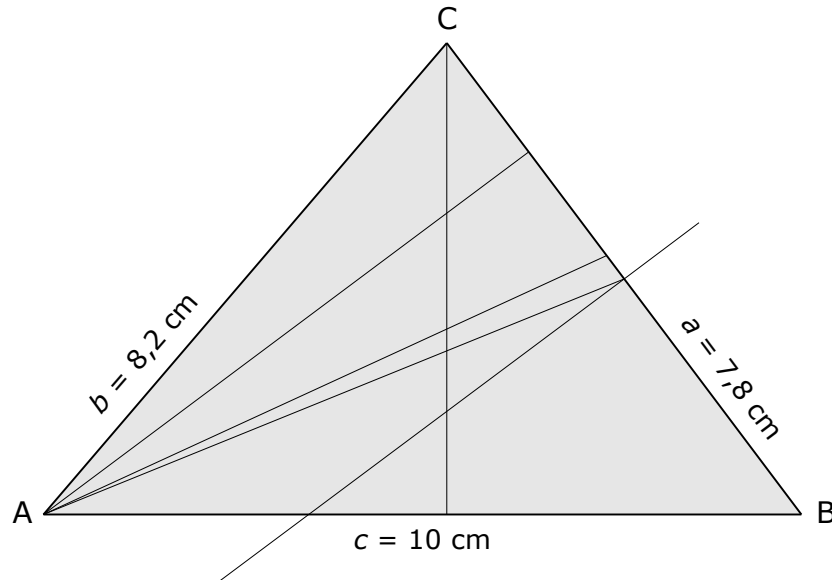


MATHE 364

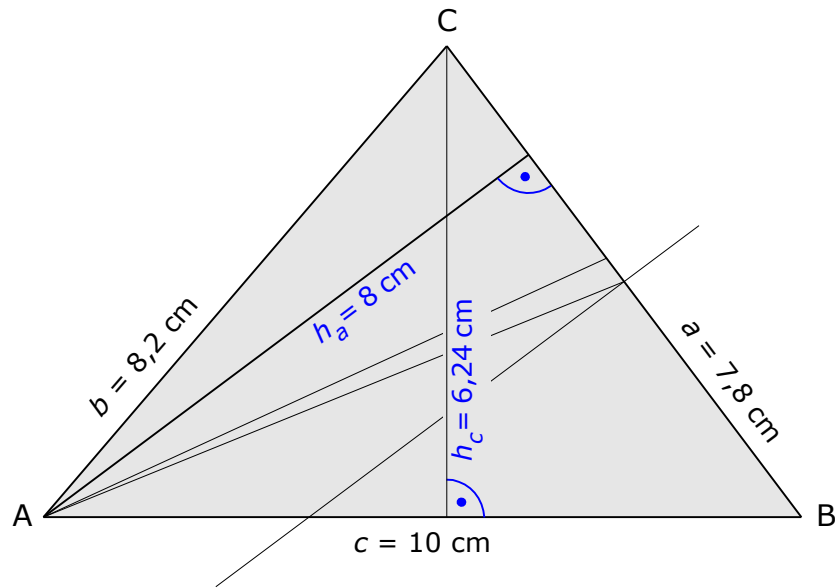
03.07. besondere Linien im Dreieck

Die Abbildung zeigt das Dreieck ABC mit einigen seiner besonderen Linien (Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende).



- a) Die Höhe zur 10 cm langen Seite ist 6,24 cm lang. **Wahlaufgabe:**
- **Bestimme** den Flächeninhalt des Dreiecks. *oder*
 - **Bestimme** die Länge der Höhe zu der 7,8 cm langen Seite.
- b) **Wahlaufgaben:** Bearbeite *mindestens zwei* der folgenden Aufgabenstellungen.
- **Beschrifte** die eingezeichneten besonderen Linien mit ihrer Art (Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende).
Konstruiere *mindestens zwei weitere* dieser besonderen Linien.
 - **Konstruiere** den Umkreis des Dreiecks oder den Inkreis des Dreiecks.
 - **Überprüfe:** Drei Schnittpunkte von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden liegen auf dem Umkreis des Dreiecks.
 - **Begründe:** Das Dreieck ist nicht gleichschenkelig.
 - **Überprüfe:** Die Punkte, in denen der Inkreis die Seiten des Dreiecks berührt, sind 5 cm, 4,8 cm bzw. 3 cm von den Eckpunkten entfernt.
 - **Begründe:** Der Durchmesser des Umkreises ist größer als 10 cm.
 - **Gib an,** wie man das Dreieck in zwei Teile mit exakt gleich großen Flächeninhalten zerlegen kann.
 - Zwei eingezeichnete besondere Linien sind parallel. **Markiere** sie und **erkläre**.

