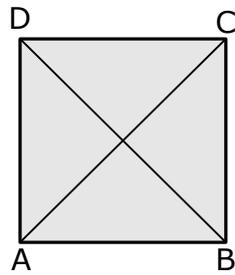
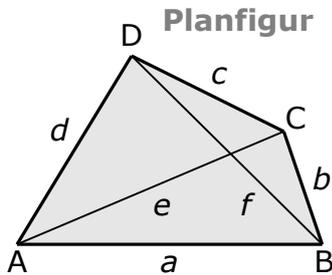


# MATHE 364

## 01.12. Diagonalen in Drachen, Parallelogramm und Quadrat



In Vierecken werden die Punkte gegen den Uhrzeigersinn umlaufend benannt. Anders als bei Dreiecken werden die Seitenlängen in Vierecken ebenfalls gegen den Uhrzeigersinn nach dem Namen des Anfangspunktes der jeweiligen Seite benannt.

- a) **Benenne** die Seitenlängen und die Diagonalen des Quadrats in der Abbildung entsprechend der Konvention für Beschriftungen in Vierecken.  
**Gib an**, welche Längen dabei jeweils gleich sein müssen.
- b) Die Tabelle gibt Längen aus dem gestrigen Kalenderblatt sowie zusätzliche Werte an. Die Diagonalenlänge wird hier aber mit  $e$  bezeichnet.

Seitenlänge $a$	Diagonalenlänge $e$	$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$	$A = a \cdot b$
4,7 cm	$\sqrt{2} \cdot 4,7 \text{ cm}$		$22,09 \text{ cm}^2$
$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 6,6 \text{ cm}$	6,6 cm		
10,0 cm	$10 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}$		
$8 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}$	16,00 cm		
$\sqrt{10} \text{ cm}$	$2 \cdot \sqrt{5} \text{ cm}$		
$\sqrt{3} \text{ cm}$	$\sqrt{6} \text{ cm}$		
7 cm			
	8 cm		

**Vergleiche** in *mindestens einer* Zeile die Ergebnisse der „Drachenformel“ mit den Ergebnissen der „Rechteckformel“ für den Flächeninhalt.

**Ergänze** mindestens zwei weitere fehlende Werte in der Tabelle.

- c) Die Tabelle rechts gibt die Seiten- und Diagonalenlängen der Vierecke **I** bis **VIII** an. Diese Längenmaße sind nicht gerundet, sondern exakt.

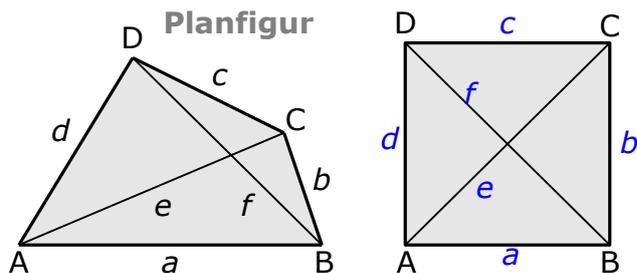
**Begründe**: Keines der Vierecke ist ein Quadrat.

Versuche, aus diesen Maßen *wenigstens einen* Viereckstyp zu erkennen und **gib** dessen Namen **an**. **Begründe** deine Zuordnung.

**Konstruiere** eines dieser Vierecke.

Nr.	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
<b>I</b>	60	60	45	45	72	75
<b>II</b>	58	58	58	58	84	80
<b>III</b>	60	80	61	91	100	109
<b>IV</b>	63	60	63	60	87	87
<b>V</b>	60	78	50	32	78	68
<b>VI</b>	52	61	74	61	87	87
<b>VII</b>	51	36	40	85	75	68
<b>VIII</b>	48	14	30	40	50	40

## Lösungen 01.12. Diagonalen in Drachen, Parallelogramm und Quadrat



In Vierecken werden die Punkte gegen den Uhrzeigersinn umlaufend benannt. Anders als bei Dreiecken werden die Seitenlängen in Vierecken ebenfalls gegen den Uhrzeigersinn nach dem Namen des Anfangspunktes der jeweiligen Seite benannt.

