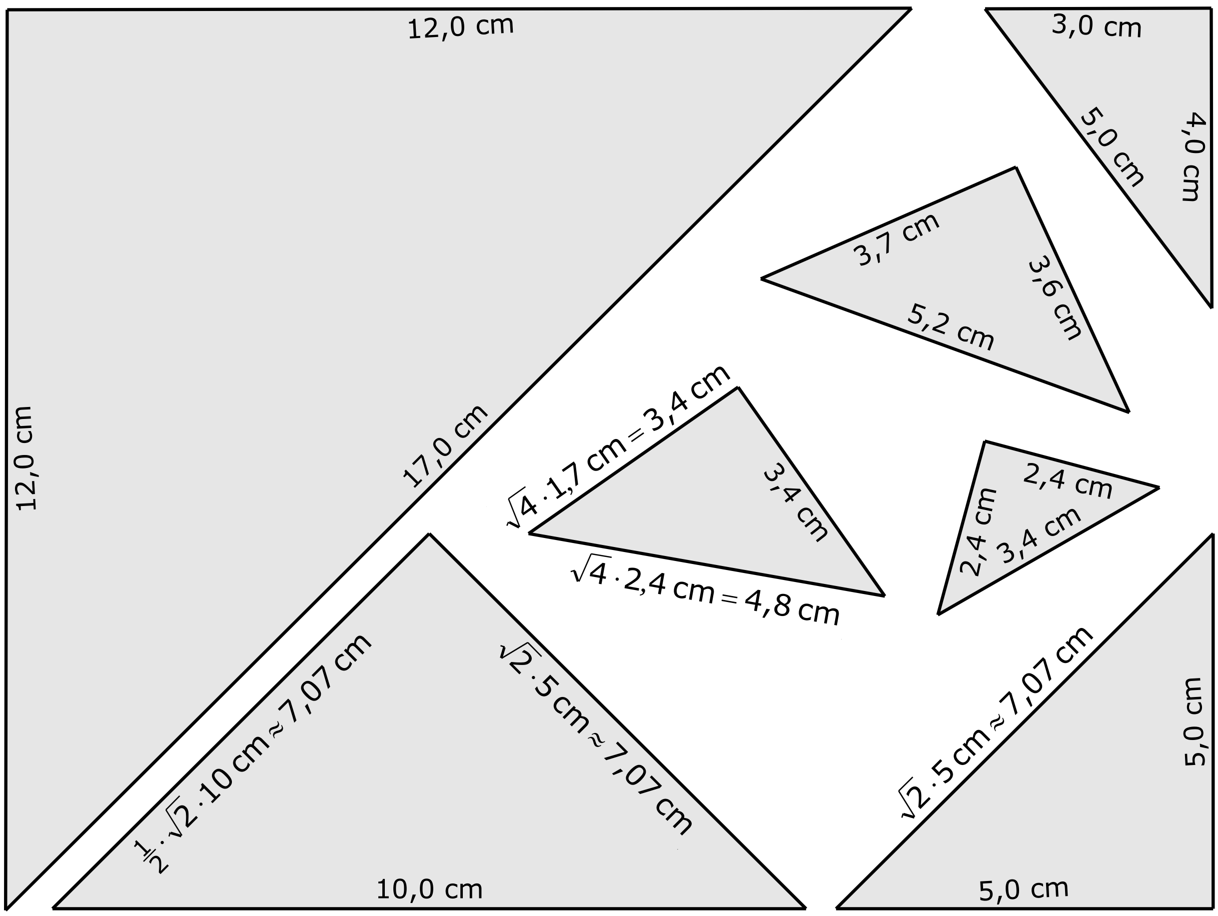
MATHE 364

03.12. gleichschenklige, rechtwinklige und andere Dreiecke



a) Die Abbildung zeigt sieben Dreiecke, darunter spitzwinklige, stumpfwinklige, rechtwinklige, gleichschenklige und solche mit drei verschiedenen Seitenlängen.

Markiere von jedem Typ ein Dreieck und **kennzeichne** den für diesen Typ wichtigen Winkel bzw. die gleich langen Schenkel.

b) Ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (nicht in der Abbildung dargestellt) hat 9 cm lange Katheten. **Gib** die Länge der Hypotenuse **an**.

c) Ein anderes gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (nicht in der Abbildung dargestellt) hat eine 24 cm lange Hypotenuse. **Gib** die Länge der Katheten **an**.

Wahlaufgabe: Bearbeite Teilaufgabe **d)**, **e)** oder Teilaufgabe **f)**.

