

MATHE 364

06.11. Experiment: Wir simulieren den radioaktiven Zerfall

a) **Schätzaufgaben:** Bearbeite *mindestens drei* Aufträge zum Schätzen.



- Wie viele Heftzwecken liegen auf diesem Kuchentablett?
- Wie viele Heftzwecken liegen mit dem Stift nach oben?
- Wie groß ist der Anteil der Heftzwecken, die mit dem Stift nach unten liegen?

Im Experiment werden alle Heftzwecken weggenommen, die mit dem Stift nach oben liegen. Alle Heftzwecken, die mit dem Stift nach unten liegen, werden in einen Würfelbecher gefüllt. Diese Heftzwecken werden erneut auf das Kuchentablett geworfen. Wieder werden alle Heftzwecken, die „pieksen“ könnten, aussortiert. Die restlichen Heftzwecken werden erneut geworfen usw.

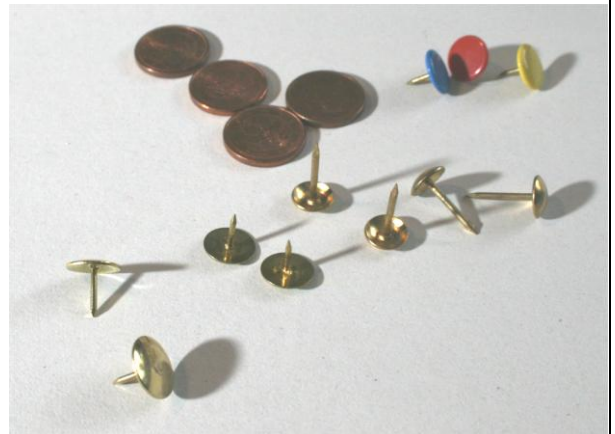


bleibt im Spiel



wird aussortiert

- Wie oft muss man die Heftzwecken ungefähr werfen, bis keine mehr übrig bleibt?
- Was schätzt du? Bei welchen der hier abgebildeten Zufallsgeräte *Münzen*, *blanke Heftzwecken* (vorne links), *Heftzwecken mit Kunststoffkappe* (hinten), *Polsternägel* (rechts, längere Stifte) muss man im Experiment die meisten „Aussortiertvorgänge“ vornehmen? Bei welchem Zufallsgerät ist das Experiment am schnellsten zu Ende? (Wir setzen voraus, dass das Experiment jeweils mit der gleichen Anzahl startet.)



Bitte zuerst schätzen, erst dann weiterblättern!

MATHE 364

06.11. Experiment: Wir simulieren den radioaktiven Zerfall

b) Experiment: Mit Heftzwecken kannst du den radioaktiven Zerfall simulieren.

Du benötigst:

- eine große Menge Heftzwecken
(du kannst auch Münzen nehmen)
- außerdem, falls vorhanden
(es geht aber auch ohne)
- ein oder zwei Tablett
- einen Würfelbecher
- eine Pinzette



Versuchsanleitung

- Bestimme, wie viele Heftzwecken du hast. Notiere diese Zahl in der Tabelle.
- Wirf alle Heftzwecken auf das Tablett, zum Beispiel aus der Hand oder aus der Verpackung rieseln lassen oder einen Würfelbecher schütteln und umdrehen.
- Zähle, wie viele Heftzwecken schräg liegen, mit dem Stift nach unten. Notiere diese Zahl in der Tabelle. Nimm diese Heftzwecken, am besten mit einer Pinzette und fülle sie erneut in den Würfelbecher. Alle Heftzwecken, die mit dem Stift nach oben liegen (die „pieksen könnten“), werden aussortiert und spielen nicht mehr mit.



bleibt im Spiel



wird aussortiert

- Wiederhole das Werfen und Aussortieren so lange, bis keine Heftzwecke mehr übrig bleibt.

Wurf Nr.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Anzahl																		

c) Die Aufgaben zur Auswertung findest du auf der nächsten Seite.

Falls du kein Experimentiermaterial hast, kannst du auch die Versuchsreihe der MATHE_364-Redaktion auswerten, siehe nächste Seite.



möglichst selbst experimentieren, erst dann weiterblättern!

MATHE 364

06.11. Experiment: Wir simulieren den radioaktiven Zerfall

Auswertung

In diesem Experiment wurde mit Heftzwecken der radioaktive Zerfall simuliert.