In den Abbildungen auf den folgenden Seiten sind jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.



- a) Die Höhe zur 10 cm langen Seite ist 6,24 cm lang. **Wahlaufgabe:**

Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks.

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 6,24 \text{ cm} = 31,2 \text{ cm}^2$$

Bestimme die Länge der Höhe zu der 7,8 cm langen Seite.

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \quad | \cdot 2$$

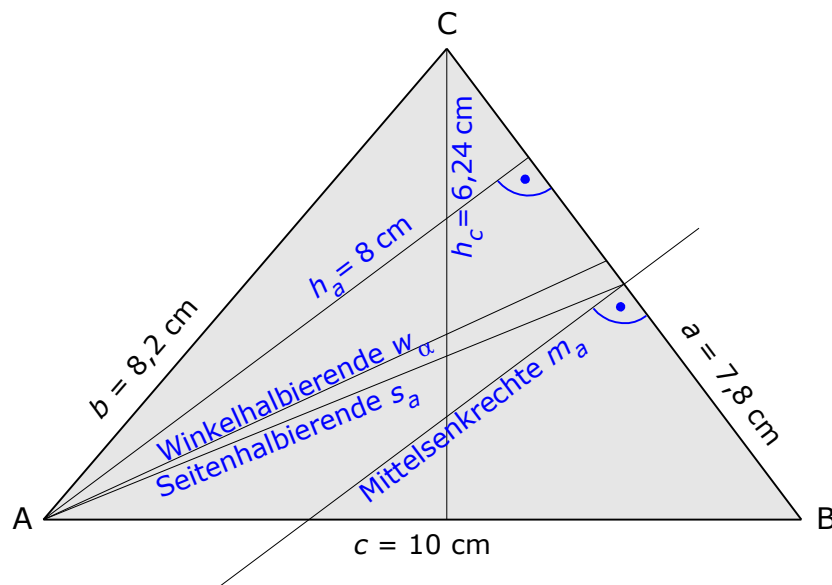
$$\Leftrightarrow a \cdot h_a = c \cdot h_c \quad | : a$$

$$\Leftrightarrow h_a = \frac{c \cdot h_c}{a}$$

$$h_a = \frac{10 \text{ cm} \cdot 6,24 \text{ cm}}{7,8 \text{ cm}} = 8 \text{ cm}$$

- b) siehe nächste Seite

In den Abbildungen jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.



b) Beschrifte die eingezeichneten besonderen Linien mit ihrer Art [siehe oben](#)

- **Konstruiere** *mindestens zwei weitere* dieser besonderen Linien.

Höhe zur 8,2 cm langen Seite:



Zeichne eine Senkrechte zu Geraden AC, die durch den Punkt B geht.



Der Schnittpunkt zwischen dieser Senkrechten und der Geraden AC ist der Fußpunkt F der Höhe zur Seite \overline{AC} .

Seitenhalbierende zur 10 cm langen Seite:



Konstruiere den Mittelpunkt M_{AB} der Strecke \overline{AB} .



Zeichne die Verbindungsstrecke der Punkte C und M_{AB} .

Mittelsenkrechte zur 10 cm langen Seite:



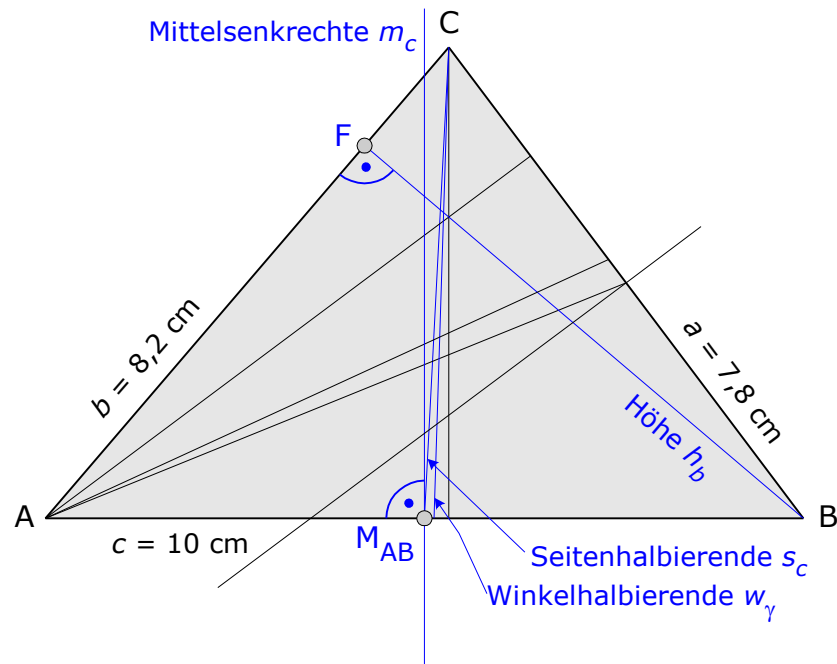
Konstruiere den Mittelpunkt M_{AB} der Strecke \overline{AB} .



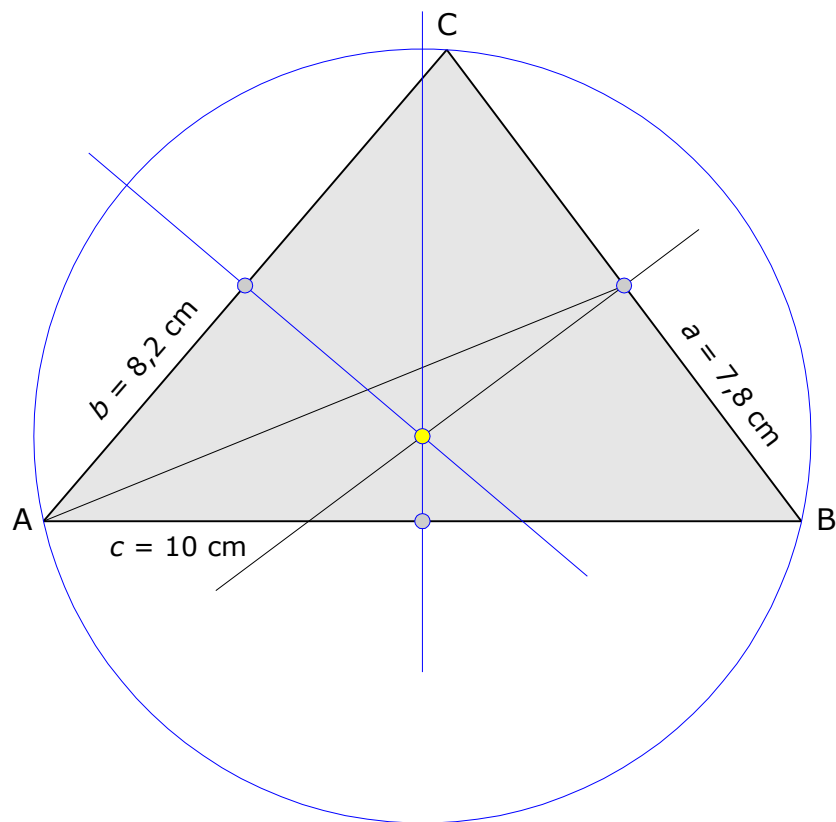
Zeichne eine Senkrechte zu Geraden AB, die durch den Punkt M_{AB} geht.

Zeichnung siehe nächste Seite

In den Abbildungen jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.



