

MATHE 364

26.04. Einsetzen, "Formeln umstellen"

Das heutige Kalenderblatt behandelt Terme ("Formeln") für das Volumen der folgenden Körper:

- Quader
- Pyramide mit quadratischer Grundfläche; die Grundkanten haben die Länge a .
- Zylinder
- Kegel
- Kugel

Wahlaufgaben: Wähle einen "eckigen" und einen "runden" Körper aus.

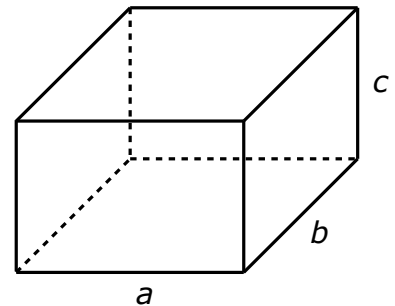
- a) Notiere** den Term ("die "Formel") für das Volumen der ausgewählten Körper.
Zeichne eine Skizze der ausgewählten Körper und **trage** die Längenangaben aus der Formel für das Volumen **ein**.
Vergleiche deine Formeln und Skizzen mit der offiziellen [Formelsammlung zum ESA](#).
- b)** Die folgenden Längenangaben sollen einheitlich für alle Berechnungen verwendet werden:
 $a = 10 \text{ cm}$, $b = 1,2 \text{ dm}$, $c = 125 \text{ mm}$, $r = 4,5 \text{ cm}$, $k = 10 \text{ cm}$
In der offiziellen Formelsammlung wird k ("Körperhöhe") als Variable für die räumliche Höhe von Körpern verwendet, im Unterricht evtl. mit h bezeichnet.
Berechne das Volumen der ausgewählten Körper.
- c) Löse** die Formeln für das Volumen der ausgewählten Körper nach der gesuchten Größe **auf**:
- beim Quader nach der Kantenlänge a
 - bei der Pyramide mit quadratischer Grundfläche nach der Grundkantenlänge a .
 - beim Zylinder nach dem Radius r
 - beim Kegel nach dem Radius r
 - bei der Kugel nach dem Radius r
- d)** Zwei andere Exemplare der von dir ausgewählten Körper sollen das Volumen $10 \ell = 10 \text{ dm}^3$ haben.
Berechne jeweils den Wert von a bzw. k bzw. r , siehe Teilaufgabe siehe **c)**.
Falls für diese Berechnung außer dem Volumen V noch andere Variablenwerte wie b , c oder k erforderlich sind, verwende die Werte aus **b)**.

a) **Notiere** den Term ("die "Formel") für das Volumen der ausgewählten Körper.
siehe unten

Zeichne eine Skizze der ausgewählten Körper und **trage** die Längenangaben aus der Formel für das Volumen **ein**. siehe unten **Vergleiche** deine Formeln und Skizzen mit der offiziellen [Formelsammlung zum ESA](#). ✓

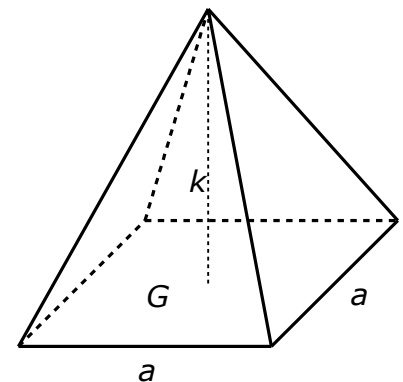
- Quader

$$V = a \cdot b \cdot c$$



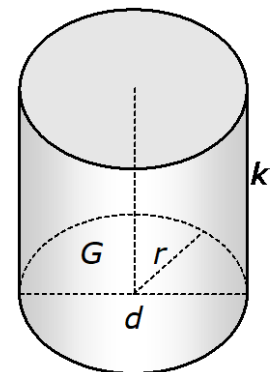
- Pyramide mit quadratischer Grundfläche; die Grundkanten haben die Länge a .

