

# MATHE 364

## 09.10. Die dritte binomische Formel

- a) **Gib** die dritte binomische Formel mit Variablen **an**.

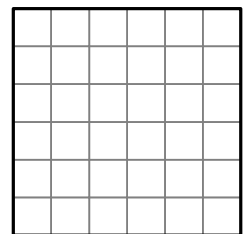
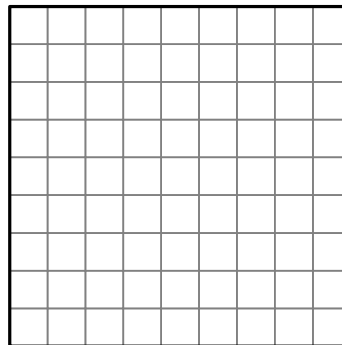
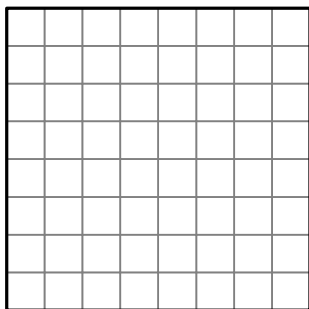
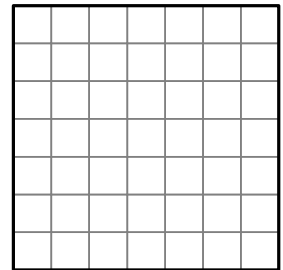
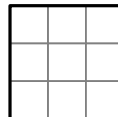
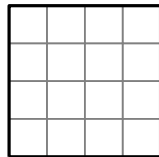
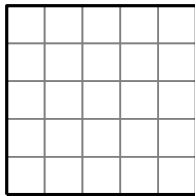
**Gib** ein Zahlenbeispiel **an** und **weise** die Gleichheit **rechnerisch nach**.

- b) Alle Quadrate können jeweils zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden. Aber nur bei einigen Quadraten muss dieses Rechteck nicht unbedingt 1 Kästchen hoch sein bzw. 1 Kästchen breit sein.

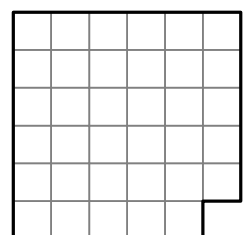
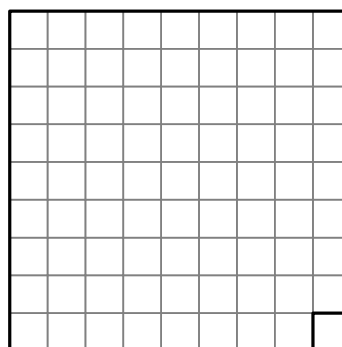
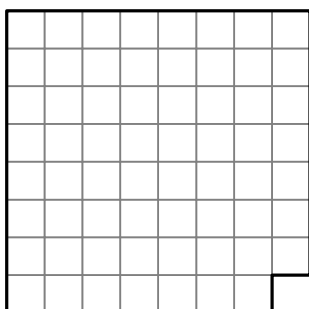
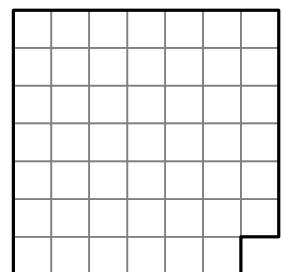
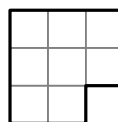
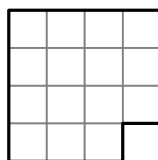
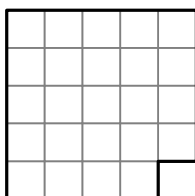
**Gib** ein Beispiel für ein Quadrat, das nur als waagerechte oder senkrechte Einerreihe zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden kann.

**Gib** ein Beispiel für ein Quadrat, das auf mehr als zwei Arten zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden kann.

**Zeichne** jeweils zwei Lösungsbeispiele.



- c) Aus jedem Quadrat wird das Kästchen unten rechts weggenommen. **Weise nach**, dass nun alle um ein Kästchen verkleinerten Quadrate auf mehr als zwei Arten zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden können.



## Lösungen 09.10. Die dritte binomische Formel

a) **Gib** die dritte binomische Formel mit Variablen **an**.  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

**Gib** ein Zahlenbeispiel **an** und **weise** die Gleichheit **rechnerisch nach**. Beispiel  $221 = 17 \cdot 13 = (15 + 2) \cdot (15 - 2) = 15^2 - 2^2 = 225 - 4 = 221$  (individuelle Lsg.)

b) Alle Quadrate können jeweils zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden. Aber nur bei einigen Quadraten muss dieses Rechteck nicht unbedingt 1 Kästchen hoch sein bzw. 1 Kästchen breit sein.

