MATHE 364

10.03. lineare Funktionen – vier Standard-Berechnungen

a) **Löse** *eine* der drei Gleichungen:

$2 \cdot x + 1{,}5 = 0$ oder $2 \cdot x + \frac{3}{2} = 0$ oder $\frac{4}{3}x + 2 = 0$

b) Wähle *eine* der drei Funktionsgleichungen:

$f(x) = 2 \cdot x + 1{,}5$ oder $g(x) = 2 \cdot x + \frac{3}{2}$ oder $h(x) = \frac{4}{3}x + 2$

- **Gib** dazu den y-Achsenabschnitt **an**: $b =$ ___
- **Gib** dazu die Steigung **an**: $m =$ ___
- **Zeichne** ein Steigungsdreieck an die passende Gerade in das Diagramm unten.
- **Berechne** den Funktionswert an der Stelle $x = 3$, also

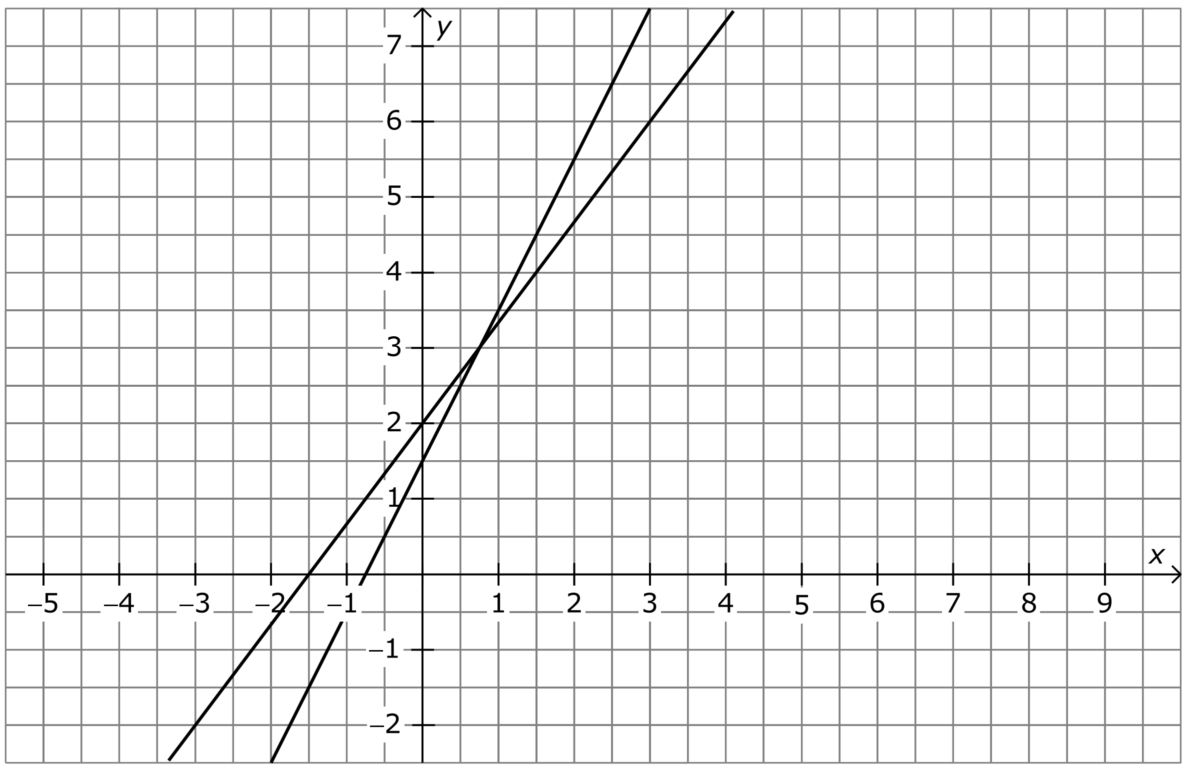
  $f(3) =$ ___________ oder $g(3) =$ ___________ oder $h(3) =$ ________
- **Berechne** den Funktionswert an der Stelle $x = 0$, also

  $f(0) =$ ___________ oder $g(0) =$ ___________ oder $h(0) =$ ________
- **Überprüfe**, ob der Punkt P (1 | 3) auf dem Graphen der Funktion liegt, die du gewählt hast.

  Falls P nicht auf der Geraden liegt, dann **berechne** den passenden y-Wert.

c) **Löse** die Gleichung $2 \cdot x + 1{,}5 = \frac{4}{3}x + 2$.

d) Die Ergebnisse aller Berechnungen aus **a)** bis **c)** haben in diesem Diagramm eine Bedeutung. **Markiere** und **beschrifte** die entsprechenden Punkte.