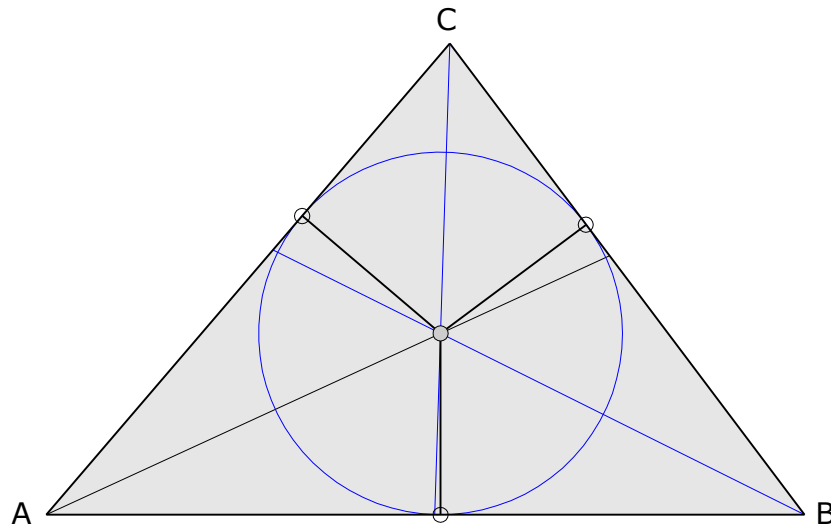
- **Konstruiere** mindestens zwei weitere dieser besonderen Linien. *siehe Abbildung, Konstruktionsbeschreibung siehe vorherige Seite*
- **Konstruiere** den Umkreis des Dreiecks des Dreiecks.



Umkreismittelpunkt: Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten

In den Abbildungen jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.

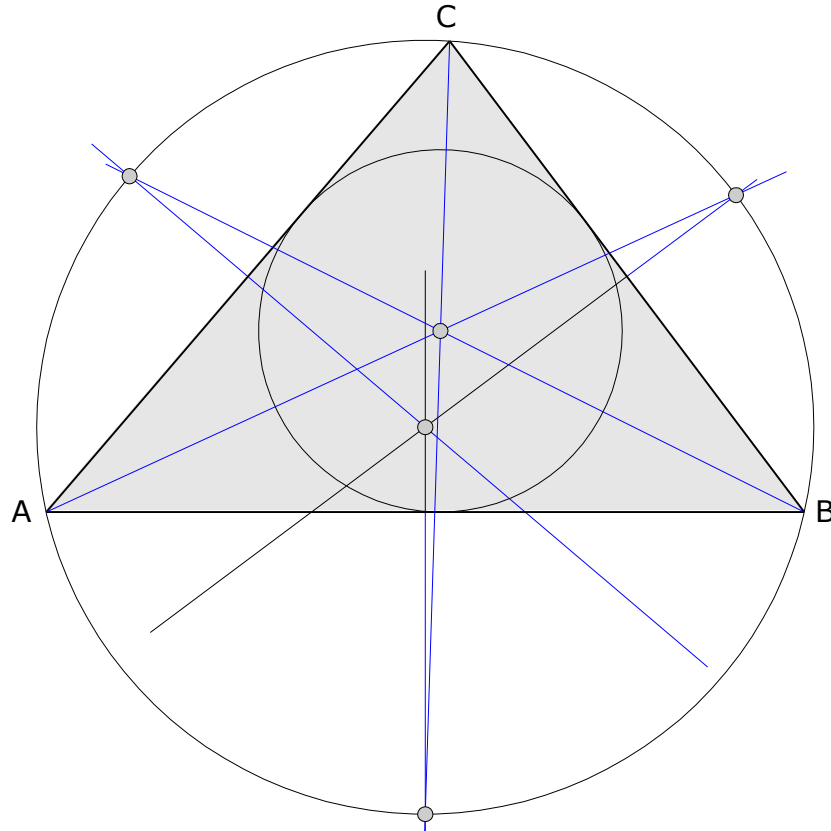
- **Konstruiere** den Inkreis des Dreiecks.



Inkreismittelpunkt: Schnittpunkt der drei Winkelhalbierenden. Zeichne zu jeder Dreiecksseite eine Senkrechte, die durch den Inkreismittelpunkt geht.

