

MATHE 364

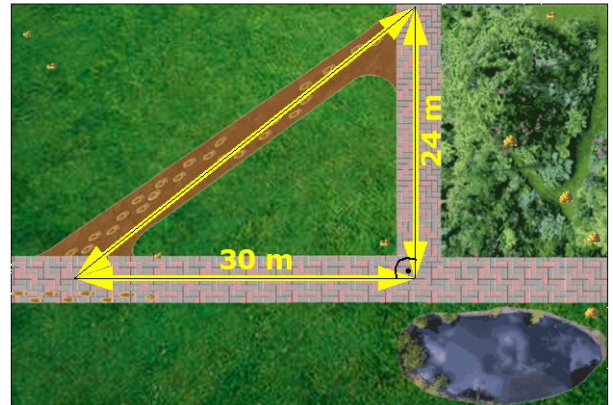
18.12. prozentuale Wegersparnis

Die Prozentrechnung ist fester Bestandteil im MSA und im ESA und hat auch für das tägliche Leben eine große praktische Bedeutung. Im Unterricht muss Prozentrechnung ständig wiederholt werden – auch mit MATHE_364.

Akkürzungen

Weshalb gehen viele Menschen in einer Parkanlage nicht auf den rechteckig angelegten Wegen, sondern diagonal über den Rasen ab?

Weil dieser Weg kürzer ist, obwohl man auf dem matschigen Trampelpfad bei Regen langsamer vorankommt. Diese Abbildung stammt aus dem Kalenderblatt „Trampelpfade“ vom 11. Dezember.



Wir untersuchen heute erneut die Trampelpfade und verbinden damit für den ESA die Themen Pythagoras, Prozentrechnung sowie Dreisatz / umgekehrten Dreisatz.

- a) Die Abbildung zeigt einen 54 m langen gepflasterten Weg sowie einen ca. 16 m kürzeren Trampelpfad, mit dem man ca. 29 % der Wegstrecke spart. Ein Fußgänger kann 4 bis 6 Kilometer in einer Stunde zurücklegen. Gibt man die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde an, dann sind 1,5 Meter pro Sekunde ein typisches Fußgängertempo.

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens eine* der Wahlaufgaben in a).

- **Gib** 4 km/h und 6 km/h in Meter pro Sekunde **an**.
- **Gib** 1,5 m/s in km/h **an**.
- **Berechne** den Zeitaufwand für die 54 m lange Strecke.
- Im Matsch beträgt die Höchstgeschwindigkeit nur noch 1 m pro Sekunde.

Vergleiche den Zeitaufwand für den gepflasterten Weg mit der Zeitaufwand für die Abkürzung. **Begründe:** Bei schlechtem Untergrund stimmt die Zeitersparnis nicht mit der Wegersparnis von ca. 29 % überein.

Wahlaufgaben: Bearbeite Teilaufgabe b) oder Teilaufgabe c).

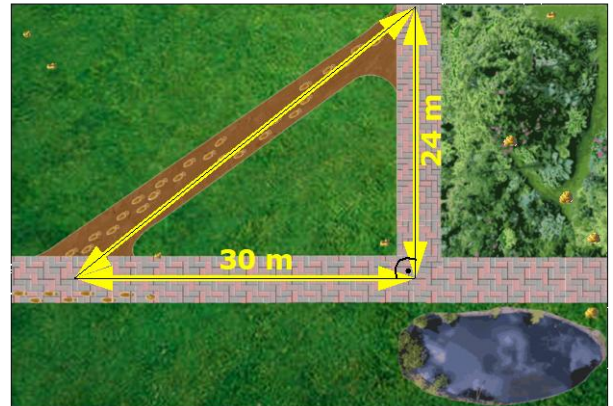
- b) **Zeichne** ein rechtwinkliges Dreieck. **Vergleiche** den Weg entlang der Katheten mit der Abkürzung entlang der Hypotenuse. **Bestimme** die absolute Länge des eingesparten Weges in cm und die prozentuale Einsparung.
- c) **Zeichne** rechtwinklige Dreiecke und probiere, eine bestimmte prozentuale Einsparung deiner Wahl, zum Beispiel 10 %, 20 % oder 30% zu erreichen. Gibt es eine größtmögliche Einsparung, die nicht übertroffen werden kann? **Gib** jeweils den Winkel zwischen einer Kathete und der Hypotenuse **an**.

