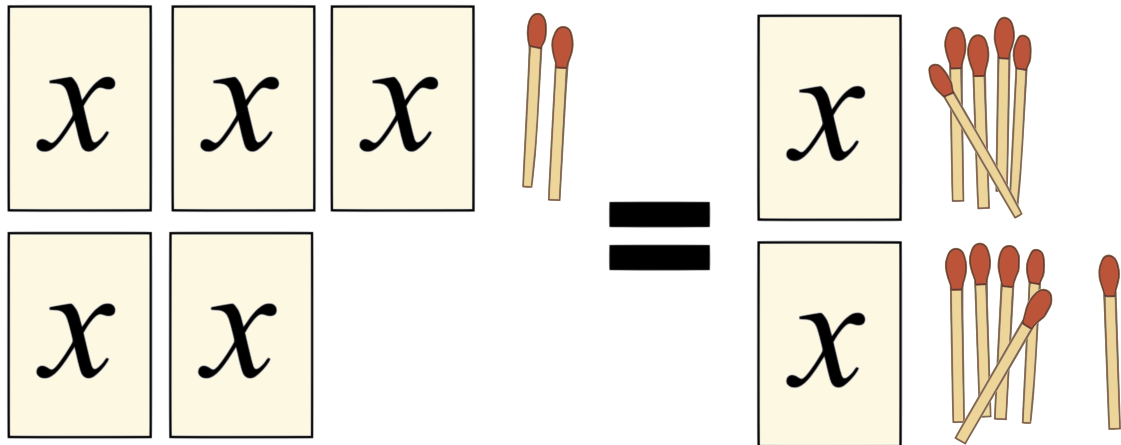


MATHE 364

05.12. Streichholzschachtelrätsel und Äquivalenzumformungen



In jeder Streichholzschachtel liegen gleich viele Streichhölzer, nämlich x Stück. Außerdem liegen noch einzelne Streichhölzer sichtbar neben den Schachteln. Links neben dem Gleichheitszeichen liegen genau so viele Streichhölzer wie rechts neben dem Gleichheitszeichen. Bestimme die unbekannte Anzahl x .

„Knack’ die Box“ heißen solche Rätsel. Sie sind ein Modell für Gleichungen.

Das Rätsel musst du nicht immer legen oder zeichnen, du kannst auch schreiben $x + x + x + x + x + 2 = x + x + 11$ oder kürzer $5 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 11$.

Auch die Lösungsschritte kannst du abgekürzt aufschreiben:

Gleichungen	Äquivalenzumformungen	Bedeutung im Klartext
$5 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 11$	$ -2 \cdot x$	Nimm auf jeder Seite _____ weg!
$\Leftrightarrow 3 \cdot x + 2 =$	$+11 \quad -2$	Nimm auf jeder Seite _____ weg!
$\Leftrightarrow 3 \cdot x =$	$9 \quad :3$	Teile auf jeder Seite _____!
$\Leftrightarrow x =$	3	bedeutet: _____.

a) Lies den Text. **Weise nach**, dass die Lösung $x = 3$ zu der Abbildung passt.

Ergänze den Lückentext: **stelle** die Bedeutung der Umformungsschritte im Klartext **dar**.

Wenn du möchtest, darfst du das Rätsel mit Streichhölzern legen und die Umformungsschritte durch Wegnehmen nachvollziehen.

b) Wähle mindestens drei Gleichungen. **Bestimme** die Lösung durch Äquivalenzumformungen. **Zeichne** eine Gleichung. Du darfst sie auch legen.

$$3 \cdot x + 1 = 2 \cdot x + 5$$

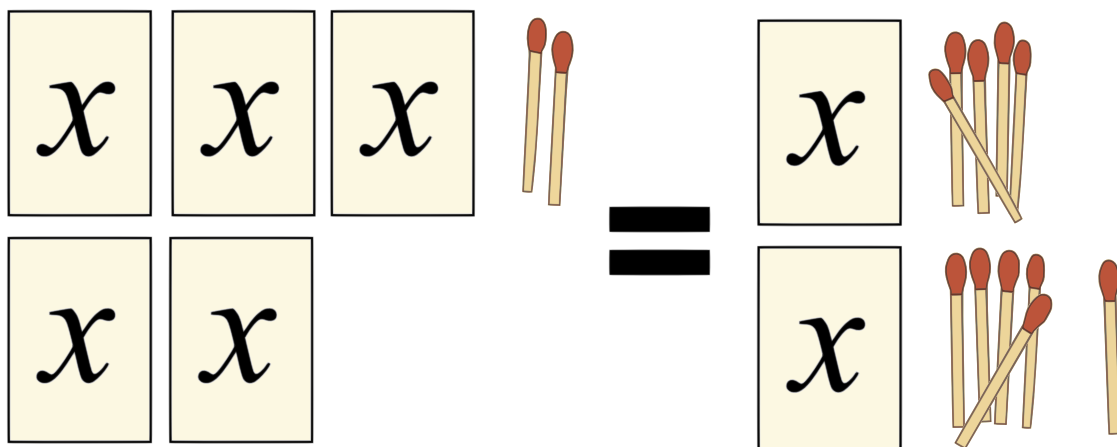
$$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 5$$

$$3 \cdot x + 1 = 13$$

$$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 7$$

$$12 = 2 \cdot x + 4$$

$$3 \cdot x + 7 = 3 \cdot x + 7$$



In jeder Streichholzschachtel liegen gleich viele Streichhölzer, nämlich x Stück. Außerdem liegen noch einzelne Streichhölzer sichtbar neben den Schachteln. Links neben dem Gleichheitszeichen liegen genau so viele Streichhölzer wie rechts neben dem Gleichheitszeichen. Bestimme die unbekannte Anzahl x .

