

MATHE 364

10.11. Die zweite binomische Formel

Information

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall von $(a+b) \cdot (c+d)$. Bei der binomischen Formel werden zwei gleiche Summenklammern wie $(a+b) \cdot (a+b)$ multipliziert.

Die zweite binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall der ersten binomischen Formel, wenn $(-b)$ anstelle von b eingesetzt wird:

$$\begin{aligned} (a+(-b)) \cdot (a+(-b)) &= a \cdot (a+(-b)) + (-b) \cdot (a+(-b)) \\ &= a \cdot a + a \cdot (-b) + (-b) \cdot a + (-b) \cdot (-b) \\ &= a^2 - a \cdot b - b \cdot a + b^2 \end{aligned}$$

Beispiel: $(a+(-3))^2 = (a+(-3)) \cdot (a+(-3))$

$$\begin{aligned} &= a \cdot a + a \cdot (-3) + (-3) \cdot a + (-3) \cdot (-3) \\ &= a^2 + (-3) \cdot a + (-3) \cdot a + (+9) \\ &= a^2 - 2 \cdot 3 \cdot a + 3^2 \end{aligned}$$

Abgekürzt kann man $(a-3)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2$ schreiben.

a) Lies den Informationstext.

b) $17^2 = (20-3)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2$

Erkläre, warum 3^2 addiert wird, obwohl in der Klammer doch $(20-3)$ steht.

Erkläre, warum das doppelte Produkt $2 \cdot 20 \cdot 3$ subtrahiert wird.

c) Ergänze ein paar der folgenden Rechnungen: Wähle

- mindestens drei „vorwärts“-Aufgaben (Ausmultiplizieren),
- eine „rückwärts“-Aufgabe (Ausklammern) sowie
- mindestens zwei Aufgaben, in denen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens etwas zu ergänzen ist.

$$(x-y)^2 = x^2$$

$$(x -)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(a-3)^2 = a^2 - 6$$

$$y^2 + 4 = (y-2)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 + 1$$

$$(10-5)^2 = 100 - 2 \cdot \cdot + 25 = 25$$

$$36 - 12y + = (6 -)^2$$

$$x^2 - 0,2x + 0,01 = (-)^2$$

$$(100-1)^2 =$$

$$(5x-10y)^2 = x^2 - xy + y^2$$

Information

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall von $(a+b) \cdot (c+d)$. Bei der binomischen Formel werden zwei gleiche Summenklammern wie $(a+b) \cdot (a+b)$ multipliziert.

Die zweite binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ist ein Spezialfall der ersten binomischen Formel, wenn $(-b)$ anstelle von b eingesetzt wird:

$$\begin{aligned} (a+(-b)) \cdot (a+(-b)) &= a \cdot (a+(-b)) + (-b) \cdot (a+(-b)) \\ &= a \cdot a + a \cdot (-b) + (-b) \cdot a + (-b) \cdot (-b) \\ &= a^2 - a \cdot b - b \cdot a + b^2 \end{aligned}$$

Beispiel: $(a+(-3))^2 = (a+(-3)) \cdot (a+(-3))$

$$\begin{aligned} &= a \cdot a + a \cdot (-3) + (-3) \cdot a + (-3) \cdot (-3) \\ &= a^2 + (-3) \cdot a + (-3) \cdot a + (+9) \\ &= a^2 - 2 \cdot 3 \cdot a + 3^2 \end{aligned}$$

Abgekürzt kann man $(a-3)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2$ schreiben.

a) Informationstext lesen ✓

b) $17^2 = (20-3)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2$

Erkläre, warum 3^2 addiert wird, obwohl in der Klammer doch $(20-3)$ steht.

$(-3) \cdot (-3)$ ergibt nach der Regel „*minus mal minus ergibt plus*“ den Wert +9.

Erkläre, warum das doppelte Produkt $2 \cdot 20 \cdot 3$ subtrahiert wird.

Der Summand +20 wird zweimal mit dem Summanden (-3) multipliziert. Dabei ist nach dem Kommutativgesetz gleichgültig, ob (-3) der erste oder der zweite Faktor ist. Das Produkt -60 tritt zweimal auf, also $-2 \cdot 20 \cdot 3$.

b) Ergänze ein paar der folgenden Rechnungen: Wähle

- mindestens drei „vorwärts“-Aufgaben (Ausmultiplizieren),
- eine „rückwärts“-Aufgabe (Ausklammern) sowie
- mindestens zwei Aufgaben, in denen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens etwas zu ergänzen ist.

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$$

$$y^2 - 4y + 4 = (y-2)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$(10-5)^2 = 100 - 2 \cdot 10 \cdot 5 + 25 = 25$$

$$36 - 12y + y^2 = (6-y)^2$$

$$x^2 - 0,2x + 0,01 = (x-0,1)^2$$

$$(100-1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9801$$

$$(5x-10y)^2 = 25x^2 - 100xy + 100y^2$$