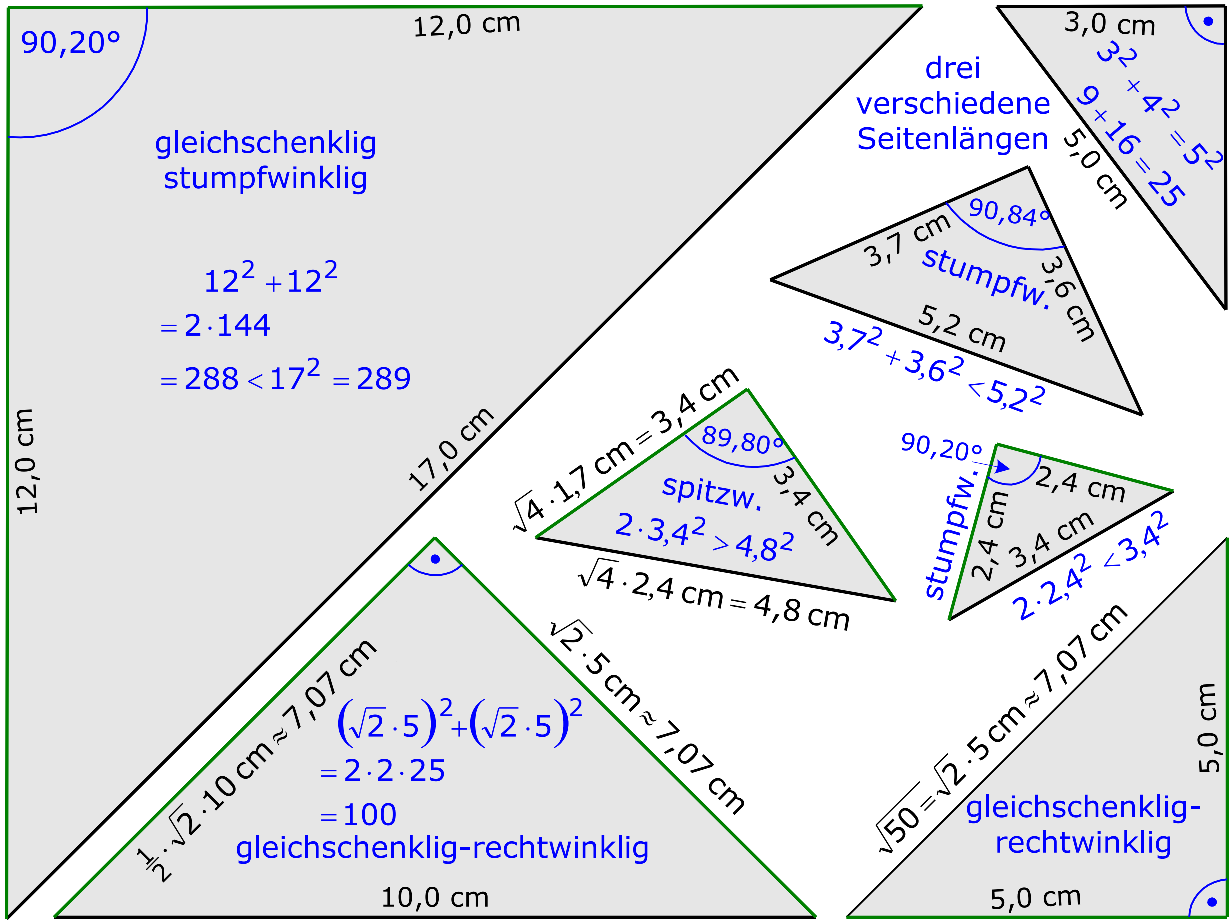
a und *b* sollen natürliche Zahlen sein.
Unter dieser Bedingung kann die Gleichung $2 \cdot a^2 = b^2$ niemals erfüllt sein.
Dies ist die Idee für einen Beweis, dass $\sqrt{2}$ irrational ist.

d) **Markiere** in der Abbildung alle Strecken mit einer irrationalen Länge.

e) **Formuliere** mit eigenen Worten, was eine irrationale Zahl ist.

f) **Erkläre**, was $2 \cdot a^2 = b^2$ für gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke bedeutet.

Lösungen 03.12. gleichschenklige, rechtwinklige und andere Dreiecke



a) Die Abbildung zeigt sieben Dreiecke, darunter spitzwinklige, stumpfwinklige, rechtwinklige, gleichschenklige und solche mit drei verschiedenen Seitenlängen.

Markiere von jedem Typ ein Dreieck und **kennzeichne** den für diesen Typ wichtigen Winkel bzw. die gleich langen Schenkel (grün). siehe Abbildung

b) Ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (nicht in der Abbildung dargestellt) hat 9 cm lange Katheten. **Gib** die Länge der Hypotenuse **an**.

