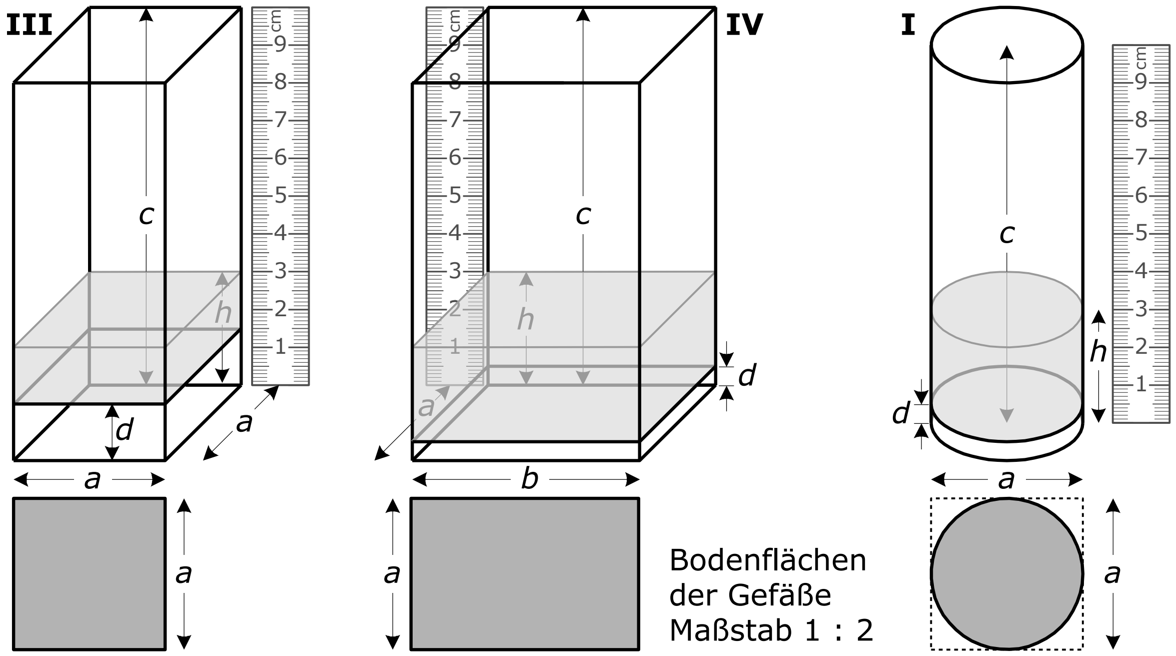
MATHE 364

23.01. Füllstandsgraphen von Quadern und Zylindern

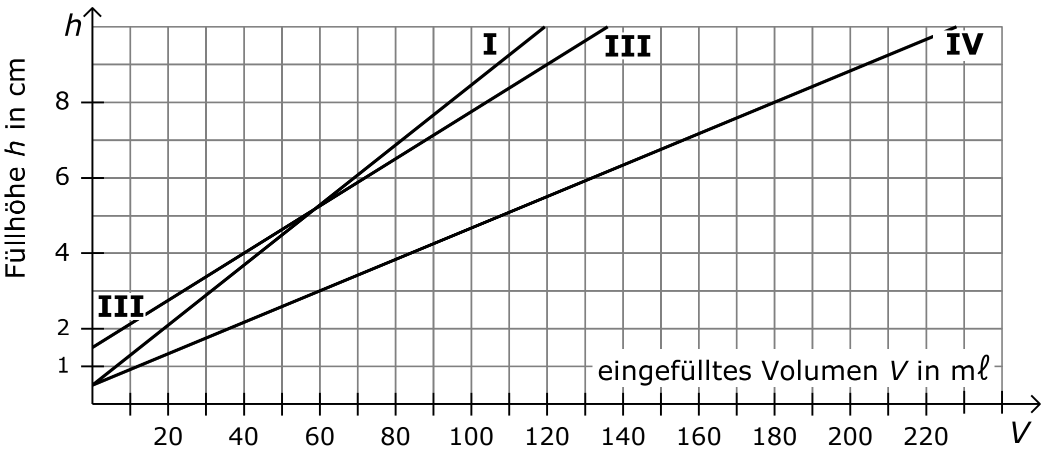


Die Abbildung zeigt drei der vier Gefäße aus dem gestrigen Kalenderblatt und zusätzlich die Bodenflächen der Gefäße in der Draufsicht.
Die Abmessungen $a = 4$, $b = 6$ und $c = 10$ werden in cm angegeben. Der Boden der Gefäße ist unterschiedlich dick. Bei **I** und **IV** ist $d = 0{,}5$, bei **III** ist $d = 1{,}5$.

