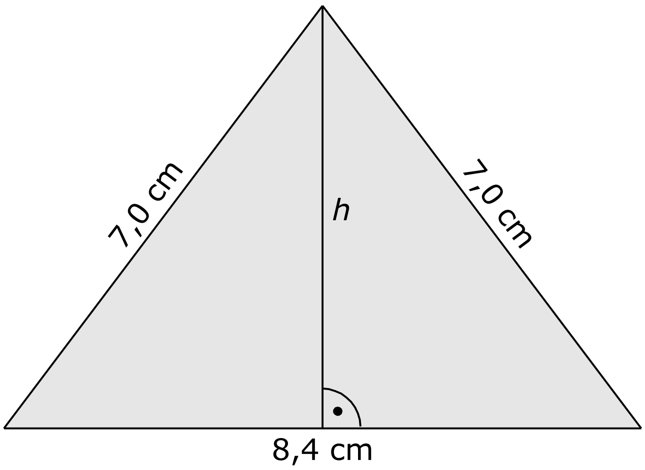
MATHE 364

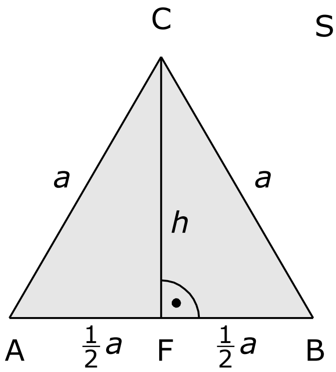
16.02. Flächeninhalt gleichschenkliger Dreiecke

Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **a)** bis **c)**.

a) **Berechne** die Länge h der Höhe und **bestimme** den Flächeninhalt des Dreiecks.



b) Diese Rechnung ist eine Herleitung der Formeln für die Länge h der Höhe im gleichseitigen Dreieck sowie für den Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks.



Satz des Pythagoras im Dreieck AFC:

$$\left(\tfrac{1}{2}\cdot a\right)^2 + h^2 = a^2$$

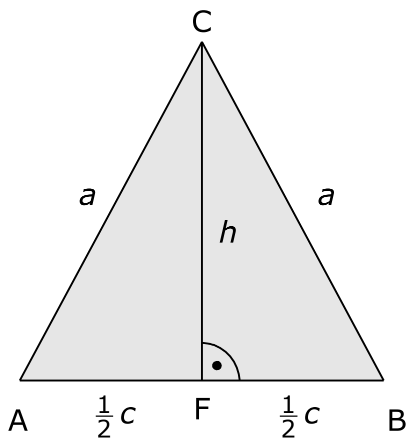
$$\tfrac{1}{4}\cdot a^2 + h^2 = a^2 \qquad \left|\; -\tfrac{1}{4}\cdot a^2\right.$$

$$h^2 = \tfrac{3}{4}\cdot a^2$$

$$h = \sqrt{\tfrac{3}{4}\cdot a^2} = \tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot a$$

$$A = \tfrac{1}{2}\cdot a\cdot h = \tfrac{1}{2}\cdot a\cdot\tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot a = \tfrac{1}{4}\cdot\sqrt{3}\cdot a^2$$

Leite in ähnlicher Weise eine Formel für die Länge h der Höhe im gleichschenkligen Dreieck **her**. Die Basis hat die Länge c, die beiden gleich langen Schenkel haben die Länge a.