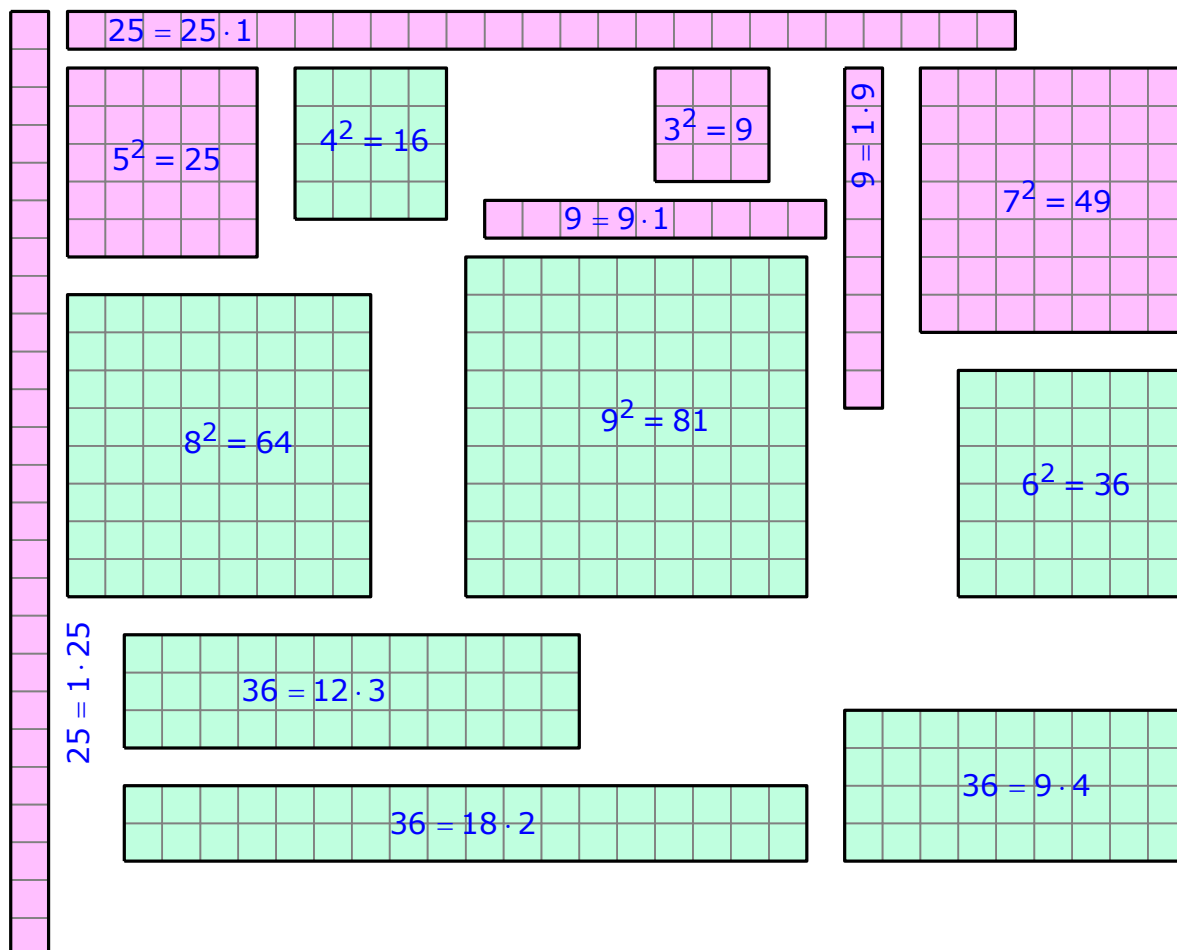
**Gib** ein Beispiel für ein Quadrat, das nur als waagerechte oder senkrechte Einerreihe zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden kann.

Pinkfarbig markiert sind die Quadrate von Primzahlen wie  $5^2$  und  $7^2$ .

**Gib** ein Beispiel für ein Quadrat, das auf mehr als zwei Arten zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden kann.

Grün markiert sind die Quadrate von zerlegbaren Zahlen wie  $4^2$  und  $6^2$ .

**Zeichne** jeweils zwei Lösungsbeispiele. siehe Abbildung



Pinkfarbig markiert sind die Quadrate von Primzahlen wie  $5^2$  und  $7^2$ .

Grün markiert sind die Quadrate von zerlegbaren Zahlen wie  $4^2$  und  $6^2$ .

c) siehe nächste Seite

- a) **Gib** die dritte binomische Formel mit Variablen **an**.  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$   
**Gib** ein Zahlenbeispiel **an** und **weise** die Gleichheit **rechnerisch nach**. Beispiel  
 $221 = 17 \cdot 13 = (15 + 2) \cdot (15 - 2) = 15^2 - 2^2 = 225 - 4 = 221$  (individuelle Lsg.)
- c) Aus jedem Quadrat wird das Kästchen unten rechts weggenommen. **Weise nach**, dass nun alle um ein Kästchen verkleinerten Quadrate auf mehr als zwei Arten zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden können.  
 Eine Primzahl ist eine Zahl mit genau zwei Teilern, 1 und die Zahl selbst, z. B. 5 oder 7. Die Primzahlquadrate können nur auf zwei Arten zu einem Rechteck mit verschiedenen langen Seiten umgeordnet werden, z. B.  $49 \cdot 1$  oder  $1 \cdot 49$ , allgemein  $p^2 \cdot 1$  oder  $1 \cdot p^2$ . Die Darstellung  $p \cdot p$  ergibt ein Rechteck mit gleich langen Seiten, also ein Quadrat.  
 Wenn in den Quadraten unten rechts ein Kästchen weggenommen wird, ist die Anzahl der Kästchen  $a^2 - 1$ , wobei  $a$  die Anzahl der Kästchen in einer Reihe angibt. Nach der 3. binomischen Formel ist  $a^2 - 1 = (a + 1) \cdot (a - 1)$ . Das bedeutet, dass jede um 1 verminderte Quadratzahl zerlegbar ist, egal, ob  $a$  eine Primzahl ist oder nicht.

Anstelle des oben stehenden Begründungstextes kann der Nachweis auch rechnerisch erfolgen, siehe Abbildung.

Auch Zeichnungen, wie sie hier nur für die gelb markierte Figur als Beispiel angegeben wurde, gelten als Lösung. *Allerdings müsste dann zu jeder Figur ein Rechteck gezeichnet werden, das den gleichen Flächeninhalt hat, aber weder die Höhe 1 Kästchen hat noch die Breite 1 Kästchen.*