a) $V = a \cdot b \cdot c - a \cdot b \cdot d = 4 \cdot 6 \cdot 10 - 4 \cdot 6 \cdot 0{,}5 = 228$

Diese Rechnung bezieht sich auf das Bild. **Erläutere** ihre Bedeutung.

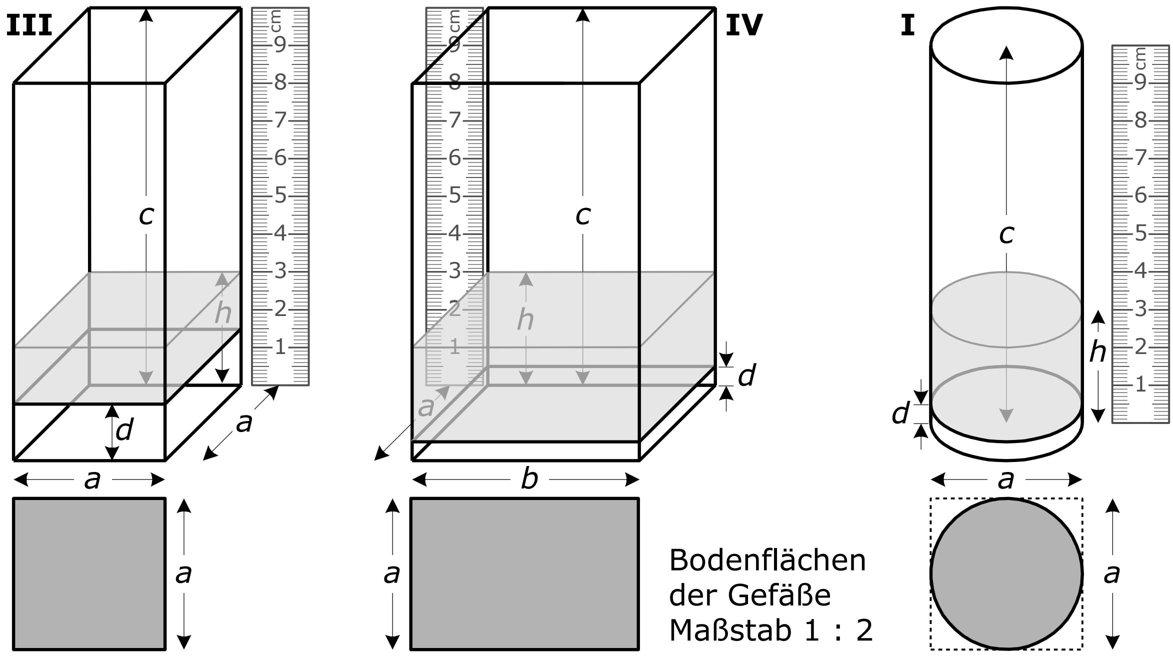
b) Das Diagramm zeigt die Füllstandsgraphen der Gefäße **III**, **IV** und **I**.
Erstelle den Füllstandsgraphen für Gefäß **V** mit den Abmessungen $a = 4$, $b = 5$, $c = 10$ und $d = 1$ (alle Maßangaben in cm).



c) Erkläre, warum die maximale Füllmenge von Gefäß **I** kleiner ist als die von Gefäß **III**.

