

MATHE 364

22.07. Quadratische Gleichungen

Lösungsformel (1-p-q-Formel):

$$1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0 \text{ hat die Lösungen } x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \text{ und } x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Satz von Vieta: Für die Lösungen der Gleichung $1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0$ gilt

$$p = -1 \cdot (x_1 + x_2) \text{ und } q = x_1 \cdot x_2$$

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ **Entscheide**, zum Beispiel mit Hilfe des Satzes von Vieta, welche der folgenden Aussagen zutreffen.

- Beide Lösungen sind positiv.
- Beide Lösungen sind negativ.
- Es gibt eine positive und eine negative Lösung.
- Beide Lösungen haben den gleichen Betrag (sind Zahl und Gegenzahl).
- Die positive Lösung hat den größeren Betrag.

b) Quadratische Gleichungen können irrationale Lösungen besitzen, zum Beispiel $x = 7 + \sqrt{13}$ oder $x = 7 - \sqrt{13}$.

Die Probe lässt sich gut mit dem Satz von Vieta durchführen:

$$(7 + \sqrt{13}) + (7 - \sqrt{13}) = 7 + 7 + \sqrt{13} - \sqrt{13} = 14; \quad -1 \cdot 14 = -14$$

$$(7 + \sqrt{13}) \cdot (7 - \sqrt{13}) = 7^2 - (\sqrt{13})^2 = 49 - 13 = 36$$

Gib die Gleichung **an**, die die Lösungen $x = 7 + \sqrt{13}$ und $x = 7 - \sqrt{13}$ besitzt.

c) Die Tabelle gibt die Lösungen von quadratischen Gleichungen an.

Gib mindestens dreimal die zugehörige quadratische Gleichung **an**.

erste Lösung	zweite Lösung	quadratische Gleichung
6	7	
-6	-7	
-6	7	
6	-7	
0	7	
0	-7	
-7	7	
7	7	
$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	
$5 + \sqrt{7}$	$5 - \sqrt{7}$	
0	-1	

Lösungsformel (1-p-q-Formel):

$$1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0 \text{ hat die Lösungen } x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \text{ und } x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Satz von Vieta: Für die Lösungen der Gleichung $1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0$ gilt

$$p = -1 \cdot (x_1 + x_2) \text{ und } q = x_1 \cdot x_2$$

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ **Entscheide**, zum Beispiel mit Hilfe des Satzes von Vieta, welche der folgenden Aussagen zutreffen. $L = \{3; -7\}$

- Beide Lösungen sind positiv. **f**
- Beide Lösungen sind negativ. **f**
- Es gibt eine positive und eine negative Lösung. **✓** $3 \cdot (-7) = -21$
- Beide Lösungen haben den gleichen Betrag (sind Zahl und Gegenzahl). **f**
- Die positive Lösung hat den größeren Betrag. **f** $-1 \cdot (3 + (-7)) = +4$

b) Quadratische Gleichungen können irrationale Lösungen besitzen, zum Beispiel

$$x = 7 + \sqrt{13} \text{ oder } x = 7 - \sqrt{13}.$$

Die Probe lässt sich gut mit dem Satz von Vieta durchführen:

$$(7 + \sqrt{13}) + (7 - \sqrt{13}) = 7 + 7 + \sqrt{13} - \sqrt{13} = 14; \quad -1 \cdot 14 = -14$$

$$(7 + \sqrt{13}) \cdot (7 - \sqrt{13}) = 7^2 - (\sqrt{13})^2 = 49 - 13 = 36$$

Gib die Gleichung **an**, die die Lösungen $x = 7 + \sqrt{13}$ und $x = 7 - \sqrt{13}$ besitzt.

$$x^2 - 14 \cdot x + 36 = 0$$

c) Die Tabelle gibt die Lösungen von quadratischen Gleichungen an.

Gib mindestens dreimal die zugehörige quadratische Gleichung **an**.

erste Lösung	zweite Lösung	quadratische Gleichung
6	7	$x^2 - 13 \cdot x + 42 = 0$
-6	-7	$x^2 + 13 \cdot x + 42 = 0$
-6	7	$x^2 - 1 \cdot x - 42 = 0$
6	-7	$x^2 + 1 \cdot x - 42 = 0$
0	7	$x^2 - 7 \cdot x = 0$
0	-7	$x^2 + 7 \cdot x = 0$
-7	7	$x^2 - 49 = 0$
7	7	$x^2 - 14 \cdot x + 49 = 0$
$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$x^2 - 5 = 0$
$5 + \sqrt{7}$	$5 - \sqrt{7}$	$x^2 - 10 \cdot x + 18 = 0$
0	-1	$x^2 + x = 0$