

MATHE 364

19.12. Gleichungen – worin besteht die Schwierigkeit?

Wahlaufgaben im Vergleich:

Entscheide dich in jeder Teilaufgabe von **a)** bis **d)** für eine der beiden Gleichungen. **Löse** diese vier Gleichungen durch Äquivalenzumformungen.

Überprüfe deine Lösungen durch eine Probe, auch mit Hilfe des Taschenrechners oder mit dem CAS von GeoGebra.

- | | | | |
|----|--|------|------------------------------------|
| a) | $3 + x = 5$ | oder | $3 - x = 5$ |
| b) | $2 \cdot x + 1 = 5$ | oder | $5x + 1 = 5$ |
| c) | $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 10$ | oder | $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = x + 10$ |
| d) | $2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (x + 5)$ | oder | $2x + 6 = 3x + 15$ |

- e) **Begründe**, warum du dich für die linke bzw. für die rechte Gleichung entschieden hast.

Beschreibe, wodurch sich die schwierigere Gleichung von der einfacheren unterscheidet.

Lösungen 19.12. Gleichungen – worin besteht die Schwierigkeit?

Wähle jeweils eine Gleichung und **löse** sie durch Äquivalenzumformungen.
Überprüfe deine Lösungen.

a) $3+x=5 \quad | -3$ $3-x=5 \quad | +x$
 $\Leftrightarrow x=2$ $\Leftrightarrow 3=5+x \quad | -5$

links: mit einem Schritt lösbar

$\Leftrightarrow -2=x$

rechts: Das Minuszeichen vor dem x erfordert entweder

oder

- die Addition von x auf beiden Seiten der Gleichung oder
- die Multiplikation mit (-1) .

$3-x=5 \quad | -3$
 $\Leftrightarrow -x=2 \quad | \cdot (-1)$
 $\Leftrightarrow x=-2$

Beim zweiten Weg kann beim der Subtrahieren von 3 das Minuszeichen vor dem x leicht vergessen werden.

b) $2 \cdot x + 1 = 5 \quad | -1$ $5 \cdot x + 1 = 5 \quad | -1$
 $\Leftrightarrow 2 \cdot x = 4 \quad | :2$ $\Leftrightarrow 5 \cdot x = 4 \quad | :5$
 $\Leftrightarrow x = 2$ $\Leftrightarrow x = \frac{4}{5} = 0,8$

links: mit zwei Schritten lösbar, das Halbieren ist überschaubar, die Lösung ist eine natürliche Zahl

rechts: Das Dividieren durch 5 und die rationale Zahl als Lösung sind im Vergleich nicht so leicht überschaubar.

c) $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 10 \quad | \cdot 2$ $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = x + 10 \quad | \cdot 2$
 $\Leftrightarrow x + 10 = 6 \cdot x + 20 \quad | -x$ $\Leftrightarrow x + 10 = 2 \cdot x + 20 \quad | -x$
 $\Leftrightarrow 10 = 5 \cdot x + 20 \quad | -20$ $\Leftrightarrow 10 = x + 20 \quad | -20$
 $\Leftrightarrow -10 = 5 \cdot x \quad | :5$ $\Leftrightarrow -10 = x \quad | :5$
 $\Leftrightarrow -2 = x$ oder
 $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 10 \quad | -10$ $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = x + 10 \quad | -10$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot x - 5 = 3 \cdot x \quad | -\frac{1}{2} \cdot x$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot x - 5 = x + 10 \quad | -\frac{1}{2} \cdot x$
 $\Leftrightarrow -5 = 2,5 \cdot x \quad | :2,5$ $\Leftrightarrow -5 = 0,5 \cdot x \quad | :0,5$
 $\Leftrightarrow -2 = x$ $\Leftrightarrow -10 = x$

Beide Gleichungen enthalten einen Bruch, die Lösung ist eine negative Zahl.

d) $2 \cdot (x+3) = 3 \cdot (x+5) \quad | \text{Ausmultiplizieren}$ Durch Ausmultiplizieren entsteht aus der linken Gleichung die rechte. Die rechte Gleichung ist in zwei Schritten gelöst, allerdings ist die Lösung negativ.
 $\Leftrightarrow 2x+6=3x+15 \quad | -2 \cdot x$
 $\Leftrightarrow 6=x+15 \quad | -15$
 $\Leftrightarrow -9=x$

e) Entscheidung begründen *individuelle Aspekte*,
Schwierigkeiten beschreiben siehe oben

Lösungen 19.12. Gleichungen – worin besteht die Schwierigkeit?**Überprüfung durch eine Probe**

a) $3 + x = 5$

$T_{\text{links}}(2) = 3 + 2 = 5$

$T_{\text{rechts}}(2) = 5$

$3 - x = 5$

$T_{\text{links}}(-2) = 3 - (-2) = 5$

$T_{\text{rechts}}(-2) = 5$

b) $2 \cdot x + 1 = 5$

$T_{\text{links}}(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$T_{\text{rechts}}(2) = 5$

$5x + 1 = 5$

$T_{\text{links}}(0,8) = 5 \cdot 0,8 + 1 = 5$

$T_{\text{rechts}}(2) = 5$

c) $\frac{1}{2} \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 10$

$T_{\text{links}}(-2) = 0,5 \cdot (-2) + 5 = 4$

$T_{\text{rechts}}(-2) = 3 \cdot (-2) + 10 = 4$

$\frac{1}{2} \cdot x + 5 = x + 10$

$T_{\text{links}}(-10) = 0,5 \cdot (-10) + 5 = 0$

$T_{\text{rechts}}(-10) = -10 + 10 = 0$

d) $2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (x + 5)$

$T_{\text{links}}(-9) = 2 \cdot (-9 + 3) = 2 \cdot (-6) = -12$

$T_{\text{rechts}}(-9) = 3 \cdot (-9 + 5) = 3 \cdot (-4) = -12$

$2x + 6 = 3x + 15$

$T_{\text{links}}(-9) = 2 \cdot (-9) + 6 = -12$

$T_{\text{rechts}}(-9) = 3 \cdot (-9) + 15 = -12$