

# MATHE 364

## 30.09. Gleichungen mit dem Taschenrechner lösen

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$\Leftrightarrow b^2 - a^2 - c^2 = -2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + c^2 - b^2 = 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} = \cos(\beta)$$

Der Kosinussatz ist die komplizierteste Gleichung, die bei trigonometrischen Berechnungen auftreten kann. Beim Auflösen dieser Gleichung nach dem Winkel treten häufig Fehler auf. Der letzte Schritt, das Bestimmen des Winkels zum Kosinuswert, ist ohne Taschenrechner praktisch unmöglich. Ein guter Schultaschenrechner kann die Gleichung lösen ohne dass du die Umformungsschritte selbst einzeln durchführen musst. Die Nutzung dieser Taschenrechnerfunktion ist im MSA zulässig.

- a) Gib die Umformungsschritte der obigen Rechnung an.
- b) Die Gleichung  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  soll mit dem fiktiven Taschenrechner aus der Abbildung rechts gelöst werden.



**Zeichne** das Dreieck, zu dem diese Gleichung aufgestellt wurde.

- c) Die Gleichung  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  hat die Lösung  $x = 60$ . Dieses Ergebnis erhält man bei diesem Taschenrechner mit den folgenden Eingaben:

[4] [5] [STO] [x]

Der Winkel  $45^\circ$  wird als Startwert der Berechnung in den Speicher  $x$  gelegt.

[7] [x^2] [SHIFT] [=] [5] [x^2] [+] [8] [x^2] [-]

[2] [x] [5] [x] [8] [x] [COS] [x] [)] [SHIFT] [SOLVE] [=]

Nach der Eingabe von  $7^2$  darf nicht die Ergebnistaste unten rechts gedrückt werden, sondern mit der Shift-Taste und dem Gleichheitszeichen neben der SOLVE-Funktion wird die Gleichung weiter eingegeben. Nach dem Drücken der SOLVE-Taste erscheint zunächst der Startwert 45. Erst nach dem Drücken der Ergebnistaste unten rechts wird die Lösung 60 angezeigt.

**Informiere** dich über die Bedienung deines Taschenrechners. **Löse** die Gleichung. **Probiere** andere Startwerte. **Berechne** die beiden anderen Winkel.

$$\begin{aligned}
 b^2 &= a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta) && | -a^2 - c^2 \\
 \Leftrightarrow b^2 - a^2 - c^2 &= -2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta) && | \cdot (-1) \\
 \Leftrightarrow a^2 + c^2 - b^2 &= 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta) && | : (2 \cdot a \cdot c) \\
 \Leftrightarrow \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} &= \cos(\beta)
 \end{aligned}$$

Der Kosinussatz ist die komplizierteste Gleichung, die bei trigonometrischen Berechnungen auftreten kann. Beim Auflösen dieser Gleichung nach dem Winkel treten häufig Fehler auf. Der letzte Schritt, das Bestimmen des Winkels zum Kosinuswert, ist ohne Taschenrechner praktisch unmöglich.

Ein guter Schultaschenrechner kann die Gleichung lösen ohne dass du die Umformungsschritte selbst einzeln durchführen musst. Die Nutzung dieser Taschenrechnerfunktion ist im MSA zulässig.

**a) Gib** die Umformungsschritte der obigen Rechnung **an**. [siehe oben](#)

**b)** Die Gleichung  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  soll mit dem fiktiven Taschenrechner aus der Abbildung rechts gelöst werden.



**Zeichne** das Dreieck, zu dem diese Gleichung aufgestellt wurde.

[siehe nächste Seite](#)

**c)** Die Gleichung  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  hat die Lösung  $x = 60$ . Dieses Ergebnis erhält man bei diesem Taschenrechner mit den folgenden Eingaben:

[4] [5] [STO] [x]

Der Winkel  $45^\circ$  wird als Startwert der Berechnung in den Speicher  $x$  gelegt.

[7] [x^2] [SHIFT] [=] [5] [x^2] [+] [8] [x^2] [-]

[2] [x] [5] [x] [8] [x] [COS] [x] [)] [SHIFT] [SOLVE] [=]

Nach der Eingabe von  $7^2$  darf nicht die Ergebnistaste unten rechts gedrückt werden, sondern mit der Shift-Taste und dem Gleichheitszeichen neben der SOLVE-Funktion wird die Gleichung weiter eingegeben. Nach dem Drücken der SOLVE-Taste erscheint zunächst der Startwert 45. Erst nach dem Drücken der Ergebnistaste unten rechts wird die Lösung 60 angezeigt.