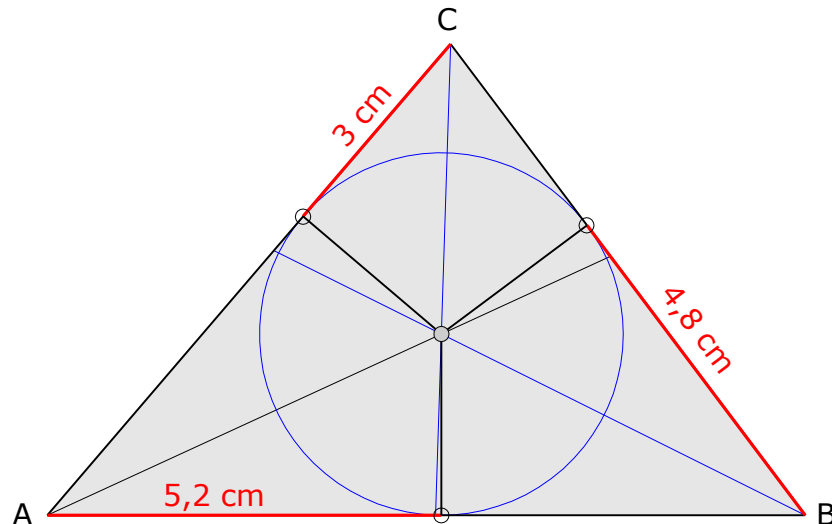
Die Berührungspunkte des Inkreises liegen i. A. nicht auf der Winkelhalbierenden.

- **Überprüfe:** Drei Schnittpunkte von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden liegen auf dem Umkreis des Dreiecks.

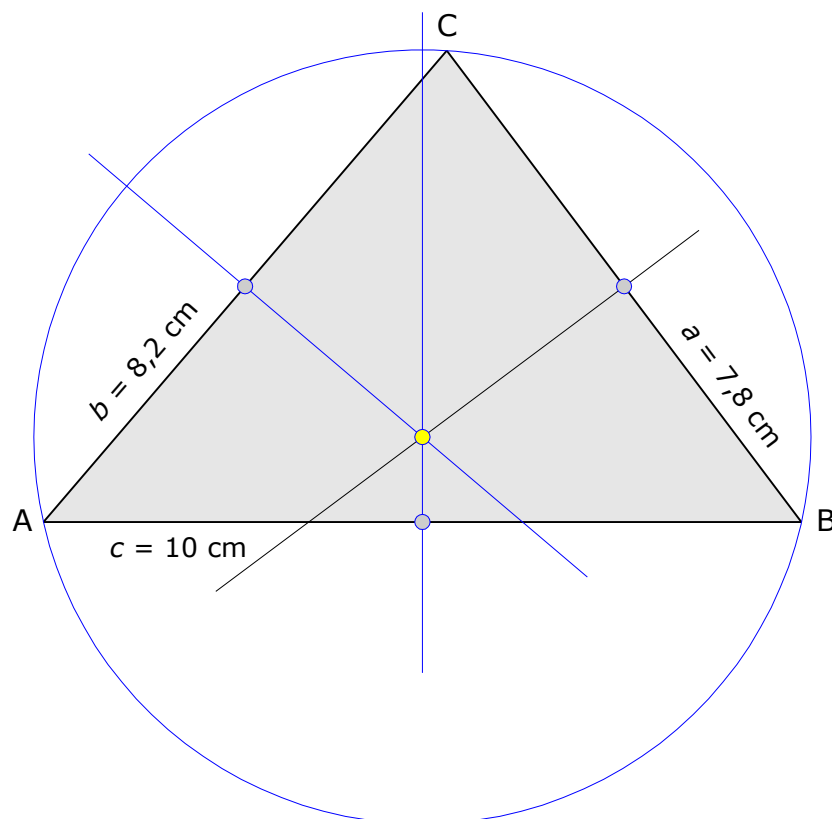


In den Abbildungen jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.

- **Begründe:** Das Dreieck ist nicht gleichschenkelig. Ein gleichschenkliges Dreieck besitzt zwei gleich lange Seiten. Im vorliegenden Dreieck sind jedoch alle drei Seitenlängen verschieden (7,8 cm, 8,2 cm und 10 cm).
- **Überprüfe:** Die Punkte, in denen der Inkreis die Seiten des Dreiecks berührt, sind 5 cm, 4,8 cm bzw. 3 cm von den Eckpunkten entfernt.

