MATHE 364

28.12. Kreisumfang und die Kreiszahl π

Bei praktischen handwerklichen Arbeiten muss gelegentlich der Umfang eines Kreises bestimmt werden. Dafür genügt fast immer diese praktische Formel: "*Nimm das Dreifache des Durchmessers und rechne 5 % zum Dreifachen hinzu*".

Die Kreiszahl π konnte in der Vergangenheit immer genauer bestimmt werden und fasziniert sehr viele Menschen. Beispielsweise ist der Chinese Chao Lu in der Disziplin *Pi auswendig aufsagen* offizieller Weltrekordhalter mit bestätigten 67 890 Nachkommastellen, die er am 20. November 2005 fehlerfrei in einer Zeit von 24 Stunden und 4 Minuten aufsagte. Er war sowohl vom Guinness-Buch der Rekorde als auch von der Pi World Ranking List als Rekordhalter geführt.

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens eine der Teilaufgaben **a)**, **b)**, **c)** oder **d)**.

a) **Schätze**, wie viele Seiten zum Ausdrucken der Ziffern der Zahl π beim Weltrekord im Auswendig-Aufsagen benötigt werden (mit kurzer Begründung).

Übrigens: Schweizer Forscher haben π auf 62,8 Billionen Stellen bestimmt. Da in der Formatvorlage von MATHE_364 Schriftart Verdana 11 pt Zeilenabstand 1,15-fach der Buchstabe *a* genau 3128 mal auf eine Seite passt, werden für $62{,}8 \cdot 10^{12}$ Ziffern etwa $2 \cdot 10^{10}$ Seiten benötigt. Da man sich auch das nicht vorstellen kann, rechnen wir aus, dass der Stapel bei 0,1 mm dicken Blättern $2 \cdot 10^{6}$ m hoch wäre. **Gib** diese Höhe in Kilometern **an**.

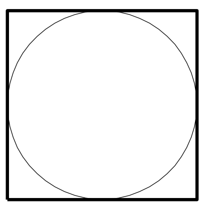
b) Im Jahre 1897 wurde im US-Bundesstaat Indiana ein Gesetzentsurf vorgelegt, in dem es hieß „Das Verhältnis von Durchmesser und Umfang (eines Kreises) ist 5/4 zu 4". Übersetzt als Gleichung lautet diese Aussage $\frac{d}{u} = \frac{\frac{5}{4}}{4}$. Dieser Gesetzentwurf wurde allerdings vom Senat des States Indiana nicht bestätigt.

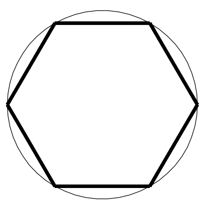
Quelle: [Die Zeit: Stimmts? - pi.pdf]

Heute verwenden wir das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser, also $\pi = \frac{u}{d}$.

Bestimme den amtlichen Näherungswert des States Indiana für die Zahl Pi aus dem Entwurf von 1897 und **bewerte** diesen Näherungswert aus heutiger Sicht.

c) Zeichne zwei Kreise mit 10 cm Durchmesser.
Bestimme für 10 cm Durchmesser die Länge der dick markierten Streckenzüge.
Erkläre, warum man aus dieser Länge jeweils einen Näherungswert für die Zahl π erhält.





Gib diese Näherungswerte für die Zahl π **an.** $\pi \approx$ ___ und $\pi \approx$ ___

d) Die Zahl Pi hat bekanntlich ungefähr den Wert 3,14.

Gib den Näherungswert für Pi **an**, mit dem diese praktische Formel arbeitet: "*Nimm das Dreifache des Durchmessers und rechne 5 % zum Dreifachen hinzu*".