MATHE 364

Lösungen 23.01. Füllstandsgraphen von Quadern und Zylindern

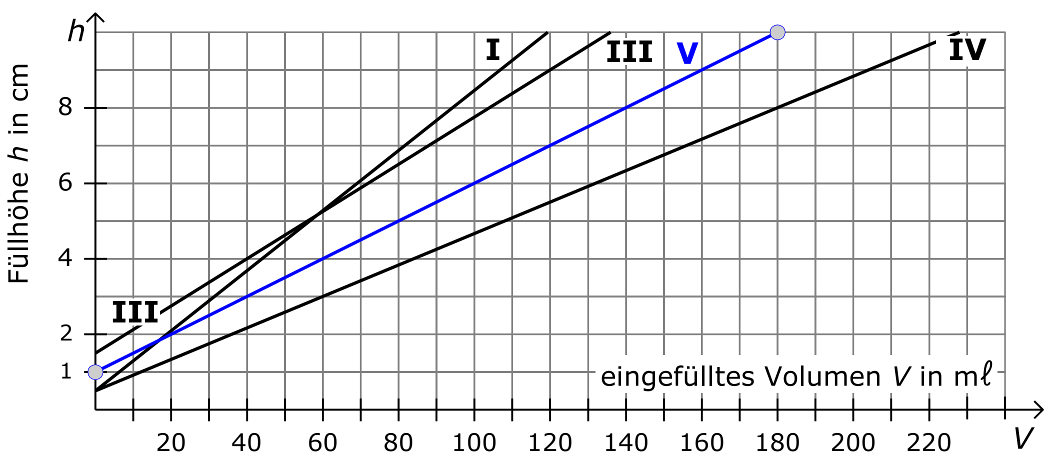


drei Gefäße und zusätzlich die Bodenflächen in der Draufsicht
Die Abmessungen $a = 4$, $b = 6$ und $c = 10$ werden in cm angegeben. Der Boden der Gefäße ist unterschiedlich dick. Bei **I** und **IV** ist $d = 0{,}5$, bei **III** ist $d = 1{,}5$.

a) Diese Rechnung bezieht sich auf das Bild. **Erläutere** ihre Bedeutung.

$V = a \cdot b \cdot c - a \cdot b \cdot d = 4 \cdot 6 \cdot 10 - 4 \cdot 6 \cdot 0{,}5 = 228$ Da in dieser Rechnung drei verschiedene Kantenlängen $a = 4$, $b = 6$ und $c = 10$ verwendet werden, muss es sich um Quader **IV** handeln. Vorn im Term gibt der Minuend $a \cdot b \cdot c$ das Volumen des gesamten Quaders an, davon wird das Volumen $a \cdot b \cdot d$ des Bodens subtrahiert. Die Differenz gibt das Volumen des Hohlraums an, also die maximale Füllmenge des Quaders.

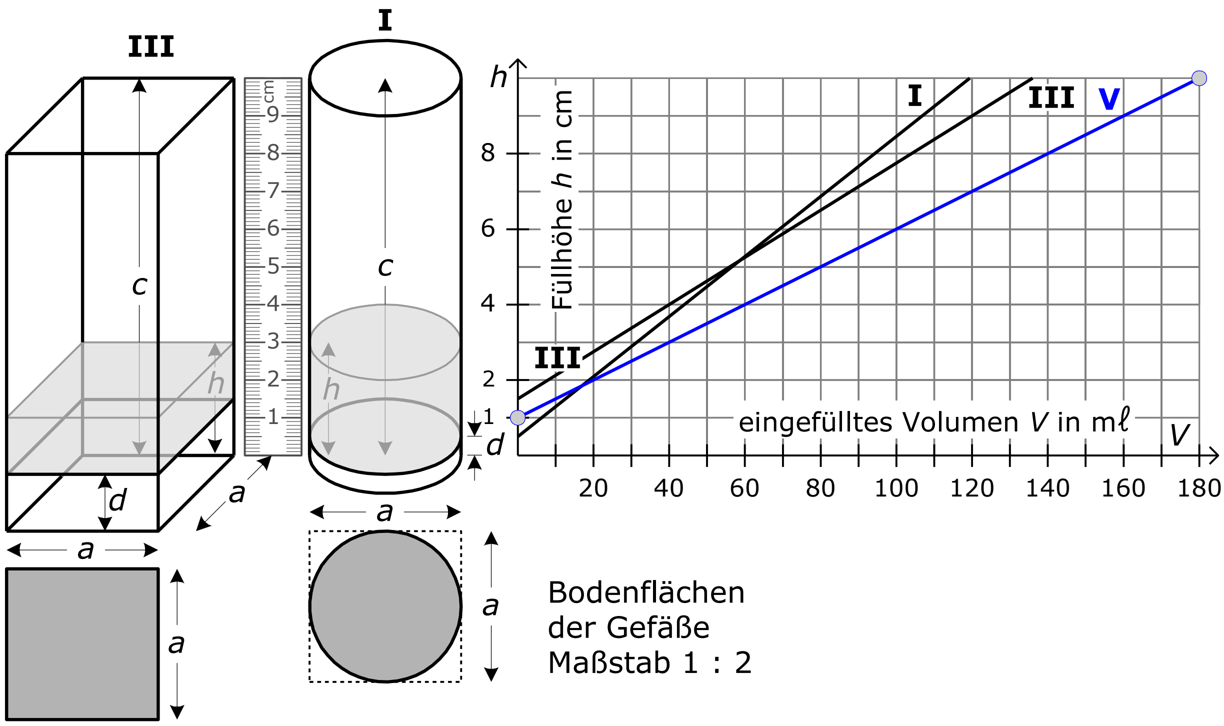
b) Das Diagramm zeigt die Füllstandsgraphen der Gefäße **III**, **IV** und **I**.
Erstelle den Füllstandsgraphen für Gefäß **V** mit den Abmessungen $a = 4$, $b = 5$, $c = 10$ und $d = 1$ (alle Maßangaben in cm).
siehe Abbildung, Lösungswege siehe nächste Seite