c) *siehe nächste Seite*

16.02. Flächeninhalt gleichschenkliger Dreiecke

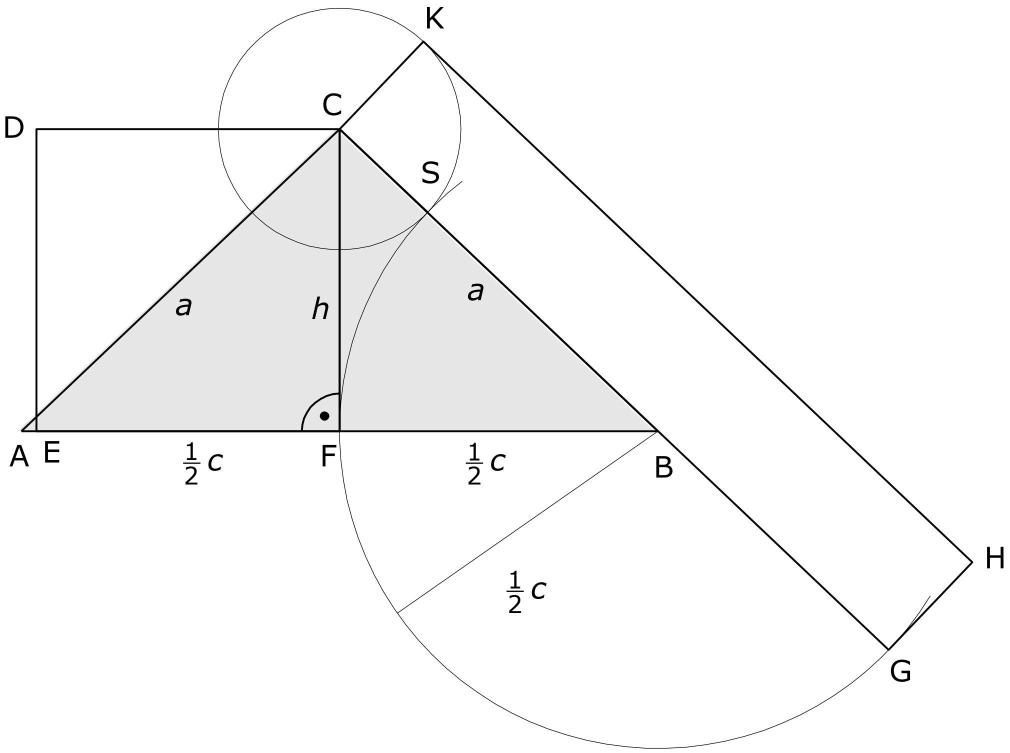
Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **a)** bis **c)**.

c) **Suche** und **beschrifte** in der Zeichnung passende Strecken mit den Längen $a+\frac{1}{2}c$ und $a-\frac{1}{2}c$.

Berechne $\left(a+\frac{1}{2}c\right)\cdot\left(a-\frac{1}{2}c\right)$.

Begründe: Das Quadrat EFCD und das Rechteck CGHK haben den gleichen Flächeninhalt.

Bestimme diesen Flächeninhalt.

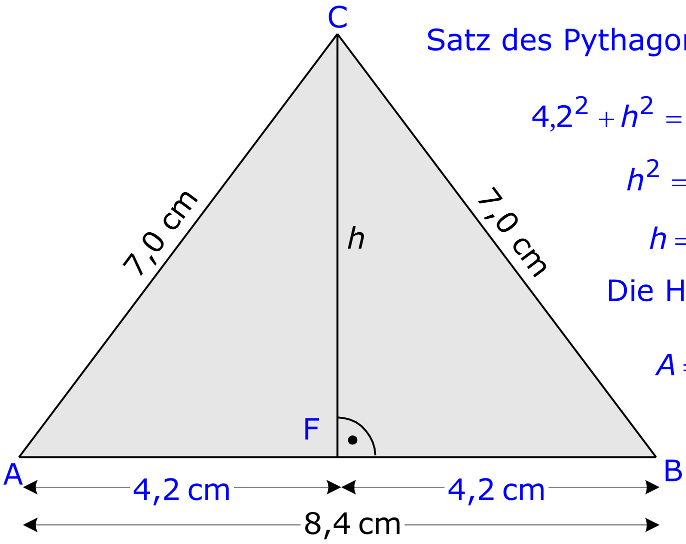


MATHE 364

Lösungen 16.02. Flächeninhalt gleichschenkliger Dreiecke

Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **a)** bis **c)**.

a) **Berechne** die Länge h der Höhe und **bestimme** den Flächeninhalt des Dreiecks.



Satz des Pythagoras im Dreieck AFC:

$$4{,}2^2 + h^2 = 7^2 \quad \big|\, -4{,}2^2$$

$$h^2 = 7^2 - 4{,}2^2$$

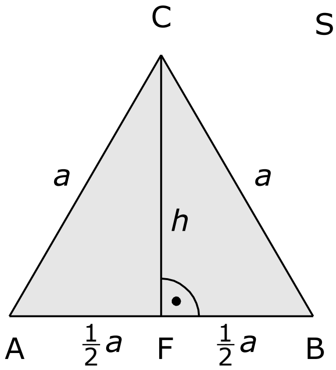
$$h = \sqrt{49 - 17{,}64} = \sqrt{31{,}36} = 5{,}6$$

Die Höhe zur Basis ist 5,6 cm lang.

$$A = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot 8{,}4 \cdot 5{,}6 = 23{,}52$$

Das Dreieck besitzt den Flächeninhalt A = 23,53 cm^2.

b) Diese Rechnung ist eine Herleitung der Formeln für die Länge h der Höhe im gleichseitigen Dreieck sowie für den Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks.