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot k$$



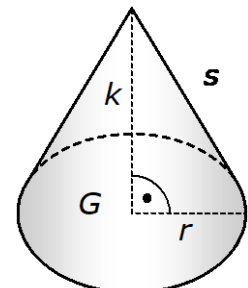
- Zylinder

$$V = G \cdot k = \pi \cdot r^2 \cdot k$$



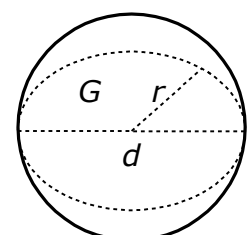
- Kegel

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot k = \pi \cdot r^2 \cdot k$$



- Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$



Wahlaufgaben: Wähle einen "eckigen" und einen "runden" Körper aus.

b) Die folgenden Längenangaben sollen einheitlich für alle Berechnungen verwendet werden: $a = 10 \text{ cm}$, $b = 1,2 \text{ dm}$, $c = 125 \text{ mm}$, $r = 4,5 \text{ cm}$, $k = 10 \text{ cm}$

Berechne das Volumen der ausgewählten Körper.

- Quader

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c \\ &= 10 \text{ cm} \cdot 1,2 \text{ dm} \cdot 125 \text{ mm} \\ &= 10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 12,5 \text{ cm} \\ &= 1500 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

- Pyramide mit quadratischer Grundfläche; die Grundkanten haben die Länge a .

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot k \\ &= \frac{1}{3} \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} \\ &= 333,3 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- Zylinder

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot r^2 \cdot k \\ &= \pi \cdot (4,5 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} \\ &\approx 636,2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- Kegel

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4,5 \text{ cm})^2 \cdot 10 \text{ cm} \\ &\approx 212,1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- Kugel

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \\ &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (4,5 \text{ cm})^3 \\ &\approx 381,7 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

c) Löse die Formeln für das Volumen der ausgewählten Körper nach der gesuchten Größe **auf**:

- beim Quader nach der Kantenlänge a

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c \quad | : b \\ \Leftrightarrow \frac{V}{b} &= a \cdot c \quad | : c \\ \Leftrightarrow \frac{V}{b \cdot c} &= a \\ a &= \frac{10 \text{ dm}^3}{1,2 \text{ dm} \cdot 1,25 \text{ dm}} = 6,6 \text{ dm} \end{aligned}$$

- bei der Pyramide mit quadratischer Grundfläche nach der Grundkantenlänge a .

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot k \quad | : k \\ \Leftrightarrow \frac{V}{k} &= \frac{1}{3} \cdot a^2 \quad | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot V}{k} &= a^2 \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{3 \cdot V}{k}} &= a \\ a &= \sqrt{\frac{3 \cdot 10 \text{ dm}^3}{1 \text{ dm}}} \approx 5,48 \text{ dm} \end{aligned}$$

c) **Löse** die Formeln für das Volumen der ausgewählten Körper nach der gesuchten Größe **auf**:

- beim Zylinder nach dem Radius r

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot r^2 \cdot k & | : \pi \\ \Leftrightarrow \frac{V}{\pi} &= r^2 \cdot k & | : k \\ \Leftrightarrow \frac{V}{\pi \cdot k} &= r^2 \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot k}} &= r \\ r &= \sqrt{\frac{10 \text{ dm}^3}{\pi \cdot 1 \text{ dm}}} \approx 1,78 \text{ dm} \end{aligned}$$

- beim Kegel nach dem Radius r

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k & | : \pi \\ \Leftrightarrow \frac{V}{\pi} &= \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot k & | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot V}{\pi} &= r^2 \cdot k & | : k \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot V}{\pi \cdot k} &= r^2 \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot k}} &= r \\ r &= \sqrt{\frac{3 \cdot 10 \text{ dm}^3}{\pi \cdot 1 \text{ dm}}} \approx 3,09 \text{ dm} \end{aligned}$$

- bei der Kugel nach dem Radius r

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 & | : \pi \\ \Leftrightarrow \frac{V}{\pi} &= \frac{4}{3} \cdot r^3 & | \cdot 3 \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot V}{\pi} &= 4r^3 & | : 4 \\ \Leftrightarrow \frac{3 \cdot V}{4\pi} &= r^3 \\ \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4\pi}} &= r \\ r &= \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10 \text{ dm}^3}{4\pi}} \approx 1,34 \text{ dm} \end{aligned}$$

d) Zwei andere Exemplare der von dir ausgewählten Körper sollen das Volumen $10 \ell = 10 \text{ dm}^3$ haben.

Berechne jeweils den Wert von a bzw. k bzw. r , siehe Teilaufgabe siehe c). Falls für diese Berechnung außer dem Volumen V noch andere Variablenwerte wie b , c oder k erforderlich sind, verwende die Werte aus b). [siehe oben](#)