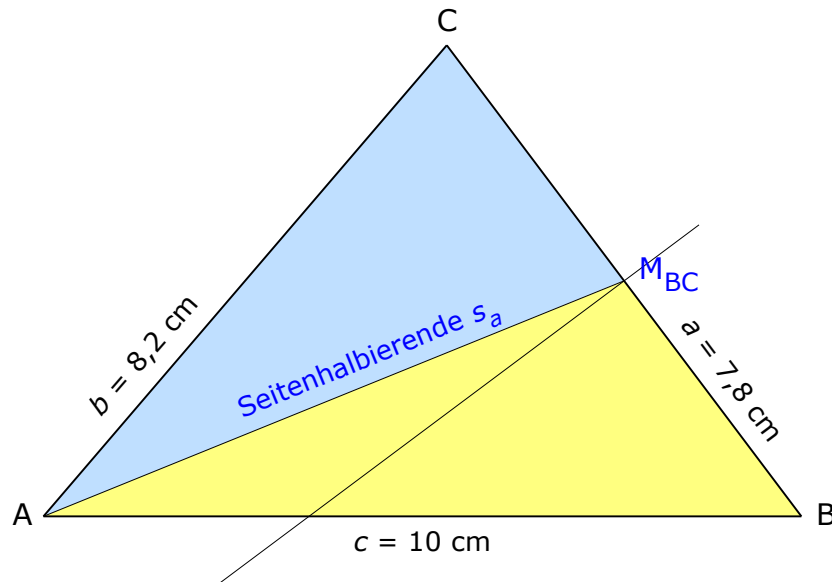


- **Begründe:** Der Durchmesser des Umkreises ist größer als 10 cm. In einem rechtwinkligen Dreieck ist der Umkreisdurchmesser nach dem Satz des Thales so groß wie die Länge der Hypotenuse. Das vorliegende Dreieck ist jedoch spitzwinklig, nicht rechtwinklig. Also ist der Umkreisdurchmesser (10,25 cm) länger als die längste Seite des Dreiecks.



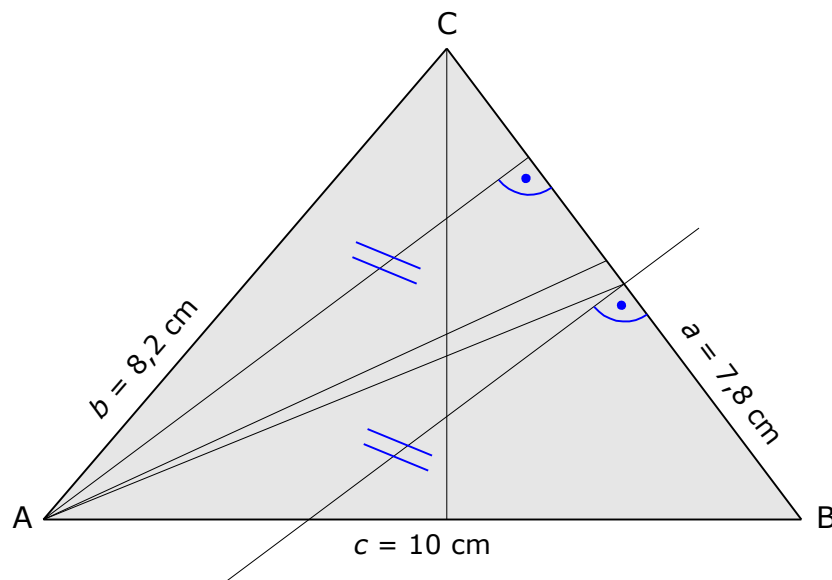
In den Abbildungen jeweils nur die für die Teilaufgabe relevanten Linien ergänzt.

- **Gib an**, wie man das Dreieck in zwei Teile mit exakt gleich großen Flächeninhalten zerlegen kann.



Der Punkt M_{BC} halbiert die 7,8 cm lange Seite. Die beiden Dreiecke $AB_{M_{BC}}C$ und $AM_{BC}C$ haben beide eine 3,9 cm lange Grundseite und eine 8 cm lange Höhe, also beide den gleichen Flächeninhalt. Diese Überlegung kann man auch mit einer der beiden anderen Seitenhalbierenden anstellen.

- Zwei eingezeichnete besondere Linien sind parallel. **Markiere** sie und **erkläre**.



Die Mittelsenkrechte und die Höhe zu der 7,8 cm langen Seiten sind jeweils orthogonal zu dieser Seite. Also sind diese beiden besonderen Linien parallel zueinander.