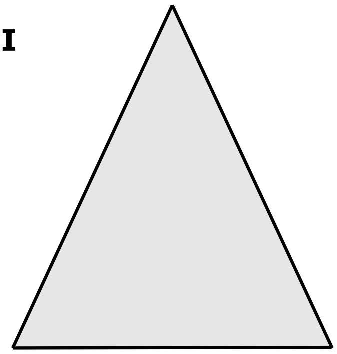
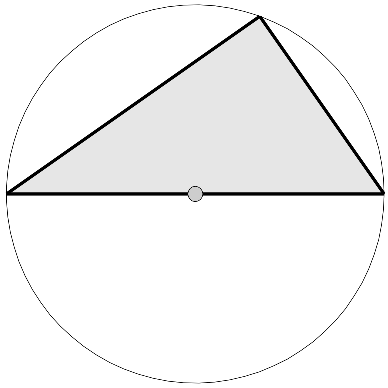
MATHE 364

04.12. Basiswinkelsatz und Satz des Thales

I



II



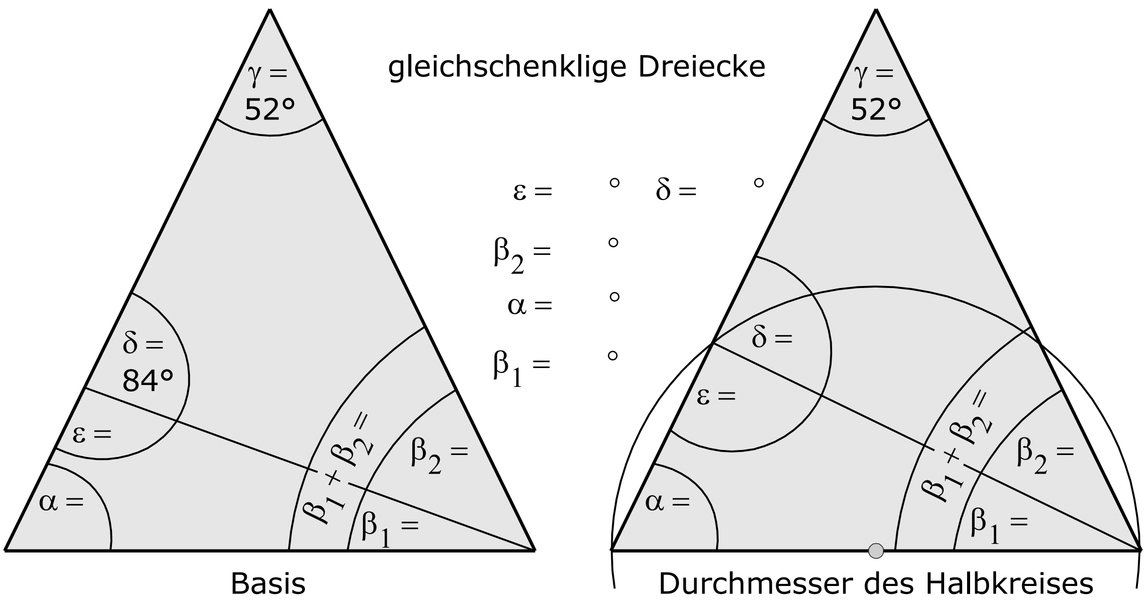
Wahlaufgabe:

a) **Formuliere** die Aussage des Basiswinkelsatzes in eigenen Worten.
Nutze und **ergänze** dazu die passsende Zeichnung in der Abbildung oben.

oder

a) **Formuliere** die Aussage des Satzes von Thales in eigenen Worten.
Nutze und **ergänze** dazu die passsende Zeichnung in der Abbildung oben.