Versuchsanleitung

- Bestimme, wie viele Heftzwecke du hast. Notiere diese Zahl in der Tabelle.
- Wirf alle Heftzwecke auf das Tablett.
- Zähle, wie viele Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen. Alle Heftzwecke, die mit dem Stift nach oben liegen, werden aussortiert.



bleibt im Spiel



wird aussortiert

- Wiederhole das Werfen und Aussortieren bis keine Heftzwecke mehr übrig ist.

Zufallsgeräte: blanke Heftzwecke (Versuchsreihe der MATHE_364-Redation)

Wurf Nr.	0	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl	114	43	21	8	2	1	1	0

c) **Wahlaufgaben** zur Auswertung: **Bearbeite** mindestens drei der fünf Aufträge. Verwende deine eigenen Versuchsergebnisse oder die hier abgedruckte Tabelle.

- **Zeichne** ein Diagramm. Verwende möglichst ein Tabellenkalkulationsprogramm.
- **Bestimme** die „Halbwertszeit“ (die Anzahl der Würfe, die zum Halbieren der Anzahl von Heftzwecken erforderlich ist – das im Allgemeinen keine ganze Zahl).
- **Vergleiche** deine Schätzergebnisse mit deinen Versuchsergebnissen oder mit den Ergebnissen, die im Lösungsblatt abgedruckt sind.
- Angenommen, die Abnahme verlief exponentiell, also mit $f(x) = n \cdot a^x$. **Gib** die Anfangszahl n an und **bestimme** den Abnahmefaktor a . **Gib an**, wofür x steht.
- **Bestimme** jeweils die relative Häufigkeit dafür, dass eine Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen blieb sowie den Durchschnitt der relativen Häufigkeiten.

a) Schätz- aufgaben:



Ein Schätzwert ist gut, wenn er nicht größer als das Dreifache des wahren Wertes und nicht kleiner als ein Drittel ist. Anteile aber können nur 0 % bis 100 % betragen.

- Wie viele Heftzwecken liegen auf diesem Kuchentablett? **exakt 114 Stück**
- Wie viele Heftzwecken liegen mit dem Stift nach oben? **exakt 43 Stück**
- Anteil der Heftzwecken, die mit dem Stift nach unten liegen **ca. 38 %**

Im Experiment werden alle Heftzwecken weggenommen, die mit dem Stift nach oben liegen. Alle Heftzwecken, die mit dem Stift nach unten liegen, werden in einen Würfelbecher gefüllt. Diese Heftzwecken werden erneut auf das Kuchentablett geworfen. Wieder werden alle Heftzwecken, die „pieksen“ könnten, aussortiert. Die restlichen Heftzwecken werden erneut geworfen usw.

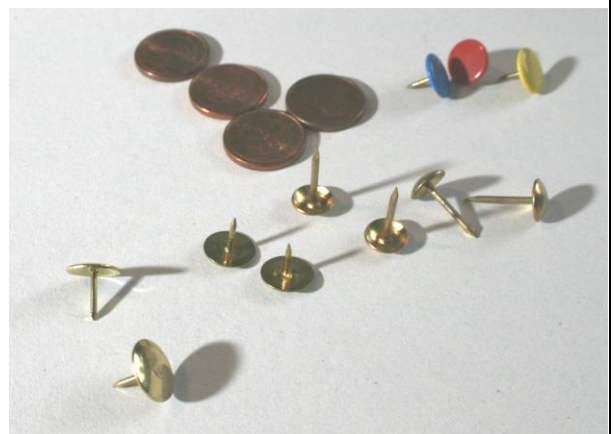


bleibt im Spiel



wird aussortiert

- Wie oft ca. muss man die Heftzwecken werfen, bis keine mehr übrig bleibt? **7 mal**
- Was schätzt du? Bei welchen der hier abgebildeten Zufallsgeräte *Münzen*, *blanke Heftzwecken* (vorne links), *Heftzwecken mit Kunststoffkappe* (hinten), *Polsternägel* (rechts, längere Stifte) muss man im Experiment die meisten „Aussortiertvorgänge“ vornehmen? Bei welchem Zufallsgerät ist das Experiment am schnellsten zu Ende? (Wir setzen voraus, dass das Experiment jeweils mit der gleichen Anzahl startet.)



Ereignis E: „Die Heftzwecke wird nicht aussortiert“. Für die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses kann die im Experiment bestimmte relative Häufigkeit als Schätzwert dienen, siehe Auswertung in **c**). **Sortierung von schnell nach langsam:** Heftzwecke blank ca. 41 %, mit Kunststoff ca. 46 % Münze 50 %, Polsternagel ca. 82 %

b) Experiment: Mit Heftzwecken kannst du den radioaktiven Zerfall simulieren.

