

MATHE 364

02.07. Stammbruch-Puzzle

Ein Bruch mit dem Zähler 1 heißt *Stammbruch*.

Du hast die Stammbrüche $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$.

Es sollen jeweils zwei oder mehr dieser Stammbrüche addiert werden. In einer solchen Summe darf jeder Stammbruch nur einmal verwendet werden, muss aber nicht verwendet werden.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

- a) **Bestimme** den Wert (*das Ergebnis*) einer der Summen aus der Abbildung.
Überprüfe deine Rechnung mit dem Taschenrechner.
- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens zwei* der folgenden Aufgabenstellungen.
Überprüfe deine Rechnungen mit dem Taschenrechner.
- **Gib** die kleinste Summe **an**, die du mit diesen Stammbrüchen bilden kannst.
Entscheide, ob diese kleinste Summe kleiner als $\frac{1}{2}$ ist.
 - **Stelle** $\frac{1}{2}$ als Summe dieser Stammbrüche **dar**.
 - **Begründe:** $\frac{1}{2}$ ist der einzige Stammbruch, der als Summe aus diesen Stammbrüchen dargestellt werden kann.
 - **Stelle** $\frac{3}{4}$ als Summe dieser Stammbrüche **dar**.
Kannst du $\frac{3}{4}$ auch noch mit zwei anderen Stammbrüchen darstellen?
 - **Stelle** 1 als Summe dieser Stammbrüche **dar**.
 - **Gib** die größte Summe dieser Stammbrüche **an**.
Entscheide, ob sie größer als 1 ist.
 - **Bestimme** die Anzahl: Wie viele verschiedene Summen können aus zwei oder mehr dieser Stammbrüche gebildet werden? Dabei sollen zwei Summen mit den gleichen Brüchen in anderer Reihenfolge nicht als verschieden gelten.

Ein Bruch mit dem Zähler 1 heißt *Stammbruch*.

Du hast die Stammbrüche $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$.

Es sollen jeweils zwei oder mehr dieser Stammbrüche addiert werden. In einer solchen Summe darf jeder Stammbruch nur einmal verwendet werden, muss aber nicht verwendet werden.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{19}{20}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$$

- a) **Bestimme** den Wert („das Ergebnis“) einer der Summen aus der Abbildung. **s.o.**
Überprüfe deine Rechnung mit dem Taschenrechner. ✓
- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens zwei* der folgenden Aufgabenstellungen.
Überprüfe deine Rechnungen mit dem Taschenrechner. ✓
- **Gib** die kleinste Summe **an**, die du mit diesen Stammbrüchen bilden kannst.
Entscheide, ob diese kleinste Summe kleiner als $\frac{1}{2}$ ist. $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30} < \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$
 - **Stelle** $\frac{1}{2}$ als Summe dieser Stammbrüche **dar**. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 - **Begründe:** $\frac{1}{2}$ ist der einzige Stammbruch, der als Summe aus diesen Stammbrüchen dargestellt werden kann. Mit den gegebenen Stammbrüchen ist $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$ die kleinste mögliche Summe. Sie ist größer als $\frac{1}{3}$. Die zweitkleinste mögliche Summe ist $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$, fast so groß wie $\frac{1}{2}$. Die drittkleinste Summe $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ ist gleich $\frac{1}{2}$. Alle anderen Summen sind größer und keine Stammbrüche.
 - **Stelle** $\frac{3}{4}$ als Summe dieser Stammbrüche **dar**. $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$
 - **Stelle** 1 als Summe dieser Stammbrüche **dar**. $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
 - **Gib** die größte Summe dieser Stammbrüche **an**. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{87}{60} > 1$
Entscheide, ob sie größer als 1 ist.
 - **Bestimme** die Anzahl: Wie viele verschiedene Summen können aus zwei oder mehr dieser Stammbrüche gebildet werden? Dabei sollen zwei Summen mit den gleichen Brüchen in anderer Reihenfolge nicht als verschieden gelten.
 Es sind 26 Summen (10 Summen mit 2 Summanden, 10 mit 3, 5 mit 4 Summanden und eine Summe mit fünf Summanden).