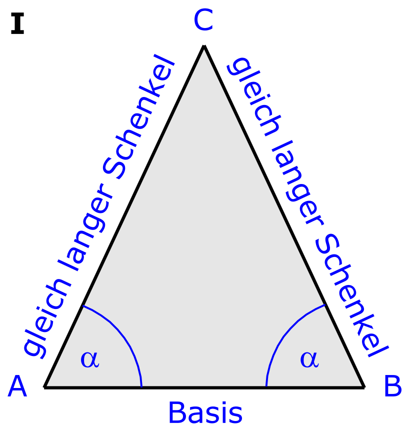
b) **Wahlaufgabe**: Wähle im Bild unten die linke *oder* die rechte Zeichnung.
Bestimme möglichst viele fehlende Winkelgrößen. **Begründe** deine Ergebnisse durch geometrische Überlegungen oder durch Rechnungen.
Überprüfe deine Ergebnisse durch Messen.
Hinweis: Beide Dreiecke sind gleichschenklig mit der Seite $\overline{AB}$ als Basis.



MATHE 364

Lösungen 04.12. Basiswinkelsatz und Satz des Thales

a)



Voraussetzung: Das Dreieck ABC hat zwei gleich lange Seiten („*gleich lange Schenkel*").

Basiswinkelsatz: **Wenn** diese Voraussetzung erfüllt ist, **dann** besitzt das Dreieck ABC zwei gleich große Winkel (*Basiswinkel*).

Ein Schenkel dieser beiden Basiswinkel ist die dritte Seite (*Basis*), der andere Schenkel ist jeweils eine der beiden gleich langen Seiten.

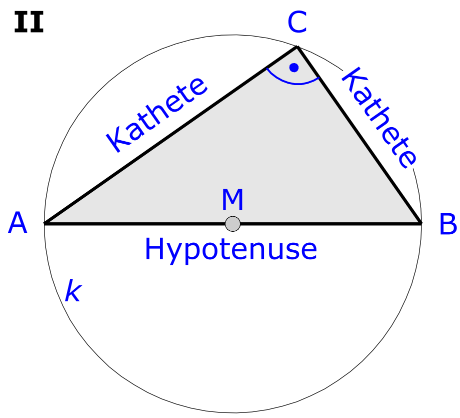
Hinweise: In der Abbildung sind $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ die gleich langen Schenkel, $\overline{AB}$ ist die Basis.

Die Abkürzung $|AC| = |BC|$ bedeutet „*diese beiden Strecken sind gleich lang*".
In der Abbildung sind ∢ BAC und ∢ CBA die Basiswinkel.
α ist nicht der Winkel, sondern die Größe des Winkels.

Umkehrung des Basiswinkelsatzes: **Wenn** im Dreieck ABC zwei Winkel gleich groß sind, **dann** ist das Dreieck gleichschenklig (besitzt zwei gleich lange Seiten).

Thales, Voraussetzungen:
Die Strecke $\overline{AB}$ ist Kreisdurchmesser von *k*.
Der Punkt M ist Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$.
Der Punkt M ist Mittelpunkt des Kreises *k*.
Der Punkt C liegt auf der Kreislinie von *k*.

Satz des Thales: **Wenn** diese Voraussetzungen erfüllt sind, **dann** ist das Dreieck ABC rechtwinklig. Die Schenkel des rechten Winkels ∢ ACB sind $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$.



Umkehrung des Satzes von Thales:
Wenn das Dreieck rechtwinklig ist, **dann** liegt der Umkreismittelpunkt des Dreiecks in der Mitte der Hypotenuse (der längsten Seite).

b) linke Zeichnung:

$\varepsilon = 96°$

$\beta_2 = 180° - \delta - \gamma = 180° - 84° - 52° = 44°$

$\alpha = (180° - \gamma) : 2 = (180° - 52°) : 2 = 128° : 2 = 64°$

$\beta_1 = \alpha - \beta_2 = 64° - 44° = 20°$

rechte Zeichnung (andere Werte für ε, δ, β_1 und β_2):

$\varepsilon = 90°$

$\delta = 90°$

$\beta_2 = 180° - \delta - \gamma = 180° - 90° - 52° = 38°$

$\alpha = (180° - 52°) : 2 = 128° : 2 = 64°$

$\beta_1 = \alpha - \beta_2 = 64° - 44° = 20°$

Zeichnungen siehe nächste Seite

Lösungen 04.12. Basiswinkelsatz und Satz des Thales

Hier findest du die Zeichnungen. Außerdem werden alle Überlegungen und Rechnungen durch Texte erläutert. Das war durch die Aufgabenstellung verlangt.

linke Zeichnung:

Da δ und ε sich zu 180° ergänzen, ist $\varepsilon = 96°$.