Gleichungen	Äquivalenzumformungen	Bedeutung im Klartext
$5 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 11$	$ -2 \cdot x$	Nimm auf jeder Seite <u>zwei Schachteln</u> weg!
$\Leftrightarrow 3 \cdot x + 2 = 9$	$ -2$	Nimm auf jeder Seite <u>zwei Streichhölzer</u> weg!
$\Leftrightarrow 3 \cdot x = 7$	$:3$	Teile auf jeder Seite <u>alle Anzahlen durch drei</u> !
$\Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$		bedeutet: <u>in jeder Schachtel liegen drei Streichhölzer</u> .

a) Text lesen ✓ **nachweisen**, dass die Lösung $x = 3$ zu der Abbildung passt

Term links: $5 \cdot 3 + 2 = 15 + 2 = 17$

Term rechts: $5 \cdot 3 + 2 = 15 + 2 = 17$ beide Anzahlen gleich!

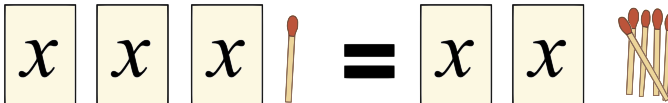
Lückentext **ergänzen**: Bedeutung der Umformungsschritte im Klartext **s. o.**

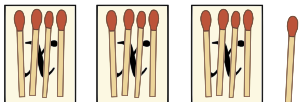
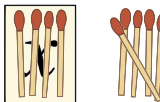
b) drei Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen, eine davon **zeichnen**

$3 \cdot x + 1 = 2 \cdot x + 5$	$ -2 \cdot x$	$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 5$	$ -3 \cdot x$
$\Leftrightarrow 1 \cdot x + 1 = 5$	$ -1$	$\Leftrightarrow 7 = 2 \cdot x + 5$	$ -5$
$\Leftrightarrow 1 \cdot x = 4$		$\Leftrightarrow 2 = 2 \cdot x$	$:2$
		$\Leftrightarrow 1 = x$	
$3 \cdot x + 1 = 13$	$ -1$	$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 7$	$ -3 \cdot x$
$\Leftrightarrow 3 \cdot x = 12$	$:3$	$\Leftrightarrow 7 = 2 \cdot x + 7$	$ -7$
$\Leftrightarrow x = 4$		$\Leftrightarrow 0 = 2 \cdot x$	$:2$
		$\Leftrightarrow 0 = x$	

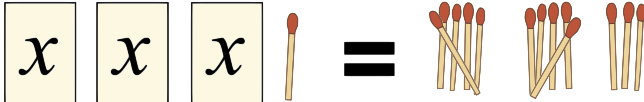
Für $3 \cdot x + 7 = 3 \cdot x + 7$ gibt es keine eindeutige Lösung. Die Terme links und rechts sind *gleichwertig*. Deshalb ist die Gleichung *allgemeingültig* (die Terme links und rechts haben immer jeweils gleiche Werte). Du kannst für x jede beliebige Zahl einsetzen.

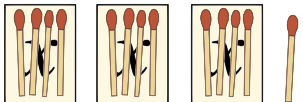
$3 \cdot x + 1 = 2 \cdot x + 5$




Term links:  Term rechts: 
 $3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$ $2 \cdot 4 + 5 = 8 + 5 = 13$

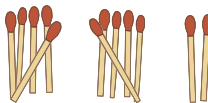
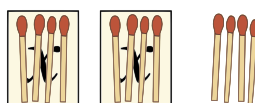
$3 \cdot x + 1 = 13$



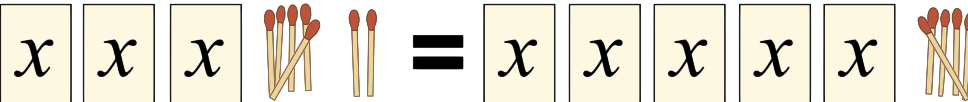
Term links:  Term rechts: 13
 $3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$

$12 = 2 \cdot x + 4$



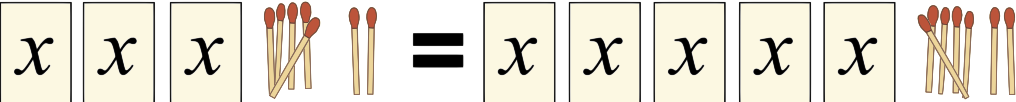
Term links: 12  Term rechts: 
 $2 \cdot 4 + 5 = 8 + 5 = 13$

$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 5$



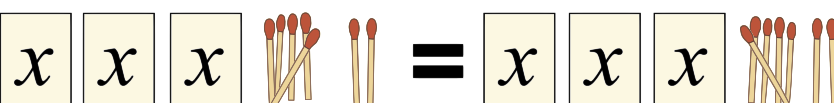
$T_{li}: \quad \quad \quad T_{re}: \quad$
 $3 \cdot 1 + 7 = 10$ $5 \cdot 1 + 5 = 10$

$3 \cdot x + 7 = 5 \cdot x + 7$



$T_{li}: \quad \quad \quad T_{re}: \quad$
 $3 \cdot 0 + 7 = 7$ $5 \cdot 0 + 7 = 7$

$3 \cdot x + 7 = 3 \cdot x + 7$



$T_{li}: \quad \quad \quad T_{re}: \quad$
 $3 \cdot x + 7$ $3 \cdot x + 7$

dreimal die gleiche Anzahl + 7 = dreimal die gleiche Anzahl + 7