c) Erkläre, warum die maximale Füllmenge von Gefäß **I** kleiner ist als die von Gefäß **III**. Erklärung siehe nächste Seite

MATHE 364

Lösungen 23.01. Füllstandsgraphen von Quadern und Zylindern



b) Füllstandsgraphen für Gefäß **V** mit $a = 4$, $b = 5$, $c = 10$ und $d = 1$ (alle Maße in cm) **erstellen**.

Da der Boden 1 cm dick ist, beginnt der Graph bei der Füllmenge 0 mit der Füllhöhe $h(0) = 1$. Der Schnittpunkt mit der y-Achse ist $(0 \mid 1)$.

Das Volumen des gesamten Quaders ist $a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 5 \cdot 10 = 200$. Davon muss noch das Volumen des Bodens $a \cdot b \cdot d = 4 \cdot 5 \cdot 1 = 20$ abgezogen werden.

Die maximale Füllmenge beträgt also 180 cm³ = 180 mℓ. Dann beträgt die Füllhöhe 10 cm. Der zweite Punkt hat die Koordinaten (180 | 10).

Der Graph ist die Verbindungsstrecke dieser beiden Punkte. Der Graph sollte nicht nach links für negative Werte fortgesetzt werden. Da die maximale Höhe 10 ist und noch mehr eingefülltes Wasser überlaufen würde, könnte man den Graphen nach rechts waagerecht verlaufen lassen.

Alternative: Eine Wertetabelle für die Füllhöhe h und die eingefüllte Wassermenge V anlegen. Der Term dafür ist $a \cdot b \cdot h = 4 \cdot 5 \cdot h = 20 \cdot h$.

c) Erkläre, warum die maximale Füllmenge von Gefäß **I** kleiner ist als die von Gefäß **III**. Die Grundfläche von Gefäß **I** ist kleiner als die von Gefäß **III**, da der Kreis in das Quadrat passt. Allerdings beginnt die Füllhöhe in Gefäß III wegen des dickeren Bodens mit $h(0) = 1{,}5$. Mit jeder eingefüllten Portion steigt aber der Wasserspiegel in dem engen Gefäß **I** schneller als in dem weiteren Gefäß **III**.

Im Diagramm sieht man, dass bei einer Füllmenge von ca. 60 mℓ die Füllhöhe in beiden Gefäßen gleich ist. Bei größeren Füllmengen übersteigt der Füllstnd in Gefäß I den in Gefäß III. Höher als 10 cm kann der Füllstand allerdings nicht werden, da noch mehr eingefülltes Wasser überlaufen würde.