- a) **Benenne** die Seitenlängen und die Diagonalen des Quadrats in der Abbildung gemäß dieser Konvention. [siehe oben](#)  
**Gib an**, welche Längen dabei jeweils gleich sein müssen.  $a = b = c = d$  sowie  $e = e$
- b) Die Tabelle gibt Längen aus dem gestrigen Kalenderblatt sowie zusätzliche Werte an. Die Diagonalenlänge wird hier aber mit  $e$  bezeichnet.

Seitenlänge $a$	Diagonalenlänge $e$	$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$	$A = a \cdot b$
4,7 cm	$\sqrt{2} \cdot 4,7$ cm	22,09 cm <sup>2</sup>	22,09 cm <sup>2</sup>
$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 6,6$ cm	6,6 cm	21,78 cm <sup>2</sup>	21,78 cm <sup>2</sup>
10,0 cm	$10 \cdot \sqrt{2}$ cm	100 cm <sup>2</sup>	100 cm <sup>2</sup>
$8 \cdot \sqrt{2}$ cm	16,00 cm	128 cm <sup>2</sup>	128 cm <sup>2</sup>
$\sqrt{10}$ cm	$2 \cdot \sqrt{5}$ cm	10 cm <sup>2</sup>	10 cm <sup>2</sup>
$\sqrt{3}$ cm	$\sqrt{6}$ cm	3 cm <sup>2</sup>	3 cm <sup>2</sup>
7 cm	$7 \cdot \sqrt{2}$	49 cm <sup>2</sup>	49 cm <sup>2</sup>
$4 \cdot \sqrt{2}$	8 cm	32 cm <sup>2</sup>	32 cm <sup>2</sup>

**Vergleiche** in *mindestens einer* Zeile die Ergebnisse der „Drachenformel“ mit den Ergebnissen der „Rechteckformel“ für den Flächeninhalt. [stimmen überein](#)

**Ergänze** mindestens zwei weitere fehlende Werte in der Tabelle. [siehe oben](#)

- c) Die Tabelle rechts gibt die Seiten- und Diagonalenlängen der Vierecke **I** bis **VIII** an. Diese Längenmaße sind nicht gerundet, sondern exakt.

**Begründe**: Keines der Vierecke ist ein Quadrat.

Versuche, aus diesen Maßen *wenigstens einen* Viereckstyp zu erkennen und **gib** dessen Namen **an**. **Begründe** deine Zuordnung.

**Konstruiere** eines dieser Vierecke.

[Lösungen auf den nächsten Seiten](#)

Nr.	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
<b>I</b>	60	60	45	45	72	75
<b>II</b>	58	58	58	58	84	80
<b>III</b>	60	80	61	91	100	109
<b>IV</b>	63	60	63	60	87	87
<b>V</b>	60	78	50	32	78	68
<b>VI</b>	52	61	74	61	87	87
<b>VII</b>	51	36	40	85	75	68
<b>VIII</b>	48	14	30	40	50	40

## Lösungen 01.12. Diagonalen in Drachen, Parallelogramm und Quadrat

c) Die Tabelle gibt die exakten Seiten- und Diagonalenlängen der Vierecke **I** bis **VIII** an.

**Begründe:** Keines der Vierecke ist ein Quadrat, denn alle Vierecke außer **II** besitzen mindestens zwei unterschiedliche Seitenlängen. Viereck **II** hat zwar vier gleich lange Seiten, aber zwei verschieden lange Diagonalen.