Die Prozentrechnung ist fester Bestandteil im MSA und im ESA, auch im täglichen Leben begegnet sie uns ständig. Warum muss man sie ständig wiederholen?

Akkürzungen

Weshalb gehen viele Menschen in einer Parkanlage nicht auf den rechteckig angelegten Wegen, sondern diagonal über den Rasen ab?

Weil dieser Weg kürzer ist, obwohl man auf dem matschigen Trampelpfad bei Regen langsamer vorankommt. Diese Abbildung stammt aus dem Kalenderblatt „Trampelpfade“ vom 11. Dezember.



Wir untersuchen heute erneut die Trampelpfade und verbinden damit für den ESA die Themen Pythagoras, Prozentrechnung sowie Dreisatz / umgekehrten Dreisatz.

- a)** Die Abbildung zeigt einen 54 m langen gepflasterten Weg sowie einen ca. 16 m kürzeren Trampelpfad, mit dem man ca. 29 % der Wegstrecke spart.
- Ein Fußgänger kann 4 bis 6 Kilometer in einer Stunde zurücklegen. Gibt man die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde an, dann sind 1,5 Meter pro Sekunde ein typisches Fußgängertempo.

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens eine* der Wahlaufgaben in **a**).

- in Meter pro Sekunde **angeben** $4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{40}{36} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60}{36} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Dreisatz oder Maßzahl durch 3,6 dividieren, Einheit km/h durch m/s ersetzen
- in km/h **angeben** $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
Dreisatz oder Maßzahl mit 3,6 multiplizieren, Einheit m/s durch km/h ersetzen
- $t = \frac{s}{v}$ **Berechne** den Zeitaufwand für die 54 m lange Strecke. $54 : 1,5 = 36$.
Dreisatz oder Formel Bei 1,5 m/s dauert die 54 m lange Strecke 36 s.
- Im Matsch beträgt die Höchstgeschwindigkeit nur noch 1 m pro Sekunde.

Vergleiche den Zeitaufwand für den gepflasterten Weg mit der Zeitaufwand für die Abkürzung. $54 \text{ m} - 16 \text{ m} = 38 \text{ m}$. Der Trampelpfad ist zwar kürzer, aber man kommt langsamer voran und benötigt 38 s, mehr als auf dem festen Untergrund.

Begründe: Bei schlechtem Untergrund stimmt die Zeitersparnis nicht mit der Wegersparnis von ca. 29 % überein. Nur bei gleichen Geschwindigkeiten wäre die prozentuale Ersparnis der Wegstrecke gleich der prozentualen Ersparnis der benötigten Zeit. Da es auf der Abkürzung langsamer vorangeht, muss die ersparte Zeit weniger als 29 % betragen.

Es gibt in diesem Fall sogar keine Zeitersparnis, auf dem kürzeren Weg werden im Gegenteil 2 Sekunden mehr benötigt. Ursache: Der Weg ist weniger als ein Drittel kürzer, die Geschwindigkeit ist aber um genau ein Drittel kleiner.

Wahlaufgaben: Bearbeite Teilaufgabe **b**) oder Teilaufgabe **c**). → nächste Seite

Wahlaufgaben: Bearbeite Teilaufgabe **b)** oder Teilaufgabe **c)**.

- b) Zeichne** ein rechtwinkliges Dreieck. **Vergleiche** den Weg entlang der Katheten mit der Abkürzung entlang der Hypotenuse. **Bestimme** die absolute Länge des eingesparten Weges in cm und die prozentuale Einsparung. **Individuelle Werte; mögliche Lösungswege:** Zeichnen, messen und Prozentrechnung oder konstruieren, rechnen mit dem Satz von Pythagoras sowie Prozentrechnung
- c) Zeichne** rechtwinklige Dreiecke und probiere, eine bestimmte prozentuale Einsparung deiner Wahl, zum Beispiel 10 %, 20 % oder 30% zu erreichen. **Die größtmögliche Einsparung 29,29 % bei 45° kann nicht übertroffen werden. Gib** jeweils den Winkel zwischen einer Kathete und der Hypotenuse **an**. **Individuelle Werte; mögliche Lösungswege wie bei b), außerdem noch systematisches Probieren mit GeoGebra; beispielhafter Lösungsvorschlag:**

