MATHE 364

31.10. Umkehrungen des Potenzierens

$p = 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{5\text{ Faktoren}} = 32$ $\qquad$ $p = a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{ Faktoren}}$

p wie Potenz $\qquad$ *p* wie Potenz

Zum Potenzieren gibt es nicht nur eine Umkehr-Operation, sondern zwei.

1. Die Wurzel fragt nach der Grundzahl (Basis): *Welche Zahl* (die Wurzel) *muss ich mit der gegebenen Hochzahl potenzieren, damit ich den Radikanden* (die Zahl *p*, aus der die Wurzel gezogen wird) *erhalte*?
Die fünfte Wurzel aus 32 ist 2.

$\sqrt[5]{32} = x$? $\quad x = 2$, denn $2^5 = 32$. $\qquad \sqrt[n]{p} = a$, denn $a^n = p$.

2. Der Logarithmus fragt nach der Hochzahl (nach dem Exponenten): *Mit welcher Hochzahl muss ich die Basis* (Grundzahl) *potenzieren, damit ich den Numerus* (die Zahl, deren Logarithmus gesucht ist) *erhalte*?
Der Logarithmus von 32 zur Basis 2 ist 5.

Dabei wird die gesuchte Hochzahl als Logarithmus bezeichnet. Die Zahl, deren Logarithmus gesucht wird, heißt Numerus.

$\log_2(32) = x$? $\; x = 5$, denn $2^5 = 32$. $\qquad \log_a(p) = n$, denn $a^n = p$.

a) Logarithmen sind Hochzahlen! **Stelle** den Zusammenhang als Logarithmus **dar**.

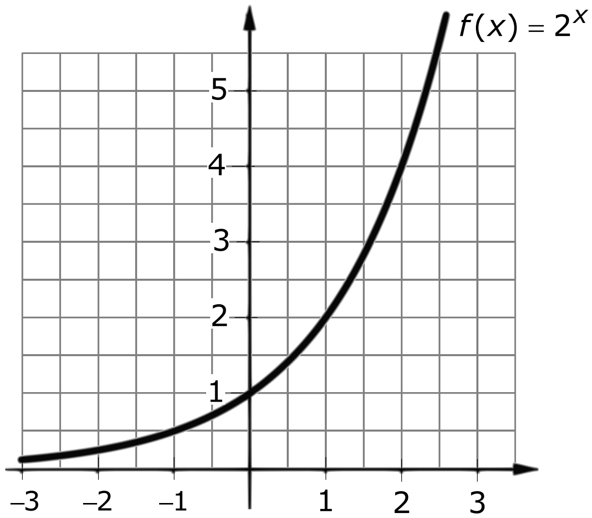
$2^4 = 16$, also $\log_{\square}(\square) = \square$ $\qquad$ $10^3 = 1000$, also $\log_{\square}(\square) = \square$

b) Wurzeln sind Grundzahlen! **Stelle** den Zusammenhang als *n*-te Wurzel **dar**.

$2^3 = 8$, also $\sqrt[\square]{\square} = \square$ $\qquad$ $10^4 = 10000$, also $\sqrt[\square]{\square} = \square$

c) $\log_2(5) = x$ ist eine Schreibweise für die Lösung der Gleichung $2^x = 5$.

Bestimme *x* mit Hilfe des Diagramms.



Lösungen 31.10. Umkehrungen des Potenzierens

$p = 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{5\text{ Faktoren}} = 32$ $\qquad$ $p = a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{ Faktoren}}$

p wie Potenz $\qquad$ *p* wie Potenz

Zum Potenzieren gibt es nicht nur eine Umkehr-Operation, sondern zwei.

1. Die Wurzel fragt nach der Grundzahl (Basis): *Welche Zahl* (die Wurzel) *muss ich mit der gegebenen Hochzahl potenzieren, damit ich den Radikanden* (die Zahl *p*, aus der die Wurzel gezogen wird) *erhalte*?
Die fünfte Wurzel aus 32 ist 2.

$\sqrt[5]{32} = x$? $\qquad x = 2$, denn $2^5 = 32$. $\qquad \sqrt[n]{p} = a$, denn $a^n = p$.

2. Der Logarithmus fragt nach der Hochzahl (nach dem Exponenten): *Mit welcher Hochzahl muss ich die Basis* (Grundzahl) *potenzieren, damit ich den Numerus* (die Zahl, deren Logarithmus gesucht ist) *erhalte*?
Der Logarithmus von 32 zur Basis 2 ist 5.

Dabei wird die gesuchte Hochzahl als Logarithmus bezeichnet. Die Zahl, deren Logarithmus gesucht wird, heißt Numerus.

$\log_2(32) = x$? $x = 5$, denn $2^5 = 32$. $\qquad \log_a(p) = n$, denn $a^n = p$.

a) Logarithmen sind Hochzahlen! **Stelle** den Zusammenhang als Logarithmus **dar**.

$2^4 = 16$, also $\log_2(16) = 4$ $\qquad$ $10^3 = 1000$, also $\log_{10}(1000) = 3$

Die Hochzahl in 2^4 ist 4. $\qquad$ Die Hochzahl in 10^3 ist 3.

b) Wurzeln sind Grundzahlen! **Stelle** den Zusammenhang als *n*-te Wurzel **dar**.

$2^3 = 8$, also $\sqrt[3]{8} = 2$ $\qquad$ $10^4 = 10000$, also $\sqrt[4]{10000} = 4$

c) $\log_2(5) = x$ ist eine Schreibweise für die Lösung der Gleichung $2^x = 5$.

Bestimme *x* mit Hilfe des Diagramms.

Ich lese die Koordinaten $(x \mid 5)$ des Schnittpunktes des Graphen von *f* mit der waagerechten Geraden $y = 5$ ab: $x \approx 2{,}3$.

Probe (Taschenrechner): $2^{2{,}3} \approx 4{,}9$ und $2^{2{,}4} \approx 5{,}3$