Versuchsanleitung

- Bestimme, wie viele Heftzwecke du hast. Notiere diese Zahl in der Tabelle.
- Wirf alle Heftzwecke auf das Tablett.
- Zähle, wie viele Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen. Alle Heftzwecke, die mit dem Stift nach oben liegen, werden aussortiert.



bleibt im Spiel



wird aussortiert

- Wiederhole das Werfen und Aussortieren bis keine Heftzwecke mehr übrig ist.

V Versuchsergebnisse der MATHE_364-Redaktion:

In der dritten Tabellenzeile ist jeweils die relative Häufigkeit des Ereignisses E : „Die Heftzwecke wird nicht aussortiert“ angegeben; diese Angabe ist jedoch nur bei Anzahlen von 5 oder mehr Heftzwecken sinnvoll. Der Durchschnitt der relativen Häufigkeiten wurde aus dem Funktionsterm der Ausgleichskurve berechnet, den die Tabellenkalkulation bestimmt hat.

blanke Heftzwecke; $h(E) \approx 41\%$ werden im Durchschnitt nicht aussortiert

Wurf Nr.	0	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl Heftzwecke	114	43	21	8	2	1	1	0
relative Häufigkeit	37,7 %	48,8 %	38,1 %	25,0 %	50,0 %	100 %	0 %	

Heftzwecke mit Kunststoffkappe; $h(E) \approx 46\%$ werden durchschnittl. nicht aussortiert

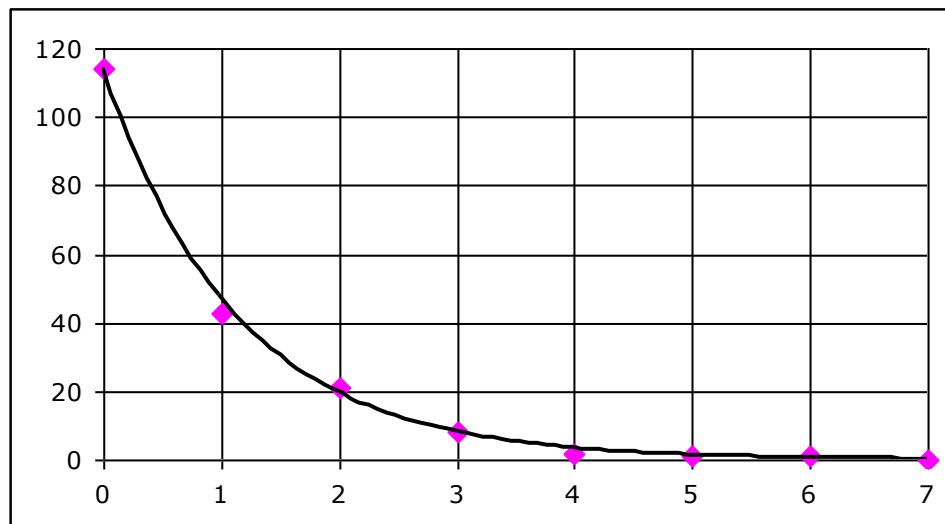
Wurf Nr.	0	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl	132	56	25	14	6	4	1	0
$h(E)$	42,4 %	44,6 %	56,0 %	42,9 %	66,7 %	25,0 %	0 %	

Polsternägel; $h(E) \approx 82\%$ werden im Durchschnitt nicht aussortiert

Nr.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Zahl	56	48	41	34	26	25	20	16	14	11	8	5	3	2	2	2	1	1	1	1	0
$h(E) / \%$	86	85	83	76	96	80	80	88	79	73	63	60	67	100	100	50	100	100	100	0	

c) **Auswertung**; die Musterlösung bezieht sich auf die in **b)** abgedruckten Tabellen.

- **Zeichne** ein Diagramm. Verwende möglichst ein Tabellenkalkulationsprogramm. [blanke Heftzwecken](#)



- **Bestimme** die „Halbwertszeit“ (die Anzahl der Würfe, die zum Halbieren der Anzahl von Heftzwecken erforderlich ist – das im Allgemeinen keine ganze Zahl). [aus dem Diagramm abmessen oder Rechnung](#)