Bei einem Quadrat können die

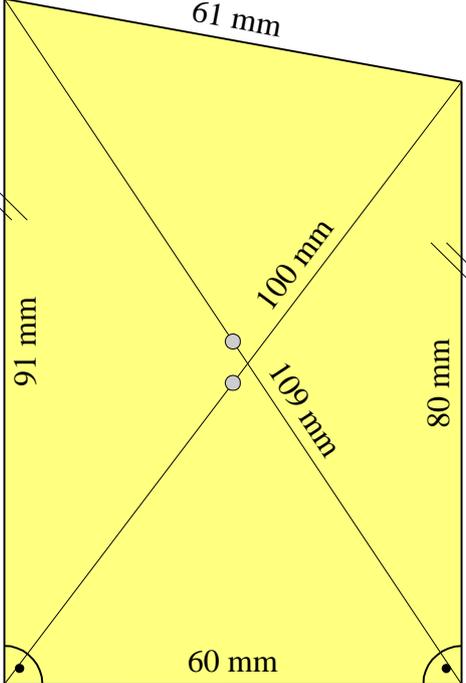
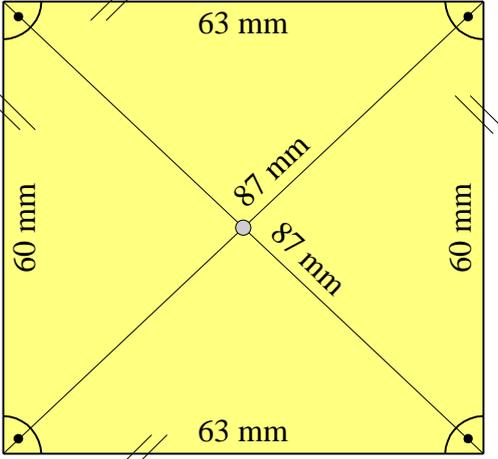
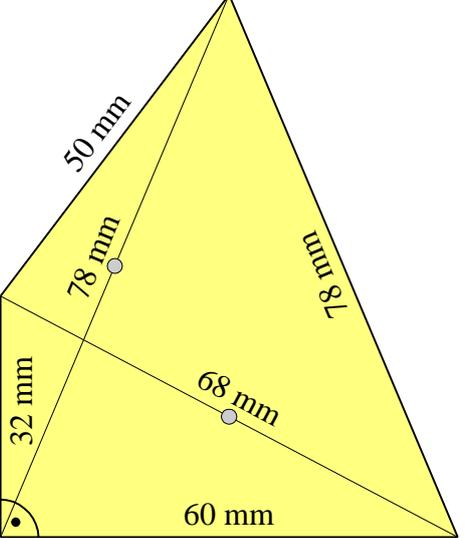
Seiten- oder die Diagonalenlängen nicht beide gleichzeitig rational sein.

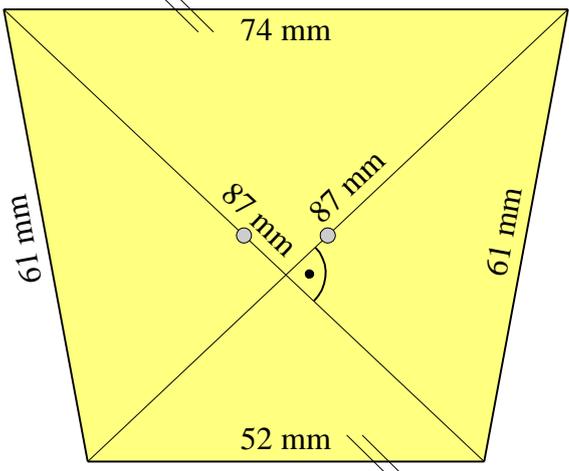
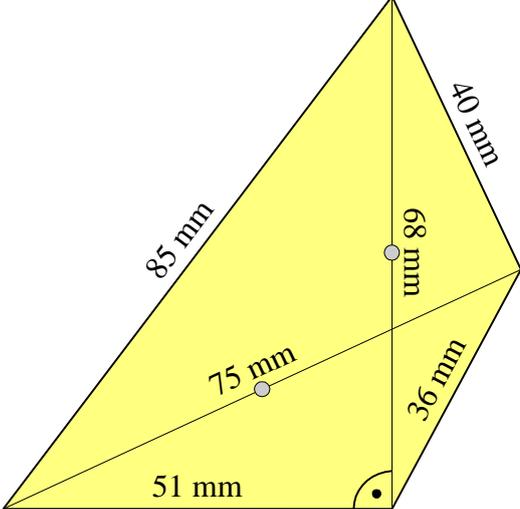
Versuche, aus diesen Maßen *wenigstens einen* Viereckstyp zu erkennen und **gib** dessen Namen **an**. **Begründe** deine Zuordnung. **Konstruiere** eines dieser Vierecke. *Siehe Tabelle*

