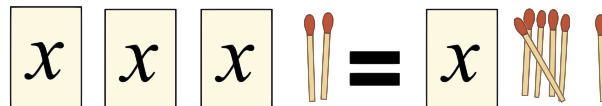


# MATHE 364

## 18.04. bunte Mischung Gleichungen

**Wahlaufgaben:** Wähle *eine* sechs der Teilaufgaben **a)** bis **f)** aus, die du noch sicher bearbeiten kannst, die aber für dich nicht lächerlich einfach ist.

- a)** *Knack' die Box:* In jeder Streichholzschachtel sind genau gleich viele Streichhölzer versteckt. **Bestimme** die unbekannte Anzahl  $x$  in jeder Schachtel.



**Information:** Auf der linken Seite des Gleichheitszeichens und auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens liegen genau gleich viele Streichhölzer. Davon ist ein Teil in Schachteln verpackt, ein anderer Teil liegt offen sichtbar unverpackt.

- b)**  $3 \cdot x + 12 = 5 \cdot x + 4$

**Zeichne** die Gleichung als Streichholzschachtelrätsel *Knack' die Box* und **löse** sie.

- c)** Wähle *zwei* der folgenden Gleichungen und **begründe** ohne Rechnung:

Gleichung	Aussage über die Lösung
$3 \cdot x + 4 = 5 \cdot x + 4$	Die Lösung muss $x = 0$ sein.
$3 \cdot x + 4 = 3 \cdot x + 12$	Die Gleichung ist unerfüllbar (es gibt keine Lösung).
$3 \cdot x + 4 = 2 \cdot (x + 2) + x$	Die Gleichung ist allgemeingültig (alle rationalen Zahlen sind Lösungen).
$3 \cdot x + 4 = 2 \cdot x + 8$	Die Lösung muss $x = 4$ sein.
$3 \cdot x + 4 = 4 \cdot x + 8$	Die Lösung muss negativ sein ( $x < 0$ ).
$4 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 1$	Zu dieser Gleichung kann man kein Rätsel mit Streichhölzern und Streichholzschachteln legen.

- d)** **Ergänze** in jeder Zeile der Tabelle mindestens zwei fehlende Werte.

$x$	-2	-1	0	1	2		2,5		3	4	
linker Term $2 \cdot x - 1$	-5	-3			3				5	7	11
rechter Term $-\frac{1}{2} \cdot x + 5$	6	5,5		4,5	4				3,5	3	2

Es gibt eine Stelle  $x$ , an der der linke Term und der rechte Term beide exakt den gleichen Wert haben. Das ist die Lösung der Gleichung  $2 \cdot x - 1 = -\frac{1}{2} \cdot x + 5$ .

**Bestimme** diese Stelle  $x$ , also die Lösung der Gleichung.

- e)** **Löse** die Gleichung  $2x + 4 = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{8}$ . **Überprüfe** die Lösung mit dem

Taschenrechner oder mit dem CAS von GeoGebra.

- f)** **Bestimme** jeweils den  $y$ -Achsenabschnitt, die Nullstelle sowie den Schnittpunkt der Graphen der beiden Funktionen  $f(x) = -0,75x + 6$  und  $g(x) = \frac{4}{3}x - 4$ .

a)

$$\begin{array}{lcl}
 \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \text{2 Streichhölzer} & = & \boxed{x} \quad \text{6 Streichhölzer} \quad | -x \\
 \Leftrightarrow \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \text{2 Streichhölzer} & = & \text{6 Streichhölzer} \quad | -2 \\
 \Leftrightarrow \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} & = & \text{4 Streichhölzer} \quad | :2 \\
 \boxed{x} & = & \text{2 Streichhölzer}
 \end{array}$$

In jeder Schachtel liegen zwei Streichhölzer.

b)

$$\boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \text{12 Streichhölzer} = \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \boxed{x} \quad \text{4 Streichhölzer}$$

$$\begin{array}{lcl}
 3 \cdot x + 12 = 5 \cdot x + 4 & | -4 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x + 8 = 5 \cdot x & | -3 \cdot x \\
 \Leftrightarrow 8 = 2 \cdot x & | :2 \\
 \Leftrightarrow 4 = x
 \end{array}$$

c)

Die Lösung muss der Gleichung  $3 \cdot x + 4 = 5 \cdot x + 4$  muss  $x = 0$  sein. Der Summand +4 ist im linken Term und im rechten Term gleich. Da die Faktoren vor dem  $x$  verschieden sind, können die Terme nur dadurch den gleichen Wert haben, dass  $x = 0$  ist.

Die Gleichung  $3 \cdot x + 4 = 3 \cdot x + 12$  ist unerfüllbar (es gibt keine Lösung). Die Summanden +4 im linken Term und +12 im rechten Term sind verschieden, aber die Faktoren vor dem  $x$  sind gleich. Deshalb können die Terme niemals den gleichen Wert haben.

