MATHE 364

08.11. Binomische Formeln mit und ohne Fehler

Information

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall von $(a+b)\cdot(c+d)$. Bei der binomischen Formel werden zwei gleiche Summenklammern wie $(a+b)\cdot(a+b)$ multipliziert.

Warum treten bei der binomischen Formel noch häufiger Fehler auf als beim Ausmultiplizieren verschiedener Summenklammern? Eine mögliche Ursache:

Die binomische Formel ist ein Rezept zur Abkürzung um das Multiplizieren Schritt für Schritt einzusparen. Dabei wird häufig *das doppelte Produkt* $2\cdot a\cdot b$ vergessen. Es wäre durchaus möglich, wie beim Ausmultiplizieren *„Klammer mal Klammer"* schrittweise zu rechnen oder das Malkreuz zu Hilfe zu nehmen. Auf diese Weise vergisst man die beiden Produkte $a\cdot b$ und $b\cdot a$ nicht.

$(a+b)\cdot(a+b) = a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b)$ und $a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b$

Zweite Ursache: Die Klammer enthält anstelle von *a* oder *b* kompliziertere Summanden, zum Beispiel $(3a+5b)^2$. Dann wird vergessen, die Faktoren zu quadrieren, hier die 3 und die 5. Es gilt aber $(3a)^2 = (3a)\cdot(3a) = 3\cdot 3\cdot a\cdot a = 9\cdot a^2$.

a) **Lies** den Informationstext.

Berechne das zweite Quadrat $(5b)^2$ sowie das doppelte Produkt $2\cdot(3\cdot a)\cdot(5\cdot b)$.

b) **Überprüfe** ein paar der folgenden Rechnungen: Streiche mindestens drei Fehler an und bestätige mindestens zwei vollständig richtige Rechnungen.

$(10+3)^2 = 10^2 + 2\cdot 10\cdot 3 + 3^2 = 169$	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$
$(20+5)^2 = 400 + 2\cdot 20\cdot 5 + 25 = 525$	$(2x+y)^2 = 2x^2 + 2xy + y^2$
$(100+(-3))^2 = 100^2 - 2\cdot 100\cdot 3 - 3^2 = 9391$	$(2a+2b)^2 = 4a^2 + 4ab + 4b^2$
$(100+(-3))^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot 3 + 3^2 = 10609$	$(2a+2b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$
$(100+(-3))^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot(-3) + (-3)^2 = 9409$	$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
$(10^1+1)^2 = 10^2 + 20 + 1 = 121$	$(x+0{,}5)^2 = x^2 + x + 0{,}5$
$(10^2+1)^2 = 10^4 + 200 + 1 = 10201$	$(x+0{,}5p)^2 = x^2 + p\cdot x + 0{,}25p^2$
$(1000+1)^2 = 1000000 + 2000 + 1$	$(5x+10y)^2 = 25x^2 + 100xy + 100y^2$

Lösungen 08.11. Binomische Formeln mit und ohne Fehler

Information

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall von $(a+b)\cdot(c+d)$. Bei der binomischen Formel werden zwei gleiche Summenklammern wie $(a+b)\cdot(a+b)$ multipliziert.

Warum treten bei der binomischen Formel noch häufiger Fehler auf als beim Ausmultiplizieren verschiedener Summenklammern? Eine mögliche Ursache:

Die binomische Formel ist ein Rezept zur Abkürzung um das Multiplizieren Schritt für Schritt einzusparen. Dabei wird häufig *das doppelte Produkt* $2\cdot a\cdot b$ vergessen. Es wäre durchaus möglich, wie beim Ausmultiplizieren *„Klammer mal Klammer"* schrittweise zu rechnen oder das Malkreuz zu Hilfe zu nehmen. Auf diese Weise vergisst man die beiden Produkte $a\cdot b$ und $b\cdot a$ nicht.

$$(a+b)\cdot(a+b) = a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b) \quad \text{und} \quad a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b$$

Zweite Ursache: Die Klammer enthält anstelle von *a* oder *b* kompliziertere Summanden, zum Beispiel $(3a+5b)^2$. Dann wird vergessen, die Faktoren zu quadrieren, hier die 3 und die 5. Es gilt aber $(3a)^2 = (3a)\cdot(3a) = 3\cdot 3\cdot a\cdot a = 9\cdot a^2$.

a) Informationstext lesen √

Das zweite Quadrat $(5b)^2$ sowie das doppelte Produkt $2\cdot(3\cdot a)\cdot(5\cdot b)$ **berechnen**

$(5b)^2 = (5b)\cdot(5b) = 5\cdot b\cdot 5\cdot b = 5\cdot 5\cdot b\cdot b = 25\cdot b\cdot b = 25b^2$

$2\cdot(3\cdot a)\cdot(5\cdot b) = 2\cdot 3\cdot a\cdot 5\cdot b = 2\cdot 3\cdot 5\cdot a\cdot b = 30\cdot a\cdot b = 30ab$

b) Überprüfe ein paar der folgenden Rechungen: Streiche mindestens drei Fehler an und bestätige mindestens zwei vollständig richtige Rechnungen.

$(10+3)^2 = 10^2 + 2\cdot 10\cdot 3 + 3^2 = 169$ √	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ **f**, $2\cdot a\cdot b$ fehlt
$(20+5)^2 = 400 + 2\cdot 20\cdot 5 + 25$ (√) $= \underline{5}25$ (*f*)	$(2x+y)^2 = 2x^2 + \underline{2}xy + y^2$ *f*, $4xy$
$(100+(-3))^2 = 100^2 - 2\cdot 100\cdot 3$ (√) $\underline{-}\,3^2 = \underline{9391}$ *f*	$(2a+2b)^2 = 4a^2 + \underline{4}ab + 4b^2$ *f*, 8 *ab*
$(100+(-3))^2 = 100^2 \underline{+}\, 2\cdot 100\cdot 3 + 3^2 = \underline{10609}$ *f*	$(2a+2b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$ √
$(100+(-3))^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot(-3) + (-3)^2 = 9409$ √	$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ √
$(10^1+1)^2 = 10^2 + 20 + 1 = 121$ √	$(x+0{,}5)^2 = x^2 + x + \underline{0{,}5}$ *f*, 0,25
$(10^2+1)^2 = 10^4 + 200 + 1 = 10201$ √	$(x+0{,}5p)^2 = x^2 + p\cdot x + 0{,}25p^2$ √
$(1000+1)^2 = 1000000 + 2000 + 1$ √	$(5x+10y)^2 = 25x^2 + 100xy + 100y^2$ √