$$f(x) = \frac{1}{2} n$$

$$f(x) = 114 : 2$$

$$n \cdot a^x = \frac{1}{2} n$$

$$114 \cdot 0,4145341165^x = 57$$

$$a^x = \frac{1}{2}$$

$$0,4145341165^x = \frac{1}{2}$$

$$x = \log_a(0,5)$$

$$x = \log_{0,4145341165}(0,5) \approx 0,79$$

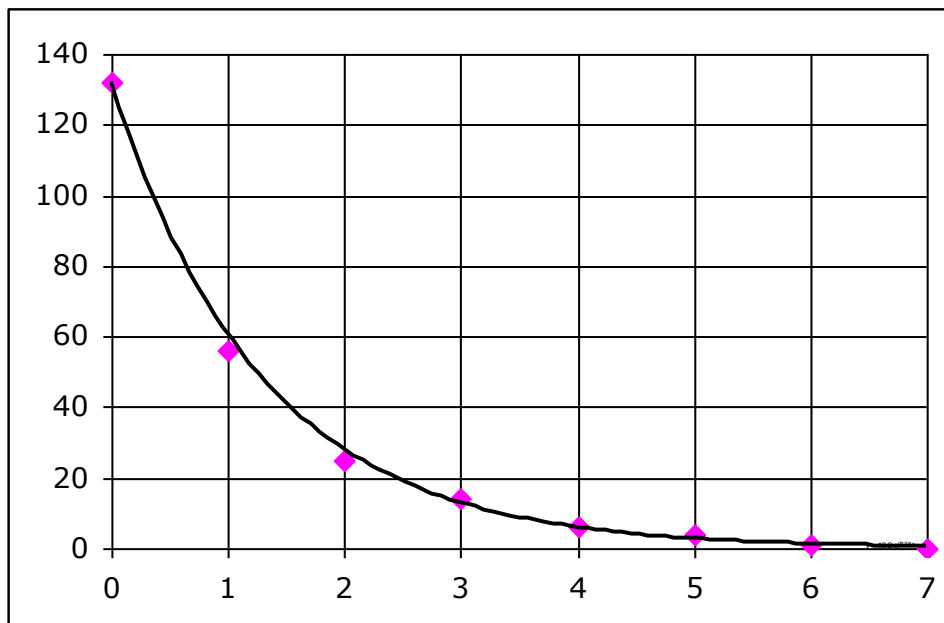
Nach weniger als einem Wurf, genau nach ca. 0,79 Würfeln hat sich die Anzahl halbiert.

- **Vergleiche** deine Schätzergebnisse mit deinen Versuchsergebnissen oder mit den Ergebnissen, die im Lösungsblatt abgedruckt sind. [siehe Lösung zu a\)](#).
- Angenommen, die Abnahme verliefte exponentiell, also mit $f(x) = n \cdot a^x$. **Gib** die Anfangszahl n an und **bestimme** den Abnahmefaktor a . **Gib an**, wofür x steht. Anfangszahl $n = 114$, Abnahmefaktor $a \approx 0,4145341165$ berechnet mit $e^{-0,8806}$ aus dem Funktionsterm $e^{-0,8806 \cdot x}$ der Trendlinie;
Alternative: [Mittelwert der relativen Häufigkeiten bei genügend großen Anzahlen \$x\$ gibt an, wie viel mal die \(verbliebenen\) Heftzwecken geworfen wurden](#)
- **Bestimme** jeweils die relative Häufigkeit dafür, dass eine Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen blieb sowie den Durchschnitt der relativen Häufigkeiten. [siehe Tabelle; die Musterlösung bezieht sich auf die in b\) abgedruckten Tabellen.](#)

Auswertungen der beiden anderen Tabellen siehe nächste Seiten

c) **Auswertung**; die Musterlösung bezieht sich auf die in **b)** abgedruckten Tabellen.

- **Zeichne** ein Diagramm. Verwende möglichst ein Tabellenkalkulationsprogramm.
Heftzwecken mit Kunststoffkappe



- **Bestimme** die „Halbwertszeit“ (die Anzahl der Würfe, die zum Halbieren der Anzahl von Heftzwecken erforderlich ist – das im Allgemeinen keine ganze Zahl).
aus dem Diagramm abmessen oder Rechnung

$$f(x) = \frac{1}{2} n$$

$$f(x) = 132 : 2$$

$$n \cdot a^x = \frac{1}{2} n$$

$$132 \cdot 0,4602433074^x = 66$$

$$a^x = \frac{1}{2}$$

$$0,4602433074^x = \frac{1}{2}$$

$$x = \log_a(0,5)$$

$$x = \log_{0,4602433074}(0,5) \approx 0,89$$

Nach weniger als einem Wurf, genau nach ca. 0,89 Würfeln hat sich die Anzahl halbiert.

- **Vergleiche** deine Schätzergebnisse mit den Versuchsergebnissen [siehe a\)](#)
- Angenommen, die Abnahme verlief exponentiell, also mit $f(x) = n \cdot a^x$. **Gib** die Anfangszahl n an und **bestimme** den Abnahmefaktor a . **Gib an**, wofür x steht.

