14.01. unechte quadratische Gleichungen

Diese quadratische Gleichung ergibt beim Lösen eine lineare Gleichung.

$$
\begin{array}{rll}
 & (x+3)\cdot(x+5)=(x-1)\cdot(x-3) & \mid \text{Ausmultiplizieren} \\
\Leftrightarrow & x^2+3\cdot x+5\cdot x+3\cdot 5=x^2-3\cdot x-1\cdot x+(-1)\cdot(-3) & \mid x \text{ Ausklammern} \\
\Leftrightarrow & x^2+(3+5)\cdot x+3\cdot 5=x^2+(-3+(-1))\cdot x+(-1)\cdot(-3) & \mid \text{Werte von Summe und Produkt} \\
\Leftrightarrow & x^2+8\cdot x+15=x^2+(-4)\cdot x+3 & \mid -x^2 \\
\Leftrightarrow & 8\cdot x+15=-4\cdot x+3 &
\end{array}
$$

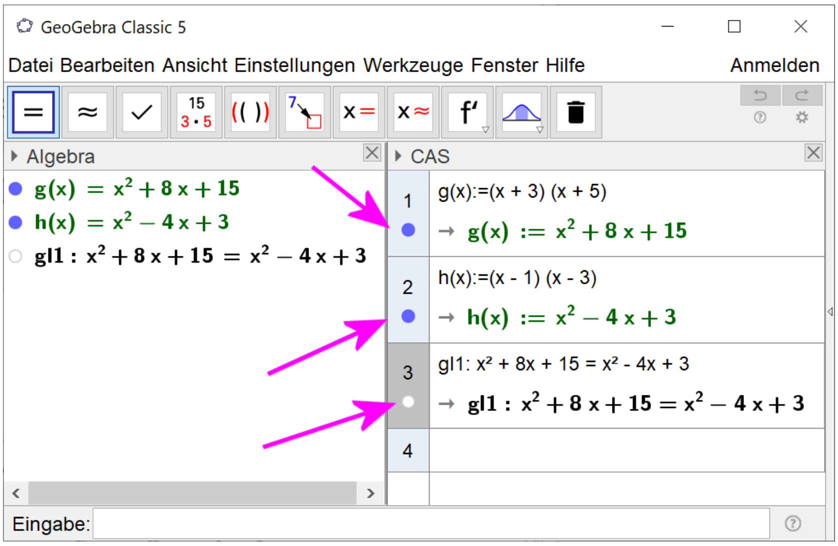
Beim Ausmultiplizieren entsteht zwar im linken Term und im rechten Term jeweils ein x^2. Da aber der Vorfaktor von x^2 auf beiden Seiten gleich ist, nämlich 1, wird beim Subtrahieren von x^2 der quadratische Anteil eliminiert.

a) **Lies** den Einführungstext. **Erkläre**, warum im linken Term $8x$ entsteht.

b) **Löse** die Gleichung $8\cdot x+15=-4\cdot x+3$ durch Äquivalenzumformungen.

c) **Gib** im CAS von GeoGebra den linken Term $(x+3)\cdot(x+5)$ **ein**.
Den Funktionsnamen g fügt GeoGebra automatisch hinzu.
Gib in Zeile 2 den rechten Term $(x-1)\cdot(x-3)$ **ein**.

Erzeuge die Gleichung $x^2+8x+15=x^2-4x+3$ in Zeile 3 durch Anklicken von Zeile 1, Eingabe eines Gleichheitszeichens sowie Anklicken von Zeile 2.



Löse die Gleichung (einzelne Äquivalenzumformungen oder Button $\boxed{x=}$).

Setze in Zeile 1, 2 und 3 das Häkchen. Dadurch werden in der Graphik-Ansicht die Graphen zu den beiden Termen gezeichnet.
Beschreibe, wie die Graphen an der Stelle $x=-1$ verlaufen.
Gib den Funktionswert y an dieser Stelle **an**.

