10{,}583\text{ m}$

Alternative ist z.B. der Kosinussatz im Dreieck ABC

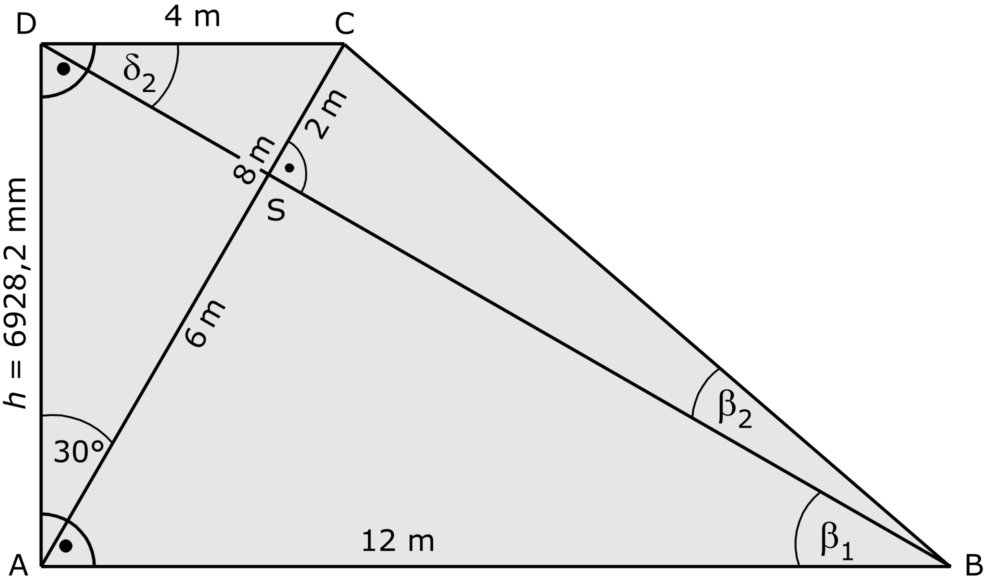
$r^2 = (8\text{ m})^2 + (12\text{ m})^2 - 2 \cdot 8\text{ m} \cdot 12\text{ m} \cdot \cos(60^\circ)$

c) **Begründe** möglichst ohne Rechnung, dass das Winkelmaß β_1 genau 30° betragen muss.

∢ BAD ist ein rechter Winkel. ∢ CAD misst laut Zeichnung 30°. Also hat ∢ BAC genau 60°. Wegen der Winkelsumme im rechtwinkligen Dreieck ABS muss das Winkelmaß β_1 genau 30° betragen.

Andere Begründungen sind möglich, z. B. kann man ausnutzen, dass die Schenkel des Winkels ∢ CAD und die Schenkel des Winkels ∢ DBA paarweise senkrecht aufeinander stehen. Wenn anstelle einer geometrischen Überlegung eine korrekte rechnerische Lösung erfolgt, so soll auch diese mit der vollen Punktzahl bewertet werden.

Lösungen 23.11. Vergleich Übungsheft - Prüfungsaufgabe MSA 2017



Weise rechnerisch nach, dass die Strecke $\overline{AS}$ genau 6 m lang ist.

Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B. im rechtwinkligen Dreieck ABS

$$\cos(60°) = \frac{x}{12\text{ m}} \quad \Rightarrow \quad x = 12\text{ m} \cdot \cos(60°) = 12\text{ m} \cdot \tfrac{1}{2} = 6\text{ m}$$

Gib das Winkelmaß δ_2 möglichst ohne Rechnung **an** und **begründe** durch geometrische Überlegungen, dass diese Angabe exakt ist.