Aus der Winkelsumme im Dreieck BCD folgt

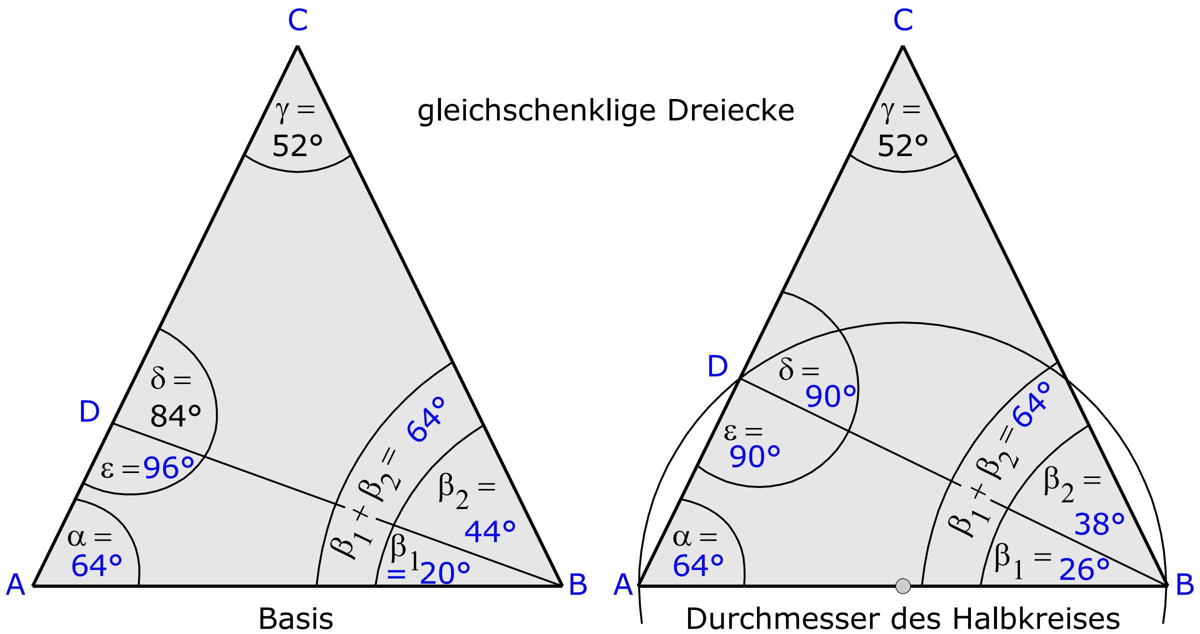
$\beta_2 = 180° - \delta - \gamma = 180° - 84° - 52° = 44°$.

Das Dreieck ist laut Voraussetzung gleichschenklig. Deshalb sind nach dem Basiswinkelsatz diese beiden Winkelgrößen gleich: $\alpha = \beta_1 + \beta_2$.

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°. Wenn ich davon $\gamma = 52°$ subtrahiere, erhalte ich die Winkelsumme der beiden Basiswinkel.
Um eine Winkelgröße zu erhalten muss ich noch durch 2 dividieren:

$\alpha = (180° - \gamma) : 2 = (180° - 52°) : 2 = 128° : 2 = 64°$.

$\beta_1 = \alpha - \beta_2 = 64° - 44° = 20°$



rechte Zeichnung:

Laut Voraussetzung ist die Seite $\overline{AB}$ ein Durchmesser des Halbkreises.

Auf dieser Kreislinie (Thaleskreis) liegt der Punkt D. Deshalb ist $\varepsilon = 90°$.

Da δ und ε sich zu 180° ergänzen, ist auch $\delta = 90°$.

$\beta_2 = 180° - \delta - \gamma = 180° - 90° - 52° = 38°$ Winkelsumme im Dreieck BCD

Wie linke Zeichnung Basiswinkelsatz: $\alpha = (180° - 52°) : 2 = 128° : 2 = 64°$

$\beta_1 = \alpha - \beta_2 = 64° - 44° = 20°$