**Quelle:** Lösung entnommen MA-THEMA März 2021; *diese Lösung geht über die Aufgabenstellung in MATHE\_364 hinaus, da sie zusätzlich für jedes Viereck einen Vergleich seiner Eigenschaften mit denen eines Quadrats enthält.*

Nr.	Typ	a	b	c	d	e	f
<b>I</b>	D	60	60	45	45	72	75
<b>II</b>	Ra	58	58	58	58	84	80
<b>III</b>	T	60	80	61	91	100	109
<b>IV</b>	Re	63	60	63	60	87	87
<b>V</b>		60	78	50	32	78	68
<b>VI</b>	gT	52	61	74	61	87	87
<b>VII</b>		51	36	40	85	75	68
<b>VIII</b>		48	14	30	40	50	40

Viereck	Abbildung
<p>Viereck <b>I</b> besitzt zwei Paare gleich langer Nachbarseiten. <i>Damit handelt es sich um ein symmetrisches Drachenviereck.</i></p> <p>Dieser Viereckstyp besitzt orthogonale Diagonalen; der Diagonalschnittpunkt halbiert eine der beiden Diagonalen. Die Mitte der anderen Diagonalen liegt bei Viereck <b>I</b> jedoch nicht im Diagonalschnittpunkt, aber als Gemeinsamkeit mit Quadraten besitzt dieses Viereck immerhin zwei rechte Winkel.</p>	
<p>Viereck <b>II</b> hat vier gleich lange Seiten, aber zwei verschieden lange Diagonalen. <i>Es handelt sich folglich um eine Raute, die kein Quadrat ist.</i></p> <p>Dieser Viereckstyp besitzt fast alle Eigenschaften eines Quadrats, aber Viereck <b>II</b> hat keine rechten Winkel sowie verschieden lange Diagonalen.</p>	

Viereck	Abbildung
<p>Viereck <b>III</b> besitzt als Gemeinsamkeit mit Quadraten immerhin zwei rechte Winkel und zwei parallele Seiten. <b>Es handelt sich um ein rechtwinkliges Trapez.</b></p> <p>Zahlreiche weitere Eigenschaften sprechen gegen ein Quadrat, zum Beispiel die verschieden langen Diagonalen.</p>	
<p>Viereck <b>IV</b> hat zwei gleich lange Diagonalen und zwei Paare gleich langer gegenüberliegender Seiten sowie vier rechte Winkel. <b>Es handelt sich um ein Rechteck.</b></p> <p>Dieser Viereckstyp besitzt fast alle Eigenschaften eines Quadrats; bei Viereck <b>IX</b> schneiden sich die Diagonalen allerdings nicht rechten Winkel, und es sind nicht alle Seiten gleich lang, sondern es gibt zwei verschiedene Paare gleich langer gegenüberliegender Seiten.</p>	
<p>Viereck <b>V</b> besitzt als einzige Gemeinsamkeit mit Quadraten einen rechten Winkel. Die andere Besonderheit schließt dagegen aus, dass es sich um ein Quadrat handeln kann: eine Diagonale und eine der vier Seiten sind gleich lang.</p>	

Viereck	Abbildung
<p>Viereck <b>VI</b> besitzt mehrere, aber längst nicht alle Eigenschaften eines Quadrates: ein Paar gleich langer gegenüberliegender Seiten, ein (anderes) Paar gegenüberliegender paralleler Seiten sowie zwei gleich lange Diagonalen. <b>Daraus folgt, dass es sich um ein gleichschenkliges Trapez handelt.</b> Bei diesem Viereckstyp liegt der Diagonalschnittpunkt nicht unbedingt im Mittelpunkt der Diagonalen. Als weitere Gemeinsamkeit mit Quadraten sind bei Viereck <b>IV</b> die Diagonalen orthogonal.</p>	
<p>Viereck <b>VII</b> weist als einzige besondere Eigenschaft einen rechten Winkel zwischen einer Seite und einer der beiden Diagonalen auf. Das ist jedoch keine Eigenschaft eines Quadrates, sondern schließt sogar aus, dass es sich um ein Quadrat handeln kann.</p>	
<p>Viereck <b>VIII</b> weist als besondere Eigenschaft lediglich einen rechten Winkel auf. Das ist auch die einzige Gemeinsamkeit mit Quadraten.</p>	