

MATHE 364

15.03. Äquivalenzumformungen

- a) Die drei Abbildungen zeigen das Lösen von Gleichungen.
Die Lösungen sind richtig.

Wähle *eine* der drei Gleichungen aus.

Gib an, welcher Umformungsschritt jeweils ausgeführt wurde.

$4 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 12$			$\Leftrightarrow \frac{10}{3} \cdot x - \frac{7}{3} = 0$	
$\Leftrightarrow 2 \cdot x + 2 = 12$			$\Leftrightarrow \frac{10}{3} \cdot x = \frac{7}{3}$	
$\Leftrightarrow 2 \cdot x = 10$			$\Leftrightarrow x = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$	
$\Leftrightarrow x = 5$				

$2,5 \cdot x - 1,5 = -\frac{3}{4}x + 2,75$	
$\Leftrightarrow 3,25 \cdot x - 1,5 = 2,75$	
$\Leftrightarrow 3,25 \cdot x = 4,25$	
$\Leftrightarrow x = 4,25 : 3,25 = \frac{17}{4} \cdot \frac{4}{13} = \frac{17}{13} \approx 1,31$	

- b) Die drei Abbildungen zeigen das Lösen von Gleichungen.
Die Lösungen sind falsch.

Wähle *eine* der drei Gleichungen aus.

Weise nach, dass die angegebene Lösung falsch ist. Führe dazu die Probe durch.

Streiche mindestens zwei Fehler **an**.

Löse die ausgewählte Gleichung schriftlich.

Löse erneut: wiederhole alle deine Umformungsschritte im CAS von GeoGebra.

Löse die Gleichung schließlich mit der SOLVE-Funktion des Taschenrechners.

$3 \cdot x - 5 = 0$		-3	$3x - 5 = -5x + 0,6$		$+5$
$\Leftrightarrow x - 5 = 0$		-5	$\Leftrightarrow 3x = -5x + 0,6$		$+5x$
$\Leftrightarrow x - 5 = -5$		$+5$	$\Leftrightarrow 8x = 0,6$		-8
$\Leftrightarrow x = 5$			$\Leftrightarrow x = 8,6$		$-0,6$
			$\Leftrightarrow x = 8$		

$7,25x + 4 = 2,5 + \frac{1}{4}x$		$\cdot 4$
$\Leftrightarrow 30x + 16 = 10 + x$		$-x$
$\Leftrightarrow 29x + 16 = 10$		-16
$\Leftrightarrow 29x = 26$		-29
$\Leftrightarrow x = -3$		

a) eine der drei Gleichungen wählen, Umformungsschritte **angeben**

$$\begin{array}{lcl}
 4 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 12 & | -2 \cdot x \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot x + 2 = 12 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot x = 10 & | :2 \\
 \Leftrightarrow x = 5 & &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lcl}
 \Leftrightarrow \frac{10}{3} \cdot x - \frac{7}{3} = 0 & | + \frac{7}{3} \\
 \Leftrightarrow \frac{10}{3} \cdot x = \frac{7}{3} & | : \frac{10}{3} \\
 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{7}{10} & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 2,5 \cdot x - 1,5 = -\frac{3}{4}x + 2,75 & | + \frac{3}{4}x \\
 \Leftrightarrow 3,25 \cdot x - 1,5 = 2,75 & | + 1,5 \\
 \Leftrightarrow 3,25 \cdot x = 4,25 & | : 3,25 \text{ bzw. } \cdot \frac{4}{13} \\
 \Leftrightarrow x = 4,25 : 3,25 = \frac{17}{4} \cdot \frac{4}{13} = \frac{17}{13} \approx 1,31 & &
 \end{array}$$

b) Probe durchführen, Fehler anstreichen;

Gleichungen lösen: schriftlich, mit GeoGebra, mit der SOLVE-Funktion des WTR

$$\begin{array}{lcl}
 3 \cdot x - 5 = 0 & | -3 \\
 \Leftrightarrow \underline{x - 5 = 0} & | -5 \\
 \Leftrightarrow \underline{x - 5} = -5 & | +5 \\
 \Leftrightarrow \underline{x = 5} & &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lcl}
 3x - 5 = -5x + 0,6 & | +5 \\
 \Leftrightarrow 3x = -5x + 0,6 & | +5x \\
 \Leftrightarrow 8x = 0,6 & | -8 \\
 \Leftrightarrow \underline{x} = 8,6 & | -0,6 \\
 \Leftrightarrow \underline{x} = 8 & &
 \end{array}$$