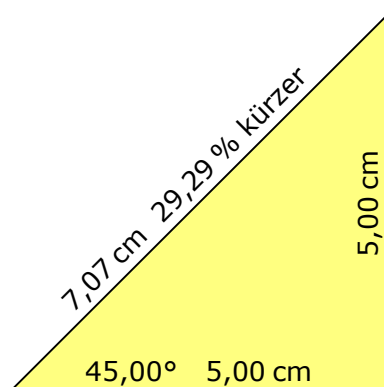
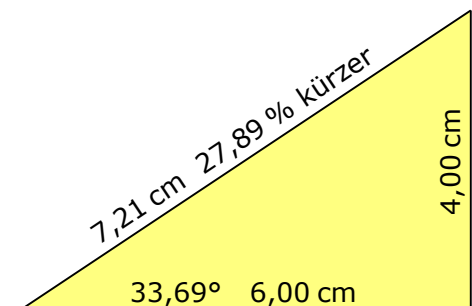
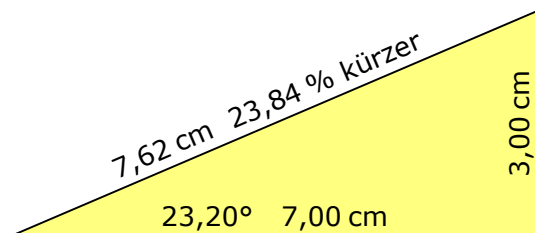
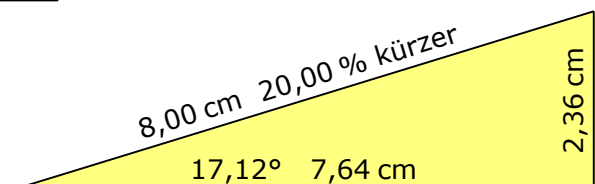
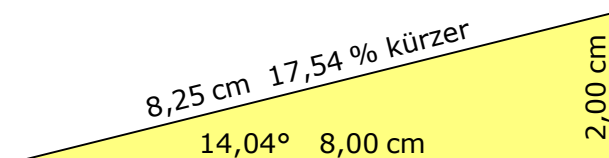
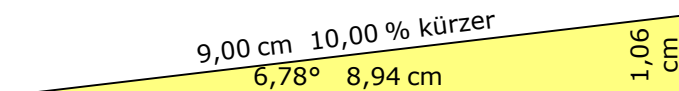


Tabelle und Graph siehe nächste Seite

Wahlaufgaben: Bearbeite Teilaufgabe **b)** oder Teilaufgabe **c)**.

- c) Zeichne** rechtwinklige Dreiecke und probiere, eine bestimmte prozentuale Einsparung deiner Wahl, zum Beispiel 10 %, 20 % oder 30% zu erreichen.

Die größtmögliche Einsparung 29,29 % bei 45° kann nicht übertroffen werden.

Gib jeweils den Winkel zwischen einer Kathete und der Hypotenuse **an**.

zeichnerische Lösung siehe vorletzte Seite

weitere Lösungsmöglichkeit: Konstruieren mit GeoGebra, Messen und Berechnen der prozentualen Ersparnis, Erfassen in einer Tabelle, Darstellen des Zusammenhangs als Graph

horizontal	vertikal	Ersparnis	Winkel
10 cm	0 cm	0 %	0°
9 cm	1 cm	9,45 %	6,34°
8 cm	2 cm	17,54 %	14,04°
7 cm	3 cm	23,84 %	23,2°
6 cm	4 cm	27,89 %	33,69°
5 cm	5 cm	29,29 %	45°
4 cm	6 cm	27,89 %	56,31°
3 cm	7 cm	23,84 %	66,8°
2 cm	8 cm	17,54 %	75,96°
1 cm	9 cm	9,45 %	83,66°
0 cm	10 cm	0 %	90°

