MATHE 364

26.11. Faktorisieren

Information

Liest man das Distributivgesetz $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ von links nach rechts, nennt man den Vorgang *Ausmultiplizieren*.

Der umgekehrte Vorgang $a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c)$ heißt *Ausklammern.*

Der Fachausdruck *Faktorisieren* bedeutet ebenfalls Ausklammern. Aber von Faktorisieren spricht man vorwiegend dann, wenn der auszuklammernde Faktor selbst eine Klammer mit einer Summe oder Differenz ist.

Beispiel: $a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d=$

$a\cdot(c+d)\ +b\cdot(c+d)\ =(a+b)\cdot(c+d)$

Ausklammern ist schwieriger als Ausmultiplizieren, weil man erkennen muss, ob es mehrere Produkte gibt, die einen Faktor gemeinsam haben. Wenn die beiden Klammern nicht wie im Beispiel oben vollkommen verschieden sind, ist das Faktorisieren einfacher, wie bei binomischen Formeln.

Beispiel: $9a^2+12ab+4b^2=$

$9a^2+6ab+6ab+4b^2=$

$3a\cdot(3a+2b)+2b\cdot(3a+2b)=$

$(3a+2b)\cdot(3a+2b)=(3a+2b)^2$

a) **Lies** den Informationstext.

b) Wähle mindestens drei Summen mit zwei Produkten
und mindestens drei Summen mit vier Produkten
sowie ein Beispiel, in dem Faktorisieren nicht möglich ist.

- **Unterstreiche** jeweils den gleichen Faktor in der gleichen Farbe.
- **Klammere aus** bzw. **faktorisiere** („Schreibe die Summe als Produkt“).
- **Gib** bei Termen ohne Variablen den Wert **an**.
- **Begründe**, warum in dem gewählten Beispiel Faktorisieren nicht möglich **ist**.

$10\cdot 7+7\cdot 7=$	$5\cdot a+5\cdot b=$
$20\cdot 7-3\cdot 7=$	$10\cdot a+25\cdot b=$
$7\cdot 7+3\cdot a=$	$10\cdot a+25\cdot a=$
$\frac{2}{5}\cdot 3+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}=$	$7\cdot 3+7\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\cdot 3+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}=$
$3\cdot a+3\cdot b+7\cdot a+7\cdot b=$	$10\cdot a+25\cdot a\cdot b=$
$3\cdot a+7\cdot b+10\cdot c+d\cdot e=$	$25a^2+35ab+35ab+49b^2=$
$25a^2+5ab+5ab+b^2=$	$49x^2+14xy+y^2=$
$25a^2-b^2=$	$49x^2+13ab-z^2=$

Lösungen 26.11. Faktorisieren

Information

Liest man das Distributivgesetz $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ von links nach rechts, nennt man den Vorgang *Ausmultiplizieren*. Der umgekehrte Vorgang $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$ heißt *Ausklammern.* Von *Faktorisieren* spricht man vorwiegend dann, wenn der auszuklammernde Faktor selbst eine Klammer mit einer Summe oder Differenz ist.

Beispiel: $a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d =$

$a \cdot (c+d) + b \cdot (c+d) = (a+b) \cdot (c+d)$

Wenn die beiden Klammern nicht wie im Beispiel oben vollkommen verschieden sind, ist das Faktorisieren einfacher, wie bei binomischen Formeln.

Beispiel: $9a^2 + 12ab + 4b^2 =$

$9a^2 + 6ab + 6ab + 4b^2 =$

$3a \cdot (3a+2b) + 2b \cdot (3a+2b) =$

$(3a+2b) \cdot (3a+2b) = (3a+2b)^2$

a) Informationstext lesen √

b) jeweils gleiche Faktoren gleichfarbig unterstreichen
ausklammern bzw. **faktorisieren**, ggf. **Wert angeben**
ggf. **begründe**n, warum im Beispiel Faktorisieren nicht möglich ist

$10 \cdot 7 + 7 \cdot 7 = (10+7) \cdot 7 = 119$

$20 \cdot 7 - 3 \cdot 7 = (20-3) \cdot 7 = 119$

$7 \cdot 7 + 3 \cdot a$
kein gemeinsamer Faktor

$\frac{2}{5} \cdot 3 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{5} = \left(1 + \frac{2}{5}\right)$

$3 \cdot a + 3 \cdot b + 7 \cdot a + 7 \cdot b =$
$3 \cdot (a+b) + 7 \cdot (a+b) =$
$(3+7) \cdot (a+b) = 10 \cdot (a+b)$

$3 \cdot a + 7 \cdot b + 10 \cdot c + d \cdot e$
kein Faktor gemeinsam

$25a^2 + 5ab + 5ab + b^2 =$
$5a \cdot (5a+b) + b \cdot (5a+b) =$
$(5a+b) \cdot (5a+b) = (5a+b)^2$

$25a^2 - b^2 = (5a+b) \cdot (5a-b)$

$5 \cdot a + 5 \cdot b = 5 \cdot (a+b)$

$10 \cdot a + 25 \cdot b = 5 \cdot (2a+5b)$

$10 \cdot a + 25 \cdot a = (10+25) \cdot a = 35 \cdot a$

$7 \cdot 3 + 7 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot 3 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} =$
$7 \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{5} \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) =$
$\left(7 + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) = \frac{259}{10} = \left(29 + \frac{9}{10}\right)$

$10 \cdot a + 25 \cdot a \cdot b = 5a \cdot (2+5b)$

$25a^2 + 35ab + 35ab + 49b^2 =$
$5a \cdot (5a+7b) + 7b \cdot (5a+7b) =$
$(5a+7b) \cdot (5a+7b) = (5a+7b)^2$

$49x^2 + 14xy + y^2 =$
$49x^2 + 7xy + 7xy + y^2 =$
$7x \cdot (7x+y) + y \cdot (7x+y) =$
$(7x+y) \cdot (7x+y) = (7x+y)^2$

$49x^2 + 13ab - z^2 =$
$49x^2 - z^2 + 13ab = (7x+z) \cdot (7x-z) + 13ab$