$T_{\text{links}}(5) = 3 \cdot 5 - 5 = 15 - 5 = 10$
 $T_{\text{rechts}}(5) = 0$
 $T_{\text{links}}(5) \neq T_{\text{rechts}}(5)$

$T_{\text{links}}(8) = 3 \cdot 8 - 5 = 24 - 5 = 19$
 $T_{\text{rechts}}(5) = -5 \cdot 8 + 0,6 = -40 + 0,6 = -39,4$
 $T_{\text{links}}(8) \neq T_{\text{rechts}}(8)$

$$\begin{array}{lcl}
 3 \cdot x - 5 = 0 & | +5 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x = 5 & | :3 \\
 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} = 1,6\bar{6} & &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lcl}
 3x - 5 = -5x + 0,6 & | +5 \\
 \Leftrightarrow 3x = -5x + 5,6 & | +5x \\
 \Leftrightarrow 8x = 5,6 & | :8 \\
 \Leftrightarrow x = 5,6 : 8 = \frac{56}{10} : 8 = \frac{56}{80} = \frac{7}{10} = 0,7 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 7,25x + 4 = 2,5 + \frac{1}{4}x & | \cdot 4 \\
 \Leftrightarrow \underline{30x + 16 = 10 + x} & | -x \\
 \Leftrightarrow 29x + 16 = 10 & | -16 \\
 \Leftrightarrow 29x = \underline{26} & | -29 \\
 \Leftrightarrow \underline{x} = -3 & &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lcl}
 7,25x + 4 = 2,5 + \frac{1}{4}x & | + \frac{1}{4}x \\
 \Leftrightarrow 7x + 4 = 2,5 & | -4 \\
 \Leftrightarrow 7x = -1,5 & | :7 \\
 \Leftrightarrow x = -1,5 : 7 & & \\
 & = -\frac{3}{14} = -0,2142857 &
 \end{array}$$

$T_{\text{links}}(-3) = 7,25 \cdot (-3) + 4 = 29 + 4 = 33$
 $T_{\text{rechts}}(-3) = 2,5 + \frac{1}{4} \cdot (-3) = 2,5 - \frac{3}{4} = 1,75$
 $T_{\text{links}}(-3) \neq T_{\text{rechts}}(-3)$

b) Lösung durch Äquivalenzumformungen im CAS von GeoGebra

GeoGebra Classic 5

Datei Bearbeiten Ansicht Einstellungen Werkzeuge Fenster Hilfe Anmelden

Algebra CAS

- $3x - 5 = 0$
→ $3x - 5 = 0$
- $(3x - 5 = 0) + 5$
→ $3x = 5$
- $(3x = 5) / 3$
→ $x = \frac{5}{3}$
-

Eingabe:

GeoGebra Classic 5

Datei Bearbeiten Ansicht Einstellungen Werkzeuge Fenster Hilfe Anmelden

Algebra CAS

- $3x - 5 = -5x + \frac{3}{5}$
- $(3x - 5 = -5x + \frac{3}{5}) + 5$
→ $3x = -5x + \frac{28}{5}$
- $(3x = -5x + \frac{28}{5}) + 5x$
→ $8x = \frac{28}{5}$
- $(8x = \frac{28}{5}) / 8$
→ $x = \frac{7}{10}$
-

Eingabe:

GeoGebra Classic 5

Datei Bearbeiten Ansicht Einstellungen Werkzeuge Fenster Hilfe Anmelden

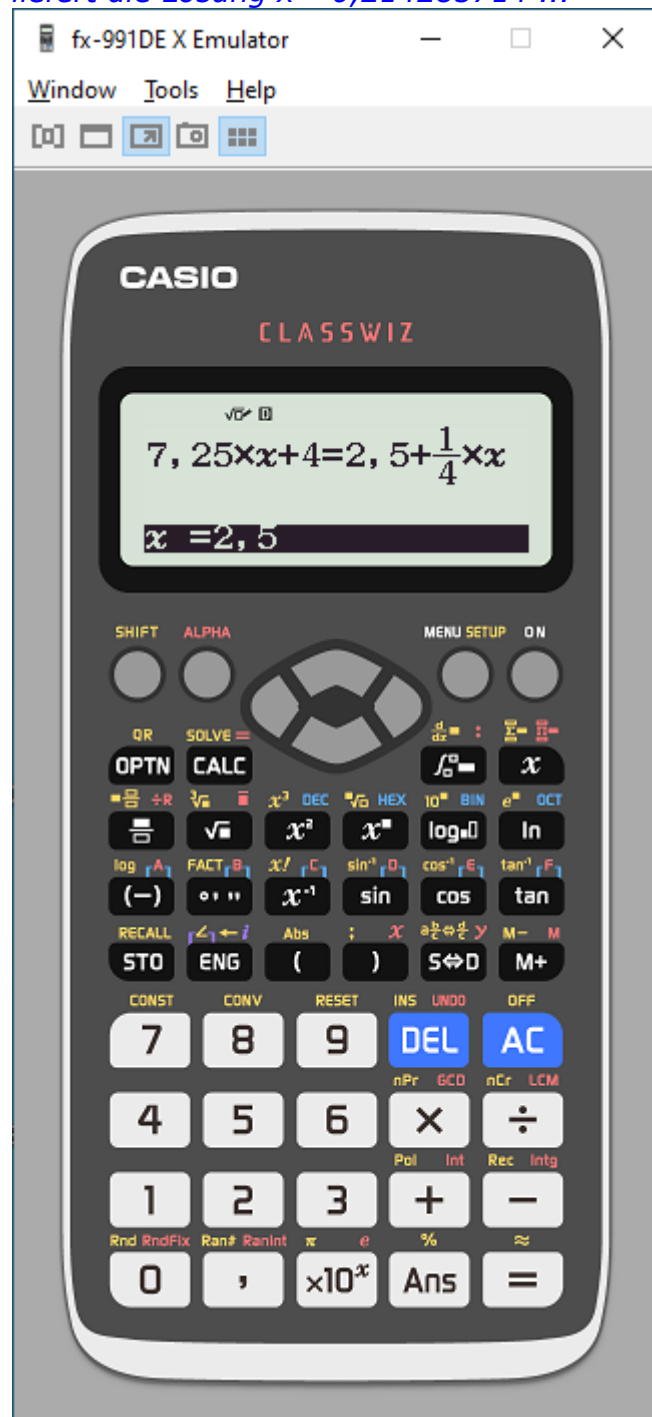
Algebra CAS

- $7.25x + 4 = 2.5 + 1/4x$
→ $\frac{29}{4}x + 4 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$
- $(\frac{29}{4}x + 4 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}) - 1/4x$
→ $7x + 4 = \frac{5}{2}$
- $(7x + 4 = \frac{5}{2}) - 4$
→ $7x = \frac{-3}{2}$
- $(7x = \frac{-3}{2}) / 7$
→ $x = \frac{-3}{14}$

Eingabe:

Lösung mit dem wissenschaftlichen Taschenrechner

Achtung, $x = 2,5$ ist nicht die Lösung dieser Gleichung, sondern die Zahl, die zuletzt unter x gespeichert war. Erst der letzte Druck auf die Ergebnistaste $\boxed{=}$ liefert die Lösung $x = 0,214285714 \dots$



$\boxed{7}$ $\boxed{,}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\times}$ \boxed{x} $\boxed{+}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{,}$ $\boxed{5}$ $\boxed{+}$ $\boxed{=}$
 $\boxed{1}$ $\boxed{\nabla}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\times}$ \boxed{x} $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ $\boxed{=}$

Lösung mit dem wissenschaftlichen Taschenrechner, hier mit einem anderen Taschenrechnermodell

Achtung, die zuerst als Wert von x angezeigte Zahl ist nicht die Lösung der Gleichung, sondern der Startwert des Lösungsverfahrens.

Erst nach mehrfachem Betätigen der ENTER-Taste zur Bestätigung der Einstellungen zeigt der Rechner die Lösung $x = 0,214285714 \dots$ an.

DEG
7.25*x+4=2.5+ $\frac{1}{4}$ ►

