MATHE 364

10.09. Projektionssatz

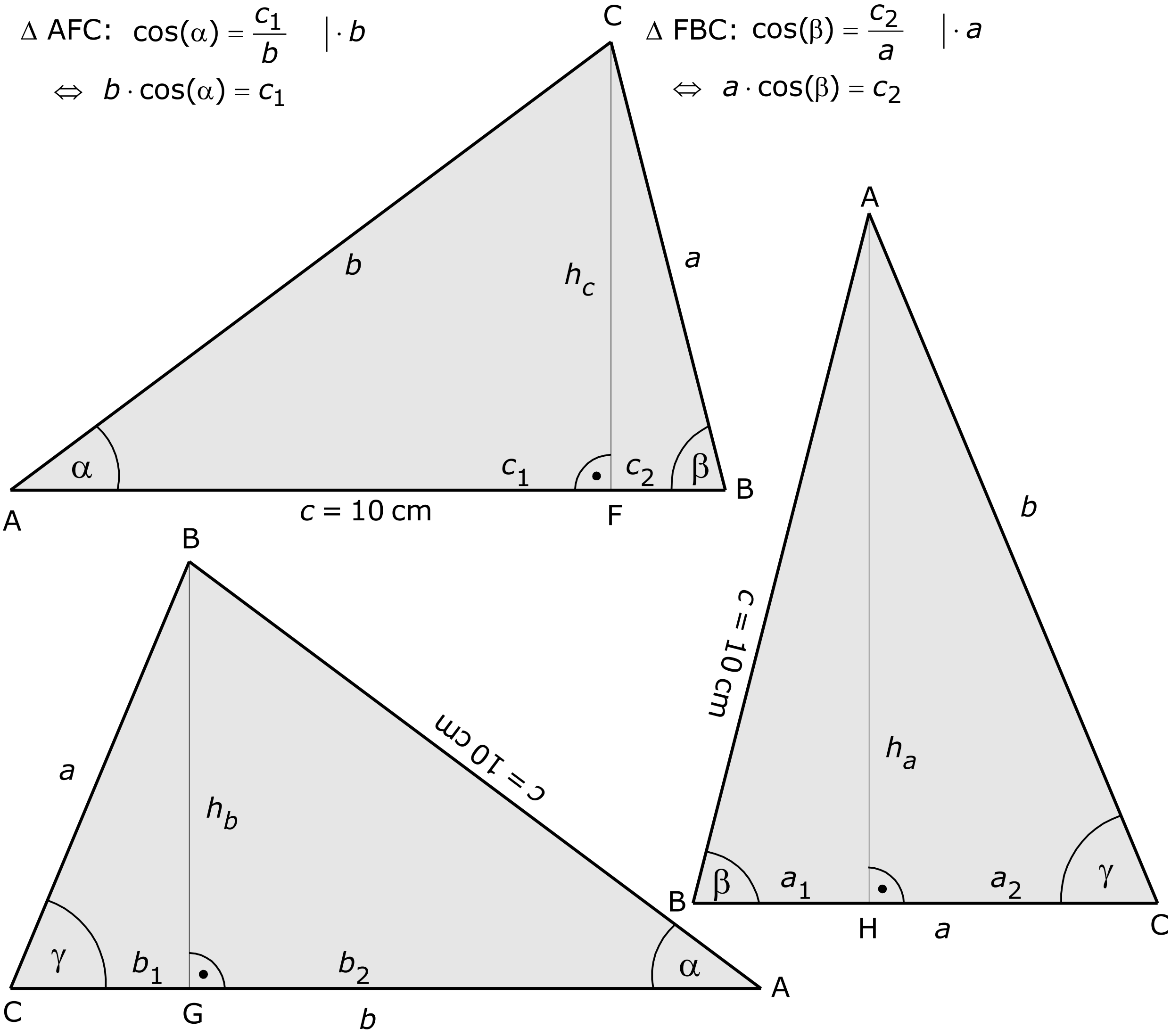
Die Abbildung zeigt drei Versionen des selben Dreiecks. Jeweils eine andere der drei Seiten liegt parallel zum Rand der DIN A 4-Seite. Anhand dieser Abbildung beweisen wir für spitzwinklige Dreiecke den Sinussatz und den Projektionssatz.

Δ AFC: $\cos(\alpha) = \frac{c_1}{b} \quad |\cdot b$

$\Leftrightarrow \quad b \cdot \cos(\alpha) = c_1$

Δ FBC: $\cos(\beta) = \frac{c_2}{a} \quad |\cdot a$

$\Leftrightarrow \quad a \cdot \cos(\beta) = c_2$



a) **Ergänze** im Dreieck oben links die Rechnung zum Beweis des Projektionssatzes $c = b \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos(\beta)$.

b) Der Projektionssatz lautet

$a = c \cdot \cos(\beta) + b \cdot \cos(\gamma)$, $b = a \cdot \cos(\gamma) + c \cdot \cos(\alpha)$ und $c = b \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos(\beta)$.

Ordne jedem Dreieck die passende Gleichung zu.

Wähle ein geeignetes Dreieck und **beweise** *eine* der Gleichungen.

