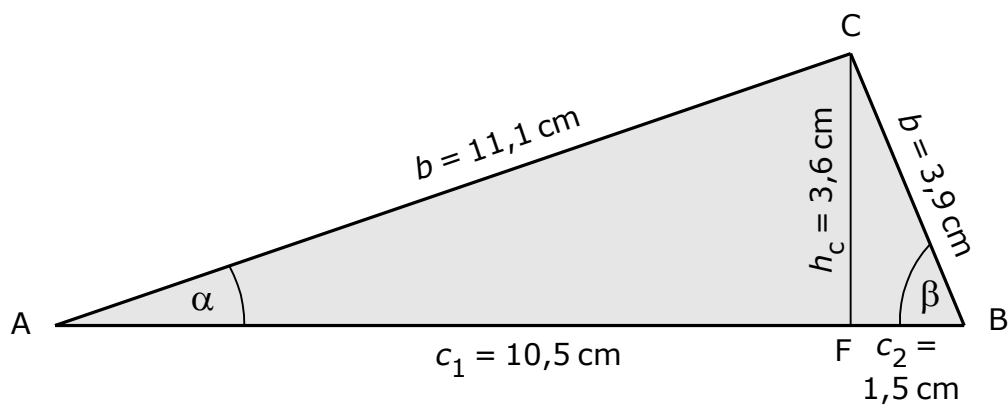


# MATHE 364

## 08.09. Höhen und Projektionssatz

Bis jetzt konntest du nur in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus und Tangens Längen und Winkelgrößen bestimmen. In den nächsten Kalenderblättern erweitern wir diese trigonometrischen Berechnungen auf spitzwinklige und stumpwinklige Dreiecke.

Wir erarbeiten den Projektionssatz, den Sinussatz und den Kosinussatz. Die Grundidee ist, ein Dreieck durch eine Höhe in zwei rechtwinklige Teildreiecke zu zerlegen.



**a) Wahlaufgabe:** Bearbeite *mindestens eine* der vier folgenden Aufgabenstellungen.

- **Markiere** die beiden rechtwinkligen Teildreiecke oder **gib** ihre Eckpunkte **an**.
- **Zeichne** den rechten Winkel zwischen Grundseite und Höhe **ein**.
- **Gib** den Flächeninhalt eines der beiden Teildreiecke **an**.
- Wähle *eines* der beiden Teildreiecke.

**Gib mindestens zwei** der Terme für  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$ ,  $\sin(\beta)$  oder  $\cos(\beta)$  in dem gewählten Teildreieck **an**.

**b) Bestimme** die Winkelgrößen  $\alpha$  und  $\beta$  sowie die Seitenlänge  $c$  **rechnerisch**.

**c) Ergänze mindestens dreimal** die fehlende Variable  $a$  oder  $b$ .

$$h_C = \square \cdot \sin(\alpha)$$

$$c_1 = \square \cdot \cos(\alpha)$$

$$h_C = \square \cdot \sin(\beta)$$

$$c_2 = \square \cdot \cos(\beta)$$

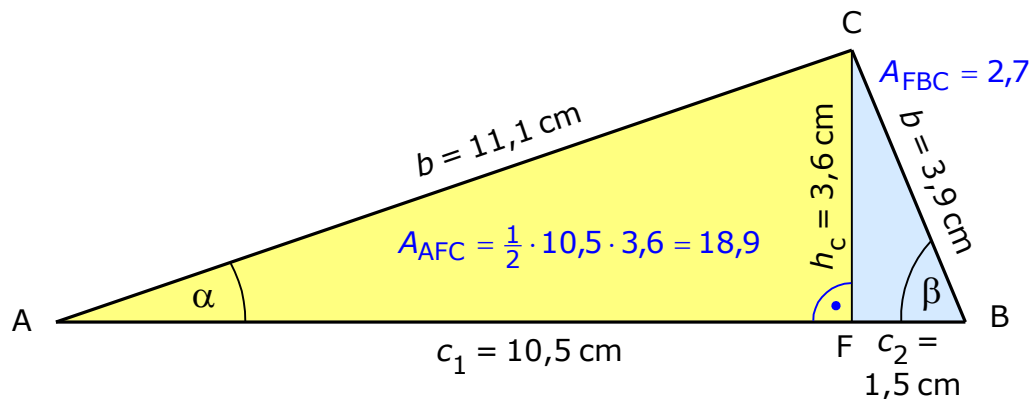
$$c = c_1 + c_2 = \square \cdot \cos(\alpha) + \square \cdot \cos(\beta)$$

**d)** In der Zeichnung befinden sich links und rechts spitze Winkel:  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\beta < 90^\circ$ .

**Skizziere** ein Dreieck ABC mit  $\beta = 90^\circ$  sowie ein Dreieck ABC mit  $\beta > 90^\circ$ .

Bis jetzt konntest du nur in rechtwinkligen Dreiecken mit Sinus, Kosinus und Tangens Längen und Winkelgrößen bestimmen. In den nächsten Kalenderblättern erweitern wir diese trigonometrischen Berechnungen auf spitzwinklige und stumpfwinklige Dreiecke.

Wir erarbeiten den Projektionssatz, den Sinussatz und den Kosinussatz. Die Grundidee ist, ein Dreieck durch eine Höhe in zwei rechtwinklige Teildreiecke zu zerlegen.



**a) Wahlaufgabe:** Bearbeite *mindestens eine* der vier folgenden Aufgabenstellungen.

- **Markiere** die beiden rechtwinkligen Teildreiecke oder **gib** ihre Eckpunkte **an**. ↑
- **Zeichne** den rechten Winkel zwischen Grundseite und Höhe **ein**. siehe Abbildung
- **Gib** den Flächeninhalt eines der beiden Teildreiecke **an**. siehe Abbildung
- Wähle *eines* der beiden Teildreiecke.

**Gib** *mindestens zwei* der Terme für  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$ ,  $\sin(\beta)$  oder  $\cos(\beta)$  in dem gewählten Teildreieck **an**.

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} = \frac{3,6}{11,1} \quad \cos(\alpha) = \frac{c_1}{b} = \frac{10,5}{11,1} \quad \sin(\beta) = \frac{h_c}{a} = \frac{3,6}{3,9} \quad \cos(\beta) = \frac{c_2}{a} = \frac{1,5}{3,9}$$

**b) Bestimme** die Winkelgrößen  $\alpha$  und  $\beta$  sowie die Seitenlänge  $c$  **rechnerisch**.

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} = \frac{3,6}{11,1} \Rightarrow \alpha \approx 18,92^\circ \quad \sin(\beta) = \frac{h_c}{a} = \frac{3,6}{3,9} \Rightarrow \beta \approx 67,38^\circ$$

$$c = c_1 + c_2 = 10,5 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

**c) Ergänze** *mindestens dreimal* die fehlende Variable  $a$  oder  $b$ .

$$h_c = b \cdot \sin(\alpha) \quad c_1 = b \cdot \cos(\alpha)$$

$$h_c = a \cdot \sin(\beta) \quad c_2 = a \cdot \cos(\beta) \quad c = c_1 + c_2 = b \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos(\beta)$$

**d)** In der Zeichnung befinden sich links und rechts spitze Winkel:  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\beta < 90^\circ$ .

**Skizziere** ein Dreieck ABC mit  $\beta = 90^\circ$  sowie ein Dreieck ABC mit  $\beta > 90^\circ$ .