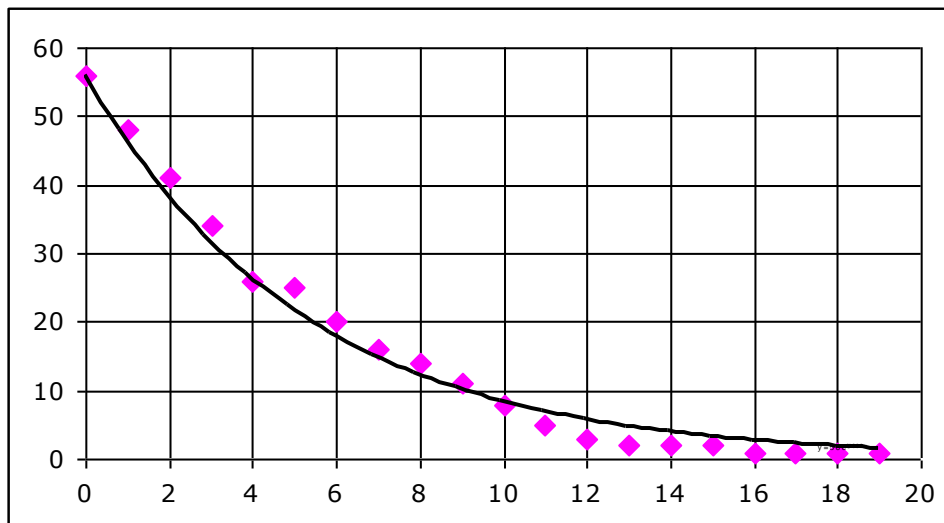
Anfangszahl $n = 132$, Abnahmefaktor $a \approx 0,4602433074$ berechnet mit $e^{-0,776}$ aus dem Funktionsterm $e^{-0,776 \cdot x}$ der Trendlinie;

Alternative: Mittelwert der relativen Häufigkeiten bei genügend großen Anzahlen x gibt an, wie viel mal die (verbliebenen) Heftzwecke geworfen wurden

- **Bestimme** jeweils die relative Häufigkeit dafür, dass eine Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen blieb sowie den Durchschnitt der relativen Häufigkeiten.
[siehe Tabelle; die Musterlösung bezieht sich auf die in b\) abgedruckten Tabellen.](#)
Auswertung der dritten Tabell siehe nächste Seite

c) **Auswertung**; die Musterlösung bezieht sich auf die in **b)** abgedruckten Tabellen.

- **Zeichne** ein Diagramm. Verwende möglichst ein Tabellenkalkulationsprogramm. Polsternägel



- **Bestimme** die „Halbwertszeit“ (die Anzahl der Würfe, die zum Halbieren der Anzahl von Heftzwecken erforderlich ist – das im Allgemeinen keine ganze Zahl). aus dem Diagramm abmessen oder Rechnung

$$f(x) = \frac{1}{2} n$$

$$f(x) = 56 : 2$$

$$n \cdot a^x = \frac{1}{2} n$$

$$56 \cdot 0,8171766415 = 28$$

$$a^x = \frac{1}{2}$$

$$0,8171766415^x = \frac{1}{2}$$

$$x = \log_a(0,5)$$

$$x = \log_{0,8171766415}(0,5) \approx 3,43$$

Nach ca. 3,4 Würfeln hat sich die Anzahl jeweils halbiert.

- **Vergleiche** deine Schätzergebnisse mit deinen Versuchsergebnissen oder mit den Ergebnissen, die im Lösungsblatt abgedruckt sind. siehe Lösung zu a).
- Angenommen, die Abnahme verlief exponentiell, also mit $f(x) = n \cdot a^x$. **Gib** die Anfangszahl n an und **bestimme** den Abnahmefaktor a . **Gib an**, wofür x steht.

Anfangszahl $n = 56$, Abnahmefaktor $a \approx 0,8171766415$ berechnet mit $e^{-0,2019}$ aus dem Funktionsterm $e^{-0,2019 \cdot x}$ der Trendlinie;

Alternative: Mittelwert der relativen Häufigkeiten bei genügend großen Anzahlen x gibt an, wie viel mal die (verbliebenen) Heftzwecke geworfen wurden

- **Bestimme** jeweils die relative Häufigkeit dafür, dass eine Heftzwecke mit dem Stift nach unten liegen blieb sowie den Durchschnitt der relativen Häufigkeiten. siehe Tabelle; die Musterlösung bezieht sich auf die in **b)** abgedruckten Tabellen.