Lösungen 10.03. lineare Funktionen – vier Standard-Berechnungen

a) *eine* der drei Gleichungen **lösen**

$$\begin{aligned} 2\cdot x + 1{,}5 &= 0 \quad &&\mid -1{,}5 \\ \Leftrightarrow 2\cdot x &= -1{,}5 &&\mid :2 \\ \Leftrightarrow x &= -0{,}75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\cdot x + \tfrac{3}{2} &= 0 \quad &&\mid -\tfrac{3}{2} \\ \Leftrightarrow 2\cdot x &= -\tfrac{3}{2} &&\mid :2 \\ \Leftrightarrow x &= -\tfrac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{4}{3}x + 2 &= 0 \quad &&\mid -2 \\ \Leftrightarrow \tfrac{4}{3}\cdot x &= -2 &&\mid : \tfrac{4}{3} \text{ bzw.} \cdot \tfrac{3}{4} \\ \Leftrightarrow x &= -2\cdot\tfrac{3}{4} = -\tfrac{3}{2} = -1{,}5 \end{aligned}$$

b) Wähle *eine* der drei Funktionsgleichungen:

$f(x) = 2\cdot x + 1{,}5$ oder $g(x) = 2\cdot x + \frac{3}{2}$ oder $h(x) = \frac{4}{3}x + 2$

- Die Geraden ***f*** und ***g*** sind identisch. Die Funktionsterme unterscheiden sich nur in der Schreibweise des *y*-Achsenabschnitts 1,5 als Bruch oder Dezimalbruch.
- *y*-Achsenabschnitt **angeben**: Bei ***f*** und ***g*** ist b = **1,5**, bei ***h*** ist b = **2**
- Steigung **angeben**: Bei ***f*** und ***g*** ist m = **2**, bei ***h*** ist $m = \frac{4}{3}$
- Steigungsdreieck an die passende Gerade **zeichnen**

  für die Gerade ***f*** bzw. ***g*** z. B. 1 cm nach rechts und 1,5 cm nach oben

  für die Gerade ***f*** bzw. ***g*** z. B. 2 cm nach rechts und 3 cm nach oben

  für die Gerade ***h*** z. B. 3 cm nach rechts und 4 cm nach oben

  siehe Diagramm nächste Seite

- **Berechne** den Funktionswert an der Stelle $x = 3$, also

  $f(3) = 2\cdot 3 + 1{,}5 = 7{,}5$ oder $g(3) = 2\cdot 3 + \frac{3}{2} = 7{,}5$ oder $h(3) = \frac{4}{3}\cdot 3 + 2 = 6$

- **Berechne** den Funktionswert an der Stelle $x = 0$ siehe auch *y*-Achsenabschnitt

  $f(0) = 2\cdot 0 + 1{,}5 = 1{,}5$ oder $g(0) = 2\cdot 0 + \frac{3}{2} = 1{,}5$ oder $h(0) = \frac{4}{3}\cdot 0 + 2 = 2$

- **Überprüfe**, ob der Punkt P (1 | 3) auf dem Graphen der Funktion liegt

  $f(1) = 2\cdot 1 + 1{,}5 = 3{,}5 \neq 3$ $\quad g(1) = 2\cdot 1 + \frac{3}{2} = 3{,}5 \neq 3$ $\quad h(1) = \frac{4}{3}\cdot 1 + 2 = 3{,}\overline{3} \neq 3$

  P (1 | 3) liegt nicht auf ***f***, ***g*** oder ***h***, (1 | 3,5) liegt auf ***f*** und ***g***, $(1 \mid 3{,}\overline{3})$ auf ***h***.

  Falls P nicht auf der Geraden liegt, dann **berechne** den passenden *y*-Wert.