Satz des Pythagoras im Dreieck AFC:

$$\left(\tfrac{1}{2} \cdot a\right)^2 + h^2 = a^2$$

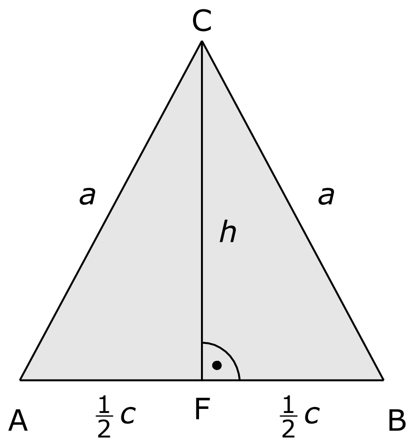
$$\tfrac{1}{4} \cdot a^2 + h^2 = a^2 \quad \big|\, -\tfrac{1}{4} \cdot a^2$$

$$h^2 = \tfrac{3}{4} \cdot a^2$$

$$h = \sqrt{\tfrac{3}{4} \cdot a^2} = \tfrac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

$$A = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a = \tfrac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

Leite in ähnlicher Weise eine Formel für die Länge h der Höhe im gleichschenkligen Dreieck **her**. Die Basis hat die Länge c, die beiden gleich langen Schenkel haben die Länge a.



Satz des Pythagoras im Dreieck AFC

$$\left(\tfrac{1}{2} \cdot c\right)^2 + h^2 = a^2$$

$$\tfrac{1}{4} \cdot c^2 + h^2 = a^2 \quad \big|\, -\tfrac{1}{4} \cdot c^2$$

$$h^2 = a^2 - \tfrac{1}{4} \cdot c^2$$

$$h = \sqrt{a^2 - \tfrac{1}{4} \cdot c^2}$$

$$A = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot h = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot \sqrt{a^2 - \tfrac{1}{4} \cdot c^2}$$

c) *siehe nächste Seite*

Lösungen 16.02. Flächeninhalt gleichschenkliger Dreiecke

Wahlaufgabe: Bearbeite *eine* der Teilaufgaben **a)** bis **c)**.

c) **Suche** und **beschrifte** in der Zeichnung passende Strecken mit den Längen $a+\frac{1}{2}c$ und $a-\frac{1}{2}c$. siehe Seitenlängen des Rechtecks in der Zeichnung

Berechne $\left(a+\frac{1}{2}c\right)\cdot\left(a-\frac{1}{2}c\right)= a^2-\left(\frac{1}{2}c\right)^2=a^2-\frac{1}{4}c^2$

Begründe: Das Quadrat EFCD und das Rechteck CGHK haben den gleichen Flächeninhalt. Das Quadrat hat die Seitenlänge h und den Flächeninhalt h^2.

Das Rechteck hat die Seitenlängen $a+\frac{1}{2}c$ und $a-\frac{1}{2}c$. Damit gilt für den

Flächeninhalt $A=\left(a+\frac{1}{2}c\right)\cdot\left(a-\frac{1}{2}c\right)=a^2-\left(\frac{1}{2}c\right)^2=a^2-\frac{1}{4}c^2$. Dieser Term ist

gleichwertig mit h^2, siehe separate Herleitung in der Abbildung.

Bestimme diesen Flächeninhalt.

Quadrat: $h = 4\text{ cm}$ oder Rechteck: $a+\frac{1}{2}c$ = 10 cm und $a-\frac{1}{2}c$ = 1,6 cm.

Beide Figuren haben den gleichen Flächeninhalt 16 cm².

Satz des Pythagoras im Dreieck AFC:

$$\left(\tfrac{1}{2}\cdot c\right)^2+h^2=a^2$$
$$\tfrac{1}{4}\cdot c^2+h^2=a^2 \quad \left|\, -\tfrac{1}{4}\cdot c^2\right.$$
$$h^2=a^2-\tfrac{1}{4}\cdot c^2$$
$$h=\sqrt{a^2-\tfrac{1}{4}\cdot c^2}$$