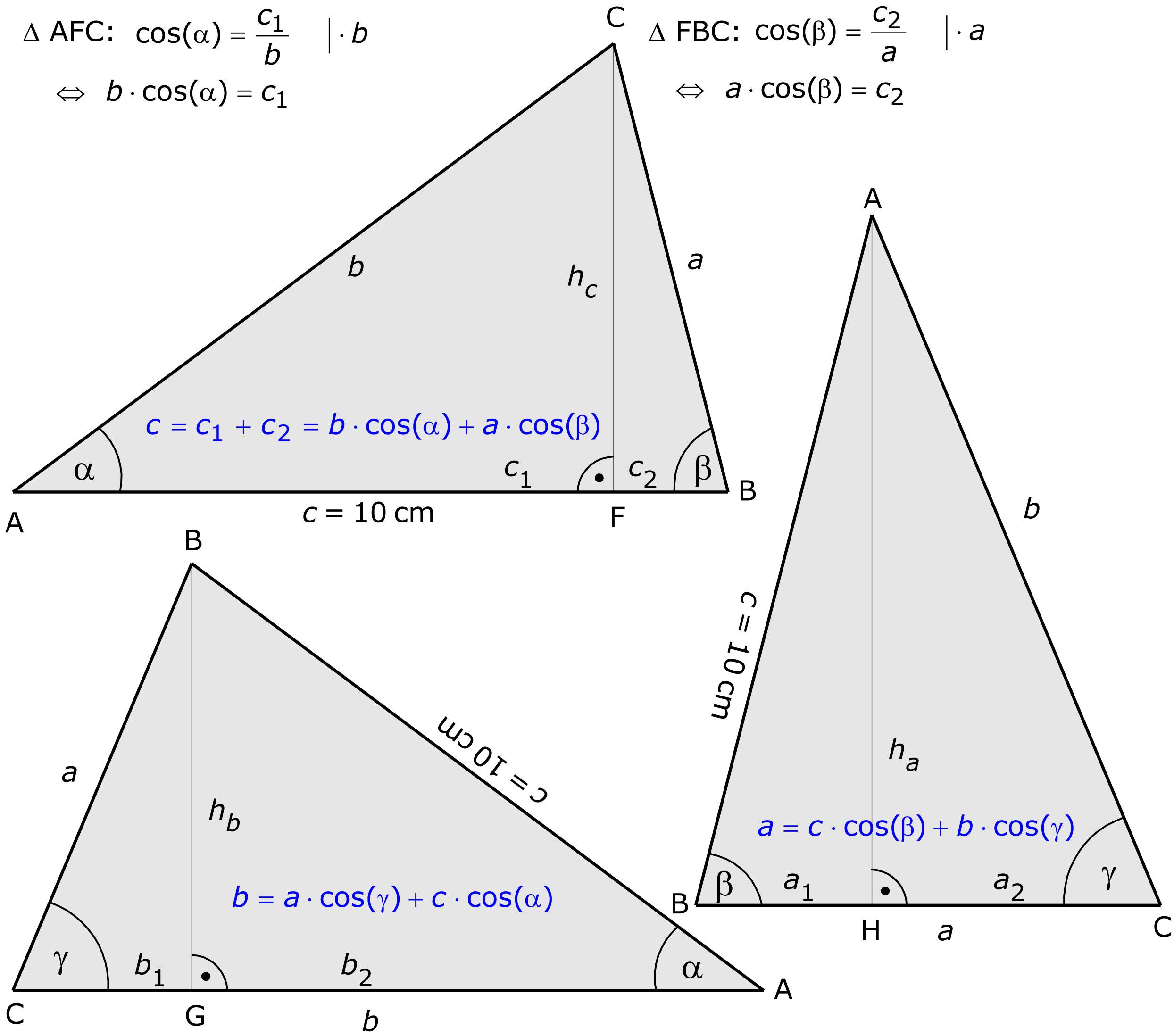
Lösungen 10.09. Projektionssatz

Δ AFC: $\cos(\alpha) = \dfrac{c_1}{b} \quad \Big|\cdot b$

$\Leftrightarrow \quad b \cdot \cos(\alpha) = c_1$

Δ FBC: $\cos(\beta) = \dfrac{c_2}{a} \quad \Big|\cdot a$

$\Leftrightarrow \quad a \cdot \cos(\beta) = c_2$



a) **Ergänze** im Dreieck oben links die Rechnung zum Beweis des Projektionssatzes $c = b \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos(\beta)$. siehe Abbildung

b) Der Projektionssatz lautet

$a = c \cdot \cos(\beta) + b \cdot \cos(\gamma)$, $b = a \cdot \cos(\gamma) + c \cdot \cos(\alpha)$ und $c = b \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos(\beta)$.

Ordne jedem Dreieck die passende Gleichung zu. siehe Abbildung

Wähle ein geeignetes Dreieck und **beweise** *eine* der Gleichungen.

unten links:

Δ CGB: $\cos(\gamma) = \dfrac{b_1}{a} \quad \Big|\cdot a$

$\Leftrightarrow \quad a \cdot \cos(\gamma) = b_1$

Δ GAB: $\cos(\alpha) = \dfrac{b_2}{c} \quad \Big|\cdot c$

$\Leftrightarrow \quad c \cdot \cos(\alpha) = b_2$

$b = b_1 + b_2 = a \cdot \cos(\gamma) + c \cdot \cos(\alpha)$

rechts:

Δ BHA: $\cos(\beta) = \dfrac{a_1}{c} \quad \Big|\cdot c$

$\Leftrightarrow \quad c \cdot \cos(\beta) = a_1$

Δ HCA: $\cos(\gamma) = \dfrac{a_2}{b} \quad \Big|\cdot b$

$\Leftrightarrow \quad b \cdot \cos(\gamma) = a_2$

$a = a_1 + a_2 = c \cdot \cos(\beta) + b \cdot \cos(\gamma)$