MATHE 364

Lösungen 14.01. unechte quadratische Gleichungen

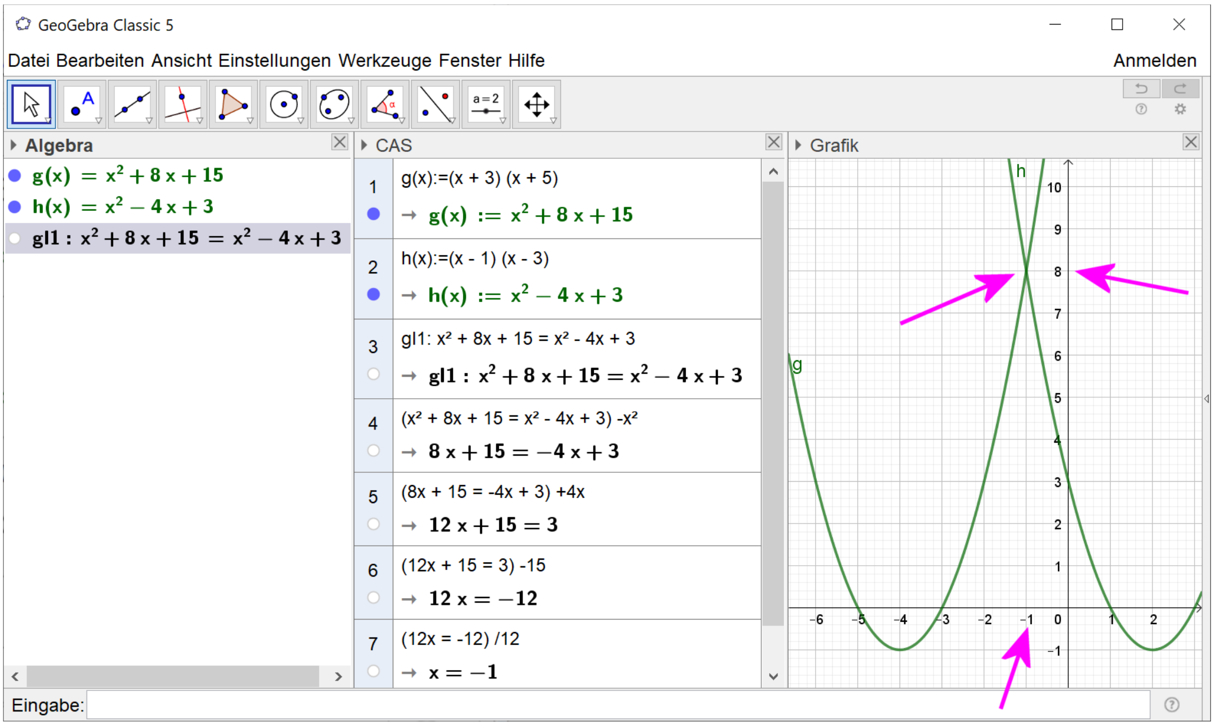
a) **Lies** den Einführungstext. √ **Erkläre**, warum im linken Term $8x$ entsteht.

Beim Ausmultiplizieren entsteht aus $x \cdot 5$ und $3 \cdot x$ insgesamt $8 \cdot x$. Das Addieren von $3 \cdot x$ und $5 \cdot x$ wird durch das Ausklammern $(3+5) \cdot x$ verdeutlicht.

$(x+3)\cdot(x+5) = (x-1)\cdot(x-3)$	Ausmultiplizieren
$\Leftrightarrow x^2 + 3\cdot x + 5\cdot x + 3\cdot 5 = x^2 - 3\cdot x - 1\cdot x + (-1)\cdot(-3)$	x Ausklammern
$\Leftrightarrow x^2 + (3+5)\cdot x + 3\cdot 5 = x^2 + (-3+(-1))\cdot x + (-1)\cdot(-3)$	Werte von Summe und Produkt
$\Leftrightarrow x^2 + 8\cdot x + 15 = x^2 + (-4)\cdot x + 3$	$-x^2$
$\Leftrightarrow 8\cdot x + 15 = -4\cdot x + 3$	$+4\cdot x$
$\Leftrightarrow 12\cdot x + 15 = +3$	-15
$\Leftrightarrow 12\cdot x = -12$	$:12$
$\Leftrightarrow x = -1$	

b) **Löse** die Gleichung $8\cdot x + 15 = -4\cdot x + 3$ durch Äquivalenzumformungen. s.o.

c) Im CAS von GeoGebra den linken Term $(x+3)\cdot(x+5)$ **eingeben**
den rechten Term $(x-1)\cdot(x-3)$ **eingeben**
(Funktionsnamen werden automatisch ergänzt),
Zeile 1 und 2 **anklicken**, Gleichung $x^2 + 8x + 15 = x^2 - 4x + 3$ **erzeugen**
Gleichung $x^2 + 8x + 15 = x^2 - 4x + 3$ **lösen**



Beschreibe, wie die Graphen an der Stelle $x = -1$ verlaufen. Die Graphen schneiden sich an der Stelle $x = -1$. **Gib** den Funktionswert y an dieser Stelle **an**. An der Stelle $x = -1$ haben beide Funktionen den gleichen Funktionswert $y = 8$. Deshalb ist $(-1 \mid 8)$ der Schnittpunkt der beiden Graphen.