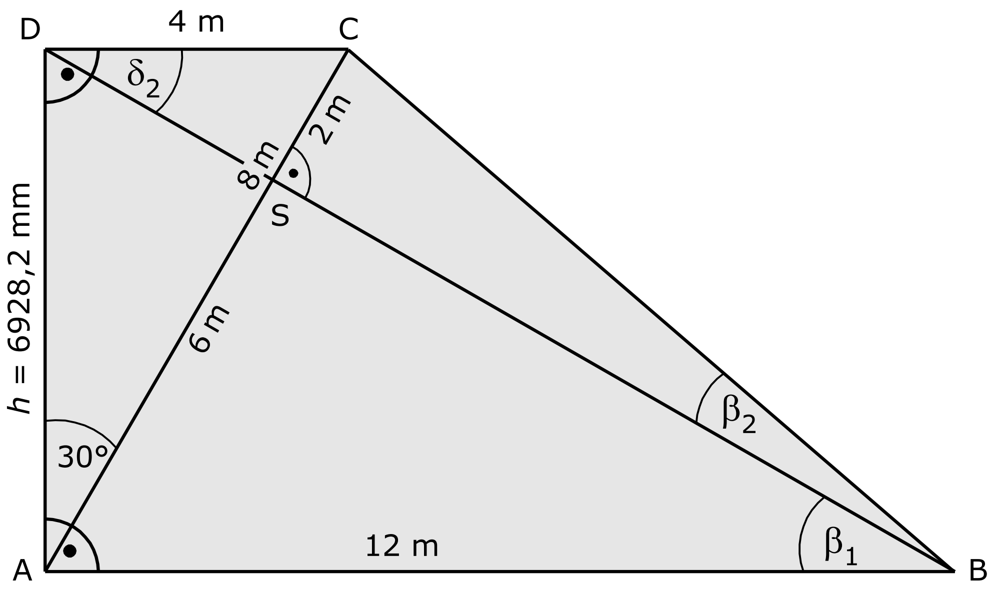
Es sind verschiedene Überlegungen möglich, z.B.

Die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel. β_1 und δ_2 sind gleich groß, weil die zugehörigen Winkel Wechselwinkel sind. Das Winkelmaß δ_2 beträgt also 30°.

Auch eine Argumentation über die Ähnlichkeit der Dreiecke ACD und DSC bietet sich an.

Wenn anstelle einer geometrischen Überlegung eine korrekte rechnerische Lösung erfolgt, so soll auch diese mit der vollen Punktzahl bewertet werden.

d)



Berechne das Winkelmaß β_2 .

Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B.

Sinussatz im Dreieck DBC

$$\frac{\sin(\delta_2)}{r} = \frac{\sin(\beta_2)}{4\text{ m}} \quad \Rightarrow$$

$$\sin(\beta_2) = \sin(\delta_2) \cdot \frac{4\text{ m}}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\text{ m}}{\sqrt{112\text{ m}^2}} \approx 0{,}1890 \quad \Rightarrow \quad \beta_2 \approx 10{,}89°$$

Alternative: Im rechtwinkligen Dreieck FBC sind im Prinzip drei Seitenlängen bekannt. Aus dem Verhältnis zweier Seitenlängen lässt sich über Sinus, Kosinus oder Tangens das Winkelmaß β zu 40,8934° bestimmen. Aus der Differenz mit dem aus der Aufgabenstellung bekannten Winkelmaß $\beta_1 = 30°$ erhält man β_2 .

Berechne die Länge der Diagonalen $\overline{DB}$.

Es sind verschiedene Ansätze möglich, z.B. Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck ABD

$$|DB|^2 = (12\text{ m})^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad |DB| = \sqrt{192\ m^2} \approx 13{,}856\text{ m}$$

Alternative: Kosinussatz im Dreieck DBC

Winkelsumme im Dreieck DBC

$$\delta_2 + \beta_1 + \gamma = 180° \quad \Rightarrow \quad \gamma = 180° - (\delta_2 + \beta_1) \approx 139{,}11°$$

$$|DB|^2 = (4\text{ m})^2 + r^2 - 2 \cdot (4\text{ m}) \cdot r \cdot \cos(\gamma)$$

$$r = \sqrt{112}\text{ m} \approx 10{,}853\text{ m}$$

$$|DB| = \sqrt{(4\text{ m})^2 + r^2 - 2 \cdot (4\text{ m}) \cdot r \cdot \cos(\gamma)} \approx 13{,}856\text{ m}$$