

MATHE 364

16.12. Die Faltzettelmethode (stille Post)

Anna denkt sich für eine Gleichung die Lösung $x = 4$ aus. Schrittweise erzeugt sie nun aus dieser Lösung durch Äquivalenzumformungen eine kompliziertere Gleichung. Zuletzt faltet Anna den oberen Teil des Zettels so nach hinten um, dass nur noch die letzte Zeile sichtbar ist. Diesen Zettel gibt sie Ben.

$$\begin{array}{lcl}
 & x = 4 & | \cdot 4 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cdot x = 16 & | + 5 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cdot x + 5 = 21 & | + 3 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21 &
 \end{array}$$

Annas Zettel für Ben

$$\Leftrightarrow 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21$$

Ben möchte auf Annas Zettel folgende Äquivalenzumformungen durchführen:

- a) Löse** die Gleichung mit den von Ben angegebenen Äquivalenzumformungen.

Überprüfe deine Lösung: **Vergleiche** dazu Annas erste Zeile $x = 4$ mit deiner Lösung in der letzten Zeile.

$$\begin{array}{lcl}
 \Leftrightarrow & 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21 & | \cdot 2 \\
 & & | - 6 \cdot x \\
 & & | - 10 \\
 & & | : 8
 \end{array}$$

- b)** Anna hat von Ben diesen Zettel erhalten und löst Bens Gleichung. Anschließend faltet sie den Zettel auseinander und weiß, dass zwischen Bens erster Zeile und ihrer eigenen Lösung ein Fehler aufgetreten ist.

$$\begin{array}{lcl}
 \Leftrightarrow & 3 \cdot x + 3 = 1 \cdot x + 10 & | - x \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 10 & | - 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 7 & | : 2 \\
 \Leftrightarrow & x = 3,5 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 & x = 5 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 7 & | + 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 10 & | + 1 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 3 \cdot x + 3 = 1 \cdot x + 10 & | - x \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 10 & | - 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 7 & | : 2 \\
 \Leftrightarrow & x = 3,5 &
 \end{array}$$

Überprüfe die Rechnung und **markiere** den Fehler.

- c)** Denke dir selbst eine Lösung aus und erzeuge daraus eine Gleichung.

Lösungen 16.12. Die Faltzettelmethode (stille Post)

Anna denkt sich für eine Gleichung die Lösung $x = 4$ aus. Schrittweise erzeugt sie nun aus dieser Lösung durch Äquivalenzumformungen eine komplizierte Gleichung. Zuletzt faltet Anna den oberen Teil des Zettels so nach hinten um, dass nur noch die letzte Zeile sichtbar ist. Diesen Zettel gibt sie Ben.

$$\begin{array}{lcl}
 & x = 4 & | \cdot 4 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cdot x = 16 & | + 5 \\
 \Leftrightarrow & 4 \cdot x + 5 = 21 & | + 3 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21 &
 \end{array}$$

Annas Zettel für Ben

$$\Leftrightarrow 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21$$

Ben möchte auf Annas Zettel folgende Äquivalenzumformungen durchführen:

- a) **Löse** die Gleichung mit den von Ben angegebenen Äquivalenzumformungen.

Überprüfe deine Lösung: **Vergleiche** dazu Annas erste Zeile $x = 4$ mit deiner Lösung in der letzten Zeile.

Die erste und die letzte Zeile müssen übereinstimmen.

$$\begin{array}{lcl}
 \Leftrightarrow & 7 \cdot x + 5 = 3 \cdot x + 21 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & 14 \cdot x + 10 = 6 \cdot x + 42 & | - 6 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 8 \cdot x + 10 = & 42 | - 10 \\
 \Leftrightarrow & 8 \cdot x = & 32 | : 8 \\
 \Leftrightarrow & x = & 4
 \end{array}$$

- b) Anna hat von Ben diesen Zettel erhalten und löst Bens Gleichung. Anschließend faltet sie den Zettel auseinander und weiß, dass zwischen Bens erster Zeile und ihrer eigenen Lösung ein Fehler aufgetreten ist.

$$\begin{array}{lcl}
 \Leftrightarrow & 3 \cdot x + 3 = 1 \cdot x + 10 & | - x \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 10 & | - 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 7 & | : 2 \\
 \Leftrightarrow & x = 3,5 & (\checkmark) \text{ folgerichtig}
 \end{array}$$

Anna hat richtig weitergerechnet.

$$\begin{array}{lcl}
 & x = 5 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 10 & | + 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 13 & | + 1 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 3 \cdot x + 3 = 1 \cdot x + 13 & | - x \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 10 & | - 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 7 & | : 2 \\
 \Leftrightarrow & x = 3,5 & (\checkmark) \text{ folgerichtig}
 \end{array}$$

Beim ersten Rechenschritt muss auf der rechten Seite $5 \cdot 2 = 10$ stehen. Bis auf diesen Fehler ist alles weitere folgerichtig.

Überprüfe die Rechnung und **markiere** den Fehler. *siehe oben sowie rechts*

- c) Denke dir selbst eine Lösung aus und erzeuge daraus eine Gleichung.

individuelle Lösungen

$$\begin{array}{lcl}
 & x = 5 & | \cdot 2 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 10 & | + 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 13 & | + 1 \cdot x \\
 \Leftrightarrow & 3 \cdot x + 3 = 1 \cdot x + 13 & | - x \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x + 3 = 13 & | - 3 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cdot x = 10 & | : 2 \\
 \Leftrightarrow & x = 5 &
 \end{array}$$