MATHE 364

30.06. quadratische Gleichungen – die Lösungen gibt’s geschenkt

Information: Die reinquadratische Gleichung $p = 0$ und der Sonderfall $q = 0$

Bei der Normalform der quadratischen Gleichung $1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0$ wird gern die Lösungsformel (1-*p*-*q*-Formel) verwendet, obwohl dabei häufig Vorzeichenfehler gemacht werden. In zwei Sonderfällen sollte man besser ausklammern.

***p* = 0 (reinquadratische Gleichung)**

$$x^2 - 9 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad (x - \sqrt{9}) \cdot (x + \sqrt{9}) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad (x - 3) \cdot (x + 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x = +3 \quad \text{oder} \quad x = +3$$

***q* = 0 (eine Lösung ist 0)**

$$x^2 + 5 \cdot x = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x \cdot (x + 5) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{oder} \quad (x + 5) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{oder} \quad x = -5$$

a) **Lies** den Informationstext.

b) Eine quadratische Gleichung vom Typ $q = 0$ besitzt immer Lösungen.

Wähle eine Gleichung mit einer positiven Lösung **aus** und **gib** die Lösungen **an**.

Wähle eine Gleichung mit einer negativen Lösung **aus** und **gib** die Lösungen **an**.

$x^2 - 5 \cdot x = 0$ $\qquad x \cdot (x + 3) = 0$ $\qquad x^2 + 3 \cdot x = 0$

$x^2 - 5 \cdot x + 42 = 42$ $\qquad x^2 + 0 \cdot x = 0$

c) Eine reinquadratische Gleichung (vom Typ $p = 0$) kann zwei Lösungen haben, aber auch nur eine Lösung oder sogar unlösbar sein.

Wähle eine Gleichung mit zwei Lösungen **aus** und **gib** die Lösungen **an**.

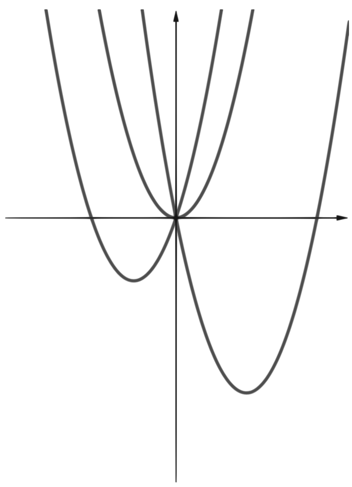
Wähle eine Gleichung mit nur einer Lösung **aus** und **gib** diese Lösung **an**.
Formuliere eine Regel für diesen Typ der quadratischen Gleichung.

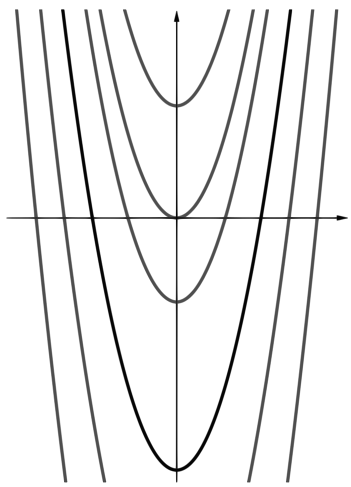
Wähle eine unlösbare reinquadratische Gleichung **aus**.
Formuliere eine Regel für diesen Typ der quadratischen Gleichung.

$x^2 - 16 = 0$ $\qquad x^2 - 25 = 0$ $\qquad x^2 = 9$ $\qquad x^2 + 0 = 0$ $\qquad x^2 + 4 = 0$ $\qquad x^2 - 3 = 0$

d) Die Diagramme stellen die Graphen zu den Termen aus **b)** und **c)** dar.

Ordne in jedem Bild *mindestens zwei* Graphen den zugehörigen Term **zu**.





Lösungen 30.06. quadratische Gleichungen – die Lösungen gibt's geschenkt

Information: Die reinquadratische Gleichung $p = 0$ und der Sonderfall $q = 0$

$p = 0$ (reinquadratische Gleichung)	**$q = 0$ (eine Lösung ist 0)**
$x^2 - 9 = 0$	$x^2 + 5 \cdot x = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - \sqrt{9}) \cdot (x + \sqrt{9}) = 0$	$\Leftrightarrow \quad x \cdot (x + 5) = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - 3) \cdot (x + 3) = 0$	$\Leftrightarrow \quad x = 0 \;\text{ oder }\; (x + 5) = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = +3 \;\text{ oder }\; x = +3$	$\Leftrightarrow \quad x = 0 \;\text{ oder }\; x = -5$

a) **Lies** den Informationstext. √

b) Eine quadratische Gleichung vom Typ $q = 0$ besitzt immer Lösungen.
Wähle eine Gleichung mit einer positiven Lösung **aus** und **gib** die Lösungen **an**.
Wähle eine Gleichung mit einer negativen Lösung **aus** und **gib** die Lösungen **an**.

$x^2 - 5 \cdot x = 0$
$x = 0 \vee x = +5$

$x \cdot (x + 3) = 0$
$x = 0 \vee x = -3$

$x^2 + 3 \cdot x = 0$
$x = 0 \vee x = -3$

$x^2 - 5 \cdot x + 42 = 42$
$\Leftrightarrow \quad x^2 - 5 \cdot x = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = +5$

$x^2 + 0 \cdot x = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 0$

c) Eine reinquadratische Gleichung (vom Typ $p = 0$) kann zwei Lösungen haben, aber auch nur eine Lösung oder sogar unlösbar sein.
Wähle zu jedem dieser Fälle eine Gleichung **aus** und **gib** ggf. die Lösungen **an**.
Formuliere eine Regel für diesen Gleichungstyp.

$x^2 - 16 = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - 4) \cdot (x + 4) = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 4 \vee x = -4$

$x^2 - 25 = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - 5) \cdot (x + 5) = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 5 \vee x = -5$

$x^2 = 9$
$\Leftrightarrow \quad x^2 - 9 = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - 3) \cdot (x + 3) = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 3 \vee x = -3$

$p = 0$ und $q < 0$: zwei Lösungen
$p = 0$ und $q = 0$: eine Lösung
$p = 0$ und $q > 0$: keine Lösung

$x^2 = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = 0$

$x^2 + 4 = 0$
$\Leftrightarrow \quad x^2 = -4$
$L = \{\,\}$

$x^2 - 3 = 0$
$\Leftrightarrow \quad (x - \sqrt{3}) \cdot (x + \sqrt{3}) = 0$
$\Leftrightarrow \quad x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

d) Die Diagramme stellen die Graphen zu den Termen aus **b)** und **c)** dar.

Ordne in jedem Bild *mindestens zwei* Graphen den zugehörigen Term **zu**.
siehe Abbildung