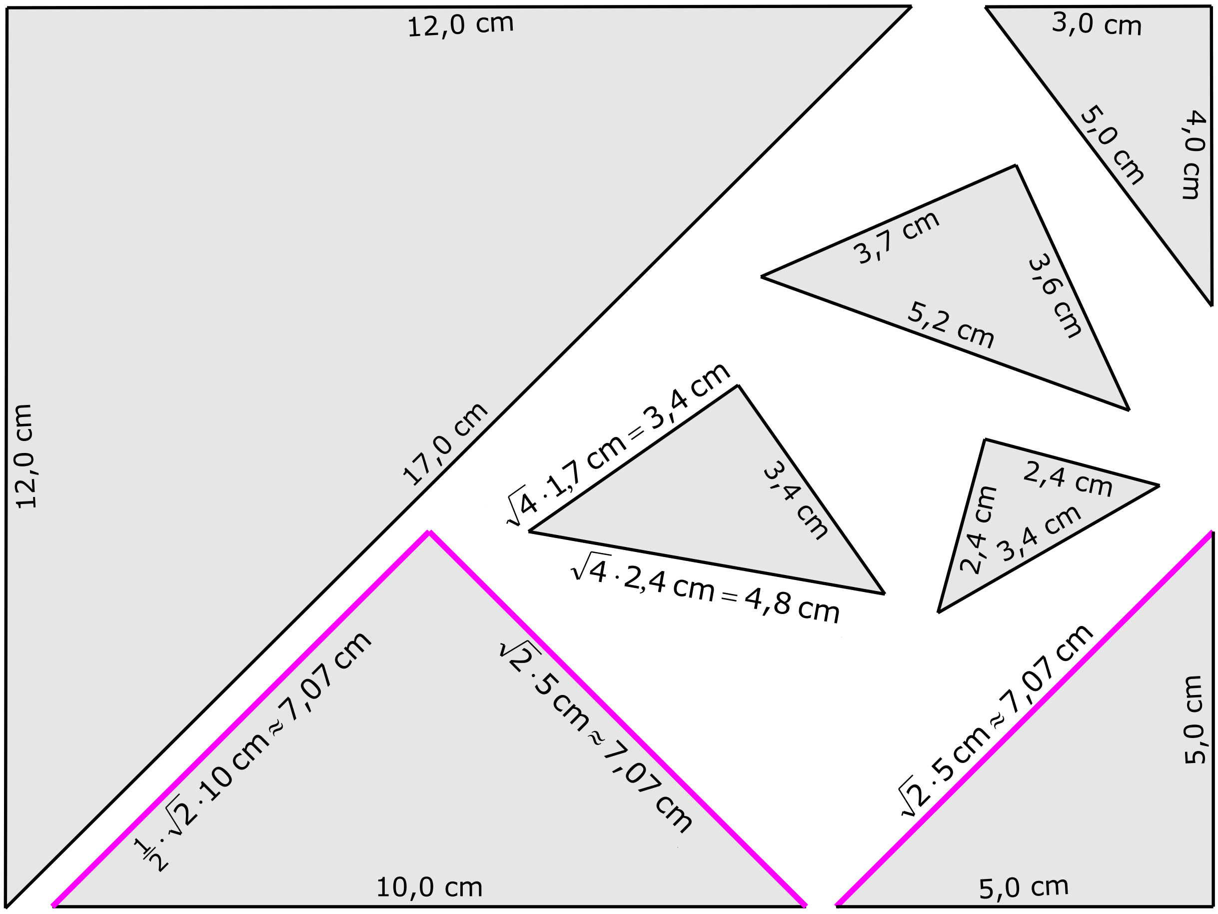
$$c = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = \sqrt{2 \cdot 9^2} = \sqrt{162} = 9 \cdot \sqrt{2} \approx 12{,}7$$

c) Ein anderes gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (nicht in der Abbildung dargestellt) hat eine 24 cm lange Hypotenuse. **Gib** die Länge der Katheten **an**.

$$c^2 = 2 \cdot a^2 \quad |:2$$
$$\tfrac{1}{2}c^2 = a^2 \quad |\sqrt{\ }$$
$$\sqrt{\tfrac{1}{2}c^2} = a$$
$$\sqrt{\tfrac{1}{2}} \cdot c = a$$
$$\tfrac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot c = a$$
$$a \approx 0{,}707 \cdot c$$

$$c^2 = 2 \cdot a^2$$
$$24^2 = 2 \cdot a^2$$
$$576 = 2 \cdot a^2 \quad |:2$$
$$288 = a^2 \quad |\sqrt{\ }$$
$$\sqrt{288} = a$$
$$12 \cdot \sqrt{2} = a$$
$$a \approx 16{,}97$$

Lösungen 03.12. gleichschenklige, rechtwinklige und andere Dreiecke



Wahlaufgabe: Bearbeite Teilaufgabe **d)**, **e)** oder Teilaufgabe **f)**.

a und *b* sollen natürliche Zahlen sein.

Unter dieser Bedingung kann die Gleichung $2\cdot a^2 = b^2$ niemals erfüllt sein.

Dies ist die Idee für einen Beweis, dass $\sqrt{2}$ irrational ist.

d) **Markiere** in der Abbildung alle Strecken mit einer irrationalen Länge.

siehe pinkfarbige Strecken

e) **Formuliere** mit eigenen Worten, was eine irrationale Zahl ist.

Eine irrationale Zahl hat eine Zifferndarstellung, die nach dem Komma nicht abbricht und in der sich keine Ziffernfolge periodisch wiederholt.

Eine irrationale Zahl kann nicht als Bruch dargestellt werden, bei dem der Zähler eine ganze Zahl und der Nenner eine natürliche Zahl ist.

f) **Erkläre**, was $2\cdot a^2 = b^2$ für gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke bedeutet.

a und *b* können nicht beide zugleich ganzzahlige oder rationale Werte besitzen. Eine der beiden Zahlen muss irrational sein, es können auch beide zugleich irrational sein.