Lösungen 28.12. Kreisumfang und die Kreiszahl π

Die Kreiszahl π konnte in der Vergangenheit immer genauer bestimmt werden und fasziniert sehr viele Menschen. Beispielsweise ist der Chinese Chao Lu in der Disziplin *Pi auswendig aufsagen* offizieller Weltrekordhalter mit bestätigten 67 890 Nachkommastellen, die er am 20. November 2005 fehlerfrei in einer Zeit von 24 Stunden und 4 Minuten aufsagte. Er war sowohl vom Guinness-Buch der Rekorde als auch von der Pi World Ranking List als Rekordhalter geführt.

Wahlaufgaben: Bearbeite mindestens eine der Teilaufgaben **a)**, **b)**, **c)** oder **d)**.

a) **Schätze**, wie viele Seiten zum Ausdrucken der Ziffern der Zahl π beim Weltrekord im Auswendig-Aufsagen benötigt werden (mit kurzer Begründung).

Bei ca. 3000 Ziffern pro DIN A 4-Seite sind es ungefähr 70 000 : 3000 $\approx$ 23 Seiten

Übrigens: Schweizer Forscher haben π auf 62,8 Billionen Stellen bestimmt.
Da in der Formatvorlage von MATHE_364 Schriftart Verdana 11 pt Zeilenabstand 1,15-fach der Buchstabe *a* genau 3128 mal auf eine Seite passt, werden für $62{,}8 \cdot 10^{12}$ Ziffern etwa $2 \cdot 10^{10}$ Seiten benötigt. Da man sich auch das nicht vorstellen kann, rechnen wir aus, dass der Stapel bei 0,1 mm dicken Blättern $2 \cdot 10^{6}$ m hoch wäre. **Gib** diese Höhe in Kilometern **an**. $2 \cdot 10^{6}$ m = 2000 km

b) Im Jahre 1897 wurde im US-Bundesstaat Indiana ein Gesetzentsurf vorgelegt, in dem es hieß „Das Verhältnis von Durchmesser und Umfang (eines Kreises) ist 5/4 zu 4". Übersetzt als Gleichung lautet diese Aussage $\frac{d}{u} = \frac{\frac{5}{4}}{4}$. Dieser Gesetzentwurf wurde allerdings vom Senat des States Indiana nicht bestätigt.

Quelle: [Die Zeit: Stimmts? - pi.pdf]

Heute verwenden wir das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser, also $\pi = \frac{u}{d}$.

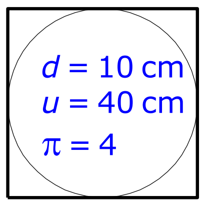
Bestimme den amtlichen Näherungswert des States Indiana für die Zahl Pi aus dem Entwurf von 1897 und **bewerte** diesen Näherungswert aus heutiger Sicht.

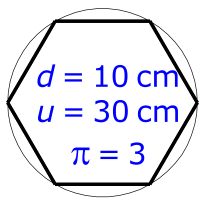
positiv: einfach zu merkende „glatte" Zahl

negativ: ziemlich ungenau, deutlich schlechter als die Handwerker-Formel, siehe **d)**

$$\frac{d}{u} = \frac{\frac{5}{4}}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{u}{d} = \frac{4}{\frac{5}{4}} = 4 \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$$

c) Zeichne zwei Kreise mit 10 cm Durchmesser.
Bestimme für 10 cm Durchmesser die Länge der dick markierten Streckenzüge. siehe Abb.
Erkläre, warum man aus dieser Länge jeweils einen Näherungswert für die Zahl π erhält.





Der Umfang ist $u = \pi \cdot d$. Der Umfang des Quadrats ist viermal die Seitenlänge, hier als viermal der Durchmesser. Der Umfang des Sechsecks ist sechsmal der Radius, also sechsmal 5 cm.

Gib diese Näherungswerte für die Zahl π **an.** $\pi \approx$ 4 und $\pi \approx$ 3

d) Die Zahl Pi hat bekanntlich ungefähr den Wert 3,14. Handwerkerformel: 3,15

Gib den Näherungswert für Pi **an**, mit dem diese praktische Formel arbeitet:
"*Nimm das Dreifache des Durchmessers und rechne 5 % zum Dreifachen hinzu*".