

MATHE 364

21.04. Gleichungen

Die Abbildung zeigt neun Gleichungen und zehn mögliche Lösungen.

$$3 \cdot x + 2 = 11$$

$$15 \cdot x + 2 = 10 \cdot x + 5$$

$$3 \cdot x + 2 = -4$$

$$3 \cdot x + 2 = 2 \cdot x + 1,2$$

$$2 \cdot (7,5 \cdot x + 1) = 5 \cdot (2x + 1)$$

$$7 \cdot x + 2 = 4 \cdot x + 2$$

$$x^2 = 2$$

$$\frac{x}{3} = \frac{11}{33}$$

$$3 \cdot x + 2 = 3$$

$$1$$

$$-2$$

$$3$$

$$\frac{3}{5}$$

$$0,6$$

$$-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}$$

$$0$$

$$3,5$$

$$-\frac{4}{5}$$

Zu einer Gleichung fehlt im Bild die Lösung.

Zu einer Lösung fehlt im Bild die passende Gleichung.

Verschieden dargestellte Lösungen können gleich sein.

Verschiedene Gleichungen können äquivalent sein (die gleichen Lösungen haben).

a) Ordne mindestens drei Gleichungen die passende Lösung zu.

Wahlaufgabe: Bearbeite *mindestens eine* der Teilaufgaben **b)**, **c)**, **d)**, **e)** oder **f)**.

b) Gib ein Paar gleicher Lösungen mit verschiedener Darstellung **an**.

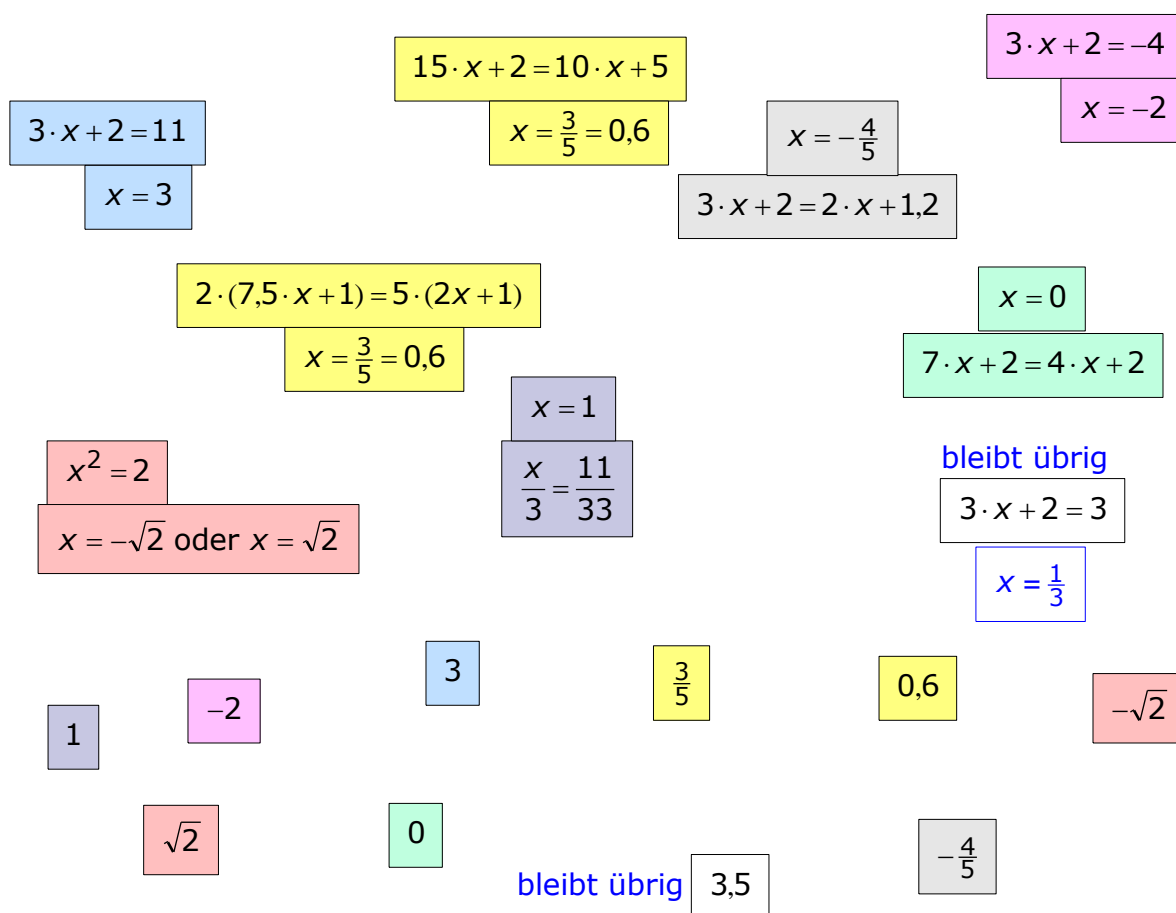
c) Gib ein Paar äquivalenter Gleichungen **an**.

d) Führe bei einer Gleichung die Probe **durch: Setze** für x die Lösung **ein** und **gib** den Wert des linken Terms und den Wert des rechten Terms **an**.

e) Löse eine der Gleichungen durch Äquivalenzumformungen.

f) Eine Lösung bleibt übrig. Denke dir eine Gleichung aus, die diese Lösung hat.