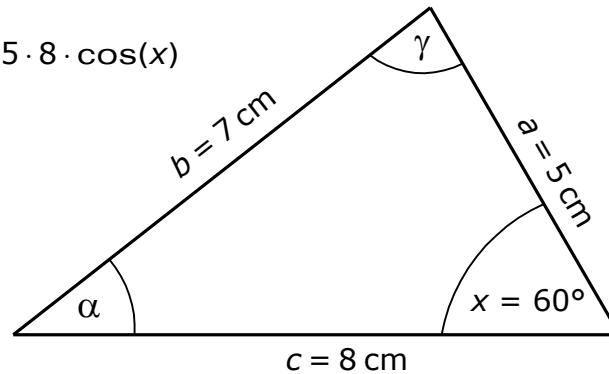
**Informiere** dich über die Bedienung deines Taschenrechners. ✓ [individuelle Lösungen Löse](#) die Gleichung. ✓ **Probiere** andere Startwerte. [Je nach Startwert können Winkel der Art  \$60^\circ + n \cdot 360^\circ\$  oder  \$60^\circ - n \cdot 360^\circ\$  auftreten, die den selben Kosinuswert wie  \$60^\circ\$  haben.](#) **Berechne** die beiden anderen Winkel.

[siehe nächste Seite](#)

- b)  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  soll mit dem Taschenrechner gelöst werden.

**Zeichne** das Dreieck, zu dem diese Gleichung aufgestellt wurde. [siehe Abbildung](#)

$$7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$$



- c) Die Gleichung  $7^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(x)$  hat die Lösung  $x = 60$ . Dieses Ergebnis erhält man bei diesem Taschenrechner mit den folgenden Eingaben:

[4] [5] [STO] [x]

Der Winkel  $45^\circ$  wird als Startwert der Berechnung in den Speicher  $x$  gelegt.

[7] [ $x^2$ ] [SHIFT] [=] [5] [ $x^2$ ] [+] [8] [ $x^2$ ] [-]

[2] [x] [5] [x] [8] [x] [COS] [x] [)] [SHIFT] [SOLVE] [=]

Nach der Eingabe von  $7^2$  darf nicht die Ergebnistaste unten rechts gedrückt werden, sondern mit der Shift-Taste und dem Gleichheitszeichen neben der SOLVE-Funktion wird die Gleichung weiter eingegeben. Nach dem Drücken der SOLVE-Taste erscheint zunächst der Startwert 45. Erst nach dem Drücken der Ergebnistaste unten rechts wird die Lösung 60 angezeigt.

**Berechne** die beiden anderen Winkel.

**Lösungsweg 1:** Nachdem  $\beta$  bzw.  $x = 60^\circ$  bekannt ist, kann mit dem Sinussatz  $\alpha$  bestimmt werden. Dabei liegt der bekannte Winkel der längeren der beiden Seiten gegenüber, d. h.  $b > a$ . In diesem Fall SsW gibt es nur eine Lösung. Der dritte Winkel kann über die Innenwinkelsumme berechnet werden.

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(x)}{b}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\alpha) = a \cdot \frac{\sin(x)}{b}$$

$$\sin(\alpha) = a \cdot \frac{\sin(x)}{b} = 5 \cdot \frac{\sin(60^\circ)}{7} \approx 0,6185... \Rightarrow \alpha \approx 38,2132^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 81,7867...^\circ$$

**Lösungsweg 2:** Die erstmalige Eingabe der Gleichung in den Taschenrechner bedeutet einigen Aufwand. Nach dem Lösen der Gleichung kann die Zeile im Taschenrechner wieder aufgerufen und editiert werden. Dann bedeutet dreimal mit dem Kosinussatz rechnen weniger Aufwand als Lösungsweg 1.

$$8^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos(x) \quad \text{zur Bestimmung von } \gamma$$

$$5^2 = 8^2 + 7^2 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cos(x) \quad \text{zur Bestimmung von } \alpha$$

