

MATHE 364

03.06. Bruchrechnung und Bruchterme mit Variablen

Information: Addition von Brüchen, Addition von Bruchtermen mit Variablen
Beim Addieren von Brüchen gibt es vier Möglichkeiten:

Eigenschaften der Nenner	mit Zahlen	mit Variablen
gleichnamige Brüche	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$
Ein Nenner ist ein Vielfaches des anderen.	$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} + \frac{7}{10}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} + \frac{c}{k \cdot b}$
Es gibt gemeinsame Teiler.	$\frac{13}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot 13}{3 \cdot 10} + \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 15}$	$\frac{a}{r \cdot b} + \frac{c}{s \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot r \cdot b} + \frac{r \cdot c}{r \cdot k \cdot b}$
Die Nenner sind teilerfremd.	$\frac{7}{15} + \frac{3}{14} = \frac{14 \cdot 7}{14 \cdot 15} + \frac{15 \cdot 3}{15 \cdot 14}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{d \cdot a}{d \cdot b} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$

Im ersten Fall werden einfach die Zähler addiert, der Nenner bleibt unverändert.

Im zweiten Fall bleibt der größere Nenner unverändert, der Bruch mit dem kleineren Nenner wird passend erweitert. Dann sind die Brüche gleichnamig.

Im Beispiel mit Variablen muss der erste Bruch mit 2 erweitert werden.

Im dritten Fall kann man das kleinste gemeinsame Vielfache suchen, im Zahlenbeispiel ist $\text{kgV}(10;15) = 30$. Im Beispiel mit Variablen muss der erste Bruch mit s erweitert werden und der zweite Bruch mit r . Wenn man die Erweiterungszahlen nicht findet, kann man auch so vorgehen wie im vierten Fall.

Im vierten Fall erhält man den kleinste gemeinsame Nenner durch Multiplizieren der beiden Nenner. Im Zahlenbeispiel ist das $14 \cdot 15$, also muss der erste Bruch mit 14 erweitert werden und der zweite Bruch mit 15.

Im Beispiel mit Variablen muss der erste Bruch mit dem Nenner des zweiten erweitert werden, der zweite Bruch mit dem Nenner des ersten. Das geht immer.

a) Lies den Informationstext.

Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **b)** oder **c)** oder **d)** oder **e)**.

b) Berechne: Addiere die Brüche im Zahlenbeispiel ohne Taschenrechner.

Überprüfe deine Ergebnisse mit dem Taschenrechner.

c) Gib zu jedem der vier Fälle ein eigenes Zahlenbeispiel **an**.

Addiere die Brüche aus deinem Zahlenbeispiel ohne Taschenrechner.

Überprüfe deine Ergebnisse mit dem Taschenrechner.

d) Wähle unter den Beispielen mit Variablen *mindestens zwei* Bruchterme aus.

Berechne die Summe.

e) Wähle mindestens zwei der folgenden Bruchterme aus. **Berechne** die Summe.

$$\frac{x}{n} + \frac{y}{n}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{10}$$

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{3 \cdot a}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$$

Information: Addition von Brüchen, Addition von Bruchtermen mit Variablen

Beim Addieren von Brüchen gibt es vier Möglichkeiten:

Eigenschaften der Nenner	mit Zahlen	mit Variablen
gleichnamige Brüche	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$
Ein Nenner ist ein Vielfaches des anderen.	$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} + \frac{7}{10}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} + \frac{c}{k \cdot b}$
Es gibt gemeinsame Teiler.	$\frac{13}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot 13}{3 \cdot 10} + \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 15}$	$\frac{a}{r \cdot b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot r \cdot b} + \frac{r \cdot c}{r \cdot k \cdot b}$
Die Nenner sind teilerfremd.	$\frac{7}{15} + \frac{3}{14} = \frac{14 \cdot 7}{14 \cdot 15} + \frac{15 \cdot 3}{15 \cdot 14}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{d \cdot a}{d \cdot b} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$

a) Lies den Informationstext. ✓

Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **b)** oder **c)** oder **d)** oder **e)**.

b) Berechnen: Brüche addieren, Ergebnisse mit dem Taschenrechner **überprüfen** ✓

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10} = 1 + \frac{3}{10}$$

$$\frac{13}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot 13}{3 \cdot 10} + \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 15} = \frac{39}{30} + \frac{14}{30} = \frac{53}{30} = 1 + \frac{23}{30}$$

$$\frac{7}{15} + \frac{3}{14} = \frac{14 \cdot 7}{14 \cdot 15} + \frac{15 \cdot 3}{15 \cdot 14} = \frac{98}{210} + \frac{45}{210} = \frac{143}{210}$$

c) Gib zu jedem der vier Fälle ein eigenes Zahlenbeispiel **an**. **individuelle Lösungen**

Addiere deine Brüche, Ergebnisse mit dem Taschenrechner **überprüfen** ✓

d) mindestens zwei Bruchterme mit Variablen aus den Beispielen **addieren**

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a + c}{k \cdot b}$$

$$\frac{a}{r \cdot b} + \frac{c}{k \cdot b} = \frac{k \cdot a}{k \cdot r \cdot b} + \frac{r \cdot c}{r \cdot k \cdot b} = \frac{k \cdot a + r \cdot c}{r \cdot k \cdot b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{d \cdot a}{d \cdot b} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{d \cdot a + b \cdot c}{b \cdot d}$$

e) mindestens zwei Bruchterme **addieren**.

$$\frac{x}{n} + \frac{y}{n} = \frac{x+y}{n}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = \frac{x+y}{5}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{10} = \frac{2 \cdot x}{2 \cdot 5} + \frac{y}{10} = \frac{2 \cdot x + y}{10}$$

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{3 \cdot x}{3 \cdot 10} + \frac{2 \cdot y}{2 \cdot 15} = \frac{3 \cdot x + 2 \cdot y}{30}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{3 \cdot a} = \frac{3 \cdot x}{3 \cdot a} + \frac{y}{3 \cdot a} = \frac{3 \cdot x + y}{3 \cdot a}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{b \cdot x}{b \cdot a} + \frac{d \cdot y}{d \cdot b} = \frac{b \cdot x + d \cdot y}{b \cdot a}$$