Die Gleichung  $3 \cdot x + 4 = 2 \cdot (x + 2) + x$  ist allgemeingültig (alle rationalen Zahlen sind Lösungen). Der linke Term und der rechte Term sind gleichwertig. Das bedeutet, dass beide Terme bei jedem beliebigen Wert von  $x$  jeweils gleiche Werte haben, die sich zwar verändern, wenn  $x$  sich ändert, aber beide Werte bleiben untereinander gleich.

Die Lösung der Gleichung  $3 \cdot x + 4 = 2 \cdot x + 8$  muss  $x = 4$  sein. Im rechten Term steht ein  $x$  weniger als im linken Term, zum Ausgleich ist der Summand rechts um 4 größer als links. Damit dieser Ausgleich gelingt, muss  $x = 4$  sein.

Die Lösung der Gleichung  $3 \cdot x + 4 = 4 \cdot x + 8$  muss negativ sein ( $x < 0$ ). Im rechten Term steht ein  $x$  mehr als im linken Term, außerdem ist noch der Summand rechts um 4 größer als links. Dies kann sich nur ausgleichen, wenn  $x$  negativ ist.

Zu der Gleichung  $4 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 1$  kann man kein Rätsel mit Streichhölzern und Streichholzschachteln legen. Die Lösung der Gleichung soll die Anzahl der Streichhölzer in einer Schachtel darstellen. Allerdings ist die Lösung dieser Gleichung weder ganzzahlig noch positiv und kann keine Anzahl darstellen.

d) **Ergänze** in jeder Zeile der Tabelle mindestens zwei fehlende Werte.

x	-2	-1	0	1	2	2,4	2,5		3	4	6
linker Term $2 \cdot x - 1$	-5	-3	-1	1	3	3,8	4		5	7	11
rechter Term $-\frac{1}{2} \cdot x + 5$	6	5,5	5	4,5	4	3,8	3,75		3,5	3	2

**Bestimme** die Stelle x, an der der linke Term und der rechte Term beide exakt den gleichen Wert haben, also die Lösung der Gleichung  $2 \cdot x - 1 = -\frac{1}{2} \cdot x + 5$ .

Aus der Tabelle ist ablesbar, dass die Lösung zwischen  $x = 2$  und  $x = 2,5$  liegen muss. Die Lösung kann durch Probieren in Schritten der Größe 0,1 gefunden werden, zum Beispiel mit der Tabellenfunktion des Taschenrechners.

Die Gleichung kann auch durch Äquivalenzumformungen gelöst werden.

$$\begin{aligned}
 2 \cdot x - 1 &= -\frac{1}{2} \cdot x + 5 & | +1 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot x &= -\frac{1}{2} \cdot x + 6 & | +\frac{1}{2} \cdot x \\
 \Leftrightarrow 2,5 \cdot x &= 6 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow 5 \cdot x &= 12 & | :5 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{12}{5} = 2,4
 \end{aligned}$$

e) Gleichung  $2x + 4 = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{8}$  **lösen**, Lösungen **überprüfen** (WTR oder CAS)

$$\begin{aligned}
 2x + 4 &= -\frac{3}{2}x + \frac{11}{8} & | +\frac{3}{2}x \\
 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + 4 &= \frac{11}{8} & | -4 \\
 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x &= -\frac{21}{8} & | : \frac{7}{2} \text{ bzw. } \cdot \frac{2}{7} \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{21}{8} \cdot \frac{2}{7} = -\frac{3}{4} \\
 T_{\text{links}}(-0,75) &= 2 \cdot (-0,75) + 4 = 2,5 \\
 T_{\text{rechts}}(-\frac{3}{4}) &= -\frac{3}{2} \cdot (-\frac{3}{4}) + \frac{11}{8} = +\frac{9}{8} + \frac{11}{8} = \frac{20}{8} = 2,5
 \end{aligned}$$

f) y-Achsenabschnitt, Nullstelle, Schnittpunkt der Graphen **bestimmen**

Achsenabschnitt:  $f(0) = -0,75 \cdot 0 + 6 = 6$

$g(0) = \frac{4}{3} \cdot 0 - 4 = -4$

Nullstelle:  $f(x) = 0$

$g(x) = 0$

$\Leftrightarrow -0,75x + 6 = 0 & | +0,75x$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3}x - 4 = 0 & | +4$

$\Leftrightarrow 6 = \frac{3}{4} \cdot x & | : \frac{3}{4} \text{ bzw. } \cdot \frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3}x = 4 & | : \frac{4}{3} \text{ bzw. } \cdot \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{24}{3} = 8 = x$

$\Leftrightarrow x = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3$

$f(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow -0,75x + 6 = \frac{4}{3}x - 4 & | +4$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + 10 = \frac{4}{3}x & | +\frac{3}{4}x$

$\Leftrightarrow 10 = \frac{25}{12} \cdot x & | : \frac{25}{12} \text{ bzw. } \cdot \frac{12}{25}$

$\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{12}{25} = 4,8 = x$

$f(4,8) = -0,75 \cdot 4,8 + 6 = 2,4$

$g(4,8) = \frac{4}{3} \cdot \frac{120}{25} - 4 = 2,4$

$S(4,8 | 2,4)$