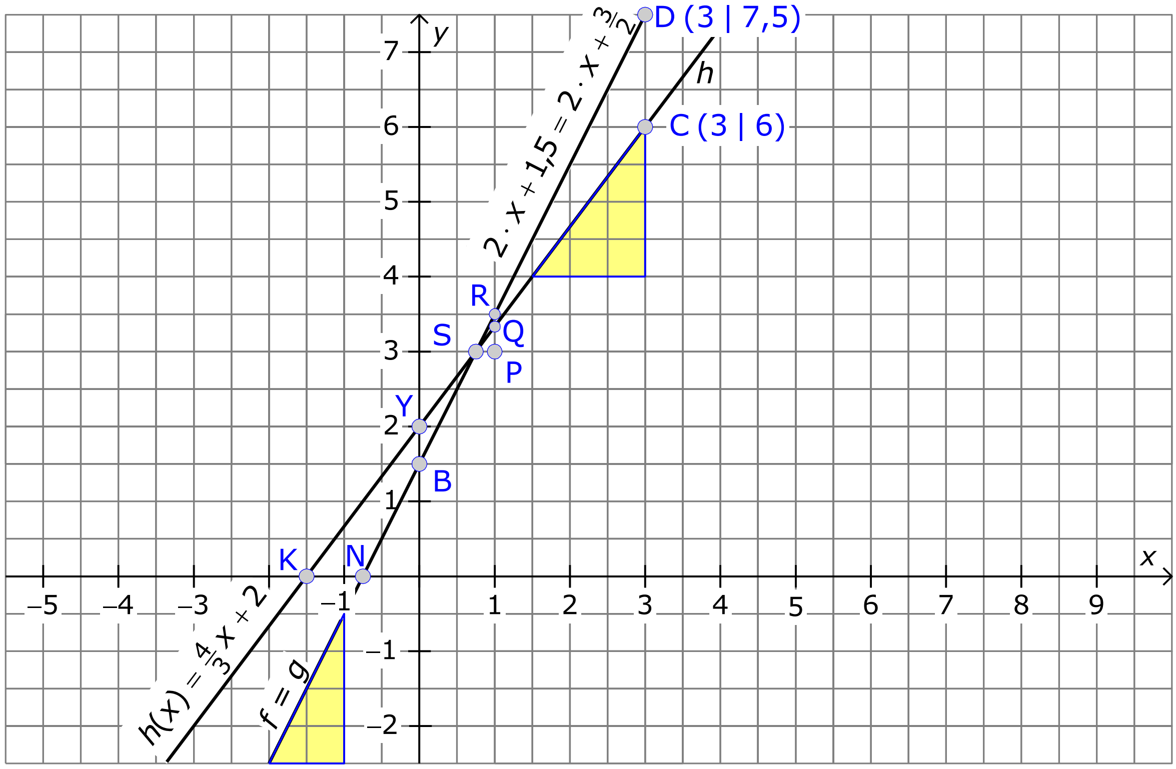
  siehe *y*-Koordinaten 3,5 und $3{,}\overline{3}$.

c) Gleichung **lösen**

$$\begin{aligned} 2\cdot x + 1{,}5 &= \tfrac{4}{3}x + 2 \quad &&\mid \text{Erweitern} \\ \tfrac{6}{3}\cdot x + 1{,}5 &= \tfrac{4}{3}x + 2 &&\mid -\tfrac{4}{3}x \\ \Leftrightarrow \tfrac{2}{3}\cdot x + 1{,}5 &= 2 &&\mid -1{,}5 \\ \Leftrightarrow \tfrac{2}{3}\cdot x &= 0{,}5 &&\mid : \tfrac{2}{3} \text{ bzw.} \cdot \tfrac{3}{2} \\ \Leftrightarrow x &= 0{,}5 : \tfrac{2}{3} = \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{3}{2} = \tfrac{3}{4} = 0{,}75 \end{aligned}$$

d) Die Ergebnisse aller Berechnungen aus **a)** bis **c)** haben in diesem Diagramm eine Bedeutung. **Markiere** und **beschrifte** die entsprechenden Punkte.

Abbildung siehe nächste Seite



- Funktionswerte an der Stelle $x = 3$, siehe Punkte **C** (3 | 6) und **D** (3 | 7,5).
- Mit der Gleichung $2 \cdot x + 1{,}5 = 0$ bestimmt man die Nullstelle bzw. den Schnittpunkt der Geraden ***f*** bzw. ***g*** mit der *x*-Achse.
  Die Gerade ***f*** bzw. ***g*** schneidet die *x*-Achse im Punkt **N** (−0,75 | 0).
- Mit der Gleichung $\frac{4}{3}x + 2 = 0$ bestimmt man die Nullstelle bzw. den Schnittpunkt der Geraden ***h*** mit der *x*-Achse, siehe Punkt **K** (−1,5 | 0).
- Durch Ablesen des *y*-Achsenabschnitts $b = 1{,}5$ oder durch Einsetzen von $x = 0$
  $f(0) = 2 \cdot 0 + 1{,}5 = 1{,}5$ bzw. $g(0) = 2 \cdot 0 + \frac{3}{2} = 1{,}5$ erhält man den Schnittpunkt **B** (0 | 1,5) der Geraden ***f*** bzw. ***g*** mit der *y*-Achse.
- Durch Ablesen des *y*-Achsenabschnitts $b = 2$ oder Einsetzen $h(0) = \frac{4}{3} \cdot 0 + 2 = 2$ erhält man den Schnittpunkt **Y** (0 | 2) der Geraden ***h*** mit der *y*-Achse.
- Der Punkt **P** (1 | 3) liegt auf keiner der beiden Geraden.
- Der Punkt **Q** $(1 \mid 3{,}\overline{3})$ liegt auf der Geraden ***h***.
- Der Punkt **R** (1 | 3,5) liegt auf der Geraden ***f*** bzw. ***g***.
- Mit der Gleichung $2 \cdot x + 1{,}5 = \frac{4}{3}x + 2$ bestimmt man den Schnittpunkt der Geraden ***f*** und ***h***.
  Die Lösung der Gleichung ergibt die *x*-Koordinate 0,75.
  Setzt man die Lösung $x = 0{,}75$ in einen der beiden Funktionsterme ein, erhält man die *y*-Koordinate $y = 3$.
  Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt S (0,75 | 3).