Die Abbildung zeigt neun Gleichungen und zehn mögliche Lösungen.



Zu einer Gleichung fehlt im Bild die Lösung.

Zu einer Lösung fehlt im Bild die passende Gleichung.

Verschieden dargestellte Lösungen können gleich sein.

Verschiedene Gleichungen können äquivalent sein (die gleichen Lösungen haben).

a) Ordne mindestens drei Gleichungen die passende Lösung zu. siehe Abbildung

Wahlaufgabe: Bearbeite mindestens eine der Teilaufgaben **b)**, **c)**, **d)**, **e)** oder **f)**.

b) Gib ein Paar gleicher Lösungen mit verschiedener Darstellung **an.** $x = \frac{3}{5} = 0,6$

c) Gib ein Paar äquivalenter Gleichungen **an.** siehe gelb markierte Gleichungen

d) Führe bei einer Gleichung die Probe **durch:** Setze für x die Lösung **ein** und **gib** den Wert des linken Terms und den Wert des rechten Terms **an.**
siehe nächste Seite

e) Löse eine der Gleichungen durch Äquivalenzumformungen. siehe nächste Seite

f) Eine Lösung bleibt übrig. Denke dir eine Gleichung aus, die diese Lösung hat.

Individuelle Lösung, zum Beispiel hat $2 \cdot x + 3 = 10$ die Lösung $x = 3,5$.

$$\begin{aligned}
 3 \cdot x + 2 &= 11 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x &= 9 & | :3 \\
 \Leftrightarrow x &= 3 \\
 T_{\text{links}}(3) &= 3 \cdot 3 + 2 = 11 \\
 T_{\text{rechts}}(3) &= 11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot x + 2 &= -4 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x &= -6 & | :3 \\
 \Leftrightarrow x &= -2 \\
 T_{\text{links}}(-2) &= 3 \cdot (-2) + 2 = -6 + 2 = -4 \\
 T_{\text{rechts}}(-2) &= -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot (7,5 \cdot x + 1) &= 5 \cdot (2x + 1) & | \text{ Ausmultiplizieren} \\
 \Leftrightarrow 15 \cdot x + 2 &= 10 \cdot x + 5 & | -10x \\
 \Leftrightarrow 5 \cdot x + 2 &= 5 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 5 \cdot x &= 3 & | :5 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{3}{5} = 0,6 \\
 T_{\text{links}}(0,6) &= 2 \cdot (7,5 \cdot 0,6 + 1) = 2 \cdot (4,5 + 1) = 2 \cdot 5,5 = 11 \\
 T_{\text{rechts}}(0,6) &= 5 \cdot (2 \cdot 0,6 + 1) = 5 \cdot (1,2 + 1) = 5 \cdot 2,2 = 11 \\
 \text{bzw.} \\
 T_{\text{links}}(0,6) &= 15 \cdot 0,6 + 2 = 9 + 2 = 11 \\
 T_{\text{rechts}}(0,6) &= 10 \cdot 0,6 + 5 = 6 + 5 = 11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot x + 2 &= 2 \cdot x + 1,2 & | -2x \\
 \Leftrightarrow x + 2 &= 1,2 & | -2 \\
 \Leftrightarrow x &= -0,8 = -\frac{4}{5} & | :5 \\
 T_{\text{links}}(-0,8) &= 3 \cdot (-0,8) + 2 = -2,4 + 2 = -0,4 \\
 T_{\text{rechts}}(-0,8) &= 2 \cdot (-0,8) + 1,2 = -1,6 + 1,2 = -0,4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7 \cdot x + 2 &= 4 \cdot x + 2 & | -4x \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x + 2 &= 2 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x &= 0 & | :3 \\
 \Leftrightarrow x &= 0 \\
 T_{\text{links}}(0) &= 7 \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2 \\
 T_{\text{rechts}}(0) &= 4 \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{3} &= \frac{11}{33} & | \cdot 3 \\
 \Leftrightarrow x &= 3 \cdot \frac{11}{33} = 1 \\
 T_{\text{links}}(1) &= \frac{1}{3} \\
 T_{\text{rechts}}(1) &= \frac{11}{33} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot x + 2 &= 3 & | -2 \\
 \Leftrightarrow 3 \cdot x &= 1 & | :3 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{1}{3} \\
 T_{\text{links}}(\frac{1}{3}) &= 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 = 1 + 2 = 3 \\
 T_{\text{rechts}}(\frac{1}{3}) &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 &= 2 \\
 \Leftrightarrow x &= -\sqrt{2} \quad \text{oder} \quad x = \sqrt{2} \\
 (-\sqrt{2})^2 &= +2 \\
 \sqrt{2}^2 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 &= 2 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 2 &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) &= 0 \\
 \Leftrightarrow x &= -\sqrt{2} \quad \text{oder} \quad x = \sqrt{2} \\
 (-\sqrt{2})^2 &= +2 \\
 \sqrt{2}^2 &= 2
 \end{aligned}$$