

MATHE 364

16.06. Scheitelpunkte

Gegeben sind die quadratischen Funktionen f und g mit

$$f(x) = (x + 2)^2 - 1 \text{ und } g(x) = x^2 - 6 \cdot x + 5$$

Wahlaufgabe: Wähle *eine* der Teilaufgaben **a)** bis **c)** aus.

- a) Bestimme** mit Hilfe der Tabelle jeweils die Koordinaten des Scheitelpunkts (des tiefsten Punktes) der Parabel f sowie der Parabel g . $S_f(_\mid_\)$ $S_g(_\mid_\)$

x												
$(x + 2)$												
$(x + 2)^2$												
$f(x) = (x + 2)^2 - 1$												
$g(x) = x^2 - 6 \cdot x + 5$												

- b)** Die Beispielrechnung links überführt den Funktionsterm einer Parabel von der Normalform in die Scheitelpunktsform. Der Scheitelpunkt ist $(+5 \mid -4)$.

Ergänze die passenden Zahlen in den leeren Platzhaltern.

Bestimme mit dem gleichen Verfahren den Scheitelpunkt von g . $S_g(_\mid_\)$

Lies außerdem die Koordinaten des Scheitelpunkts von f **ab**. $S_f(_\mid_\)$

$$x^2 - 10x + 21 =$$

$$x^2 - 6 \cdot x + 5 =$$

$$x^2 - 2 \cdot \square \cdot x + 21 =$$

$$x^2 - 2 \cdot \square \cdot x + 0 + 21 =$$

$$x^2 - 2 \cdot \square \cdot x + \overbrace{\square^2 - \square^2} + 21 =$$

$$\underbrace{x^2 - 2 \cdot \square \cdot x + 25}_{(x - 5)^2} - \square + 21 =$$

$$(x - 5)^2 - 25 + 21 =$$

$$(x - 5)^2 + \square$$

- c)** Gegeben sind die Funktionsterme $(x + 1) \cdot (x + 3)$ und $(x - 5) \cdot (x - 1)$ in der *faktorierten Form*. **Weise rechnerisch durch Ausmultiplizieren nach**, dass es sich dabei um die Funktionsterme von f und von g handelt.

Lies aus den drei Formen der Funktionen f und g (*faktorierte Form*, *Normalform* und *Scheitelpunktsform*) die Scheitelpunkte der Parabeln f und g sowie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen **ab**.

Gegeben sind die quadratischen Funktionen f und g mit

$$f(x) = (x + 2)^2 - 1 \quad \text{und} \quad g(x) = x^2 - 6 \cdot x + 5$$

- a) Bestimme** mit Hilfe der Tabelle jeweils die Koordinaten des Scheitelpunkts (des tiefsten Punktes) der Parabel f sowie der Parabel g . $S_f(-2 \mid -1)$ $S_g(3 \mid -4)$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$(x + 2)$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$(x + 2)^2$	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64
$f(x) = (x + 2)^2 - 1$	8	3	0	-1	0	3	8	15	24	35	48	63
$g(x) = x^2 - 6 \cdot x + 5$	60	45	32	21	12	5	0	-3	-4	-3	0	5

- b)** Die Beispielrechnung links überführt den Funktionsterm einer Parabel von der Normalform in die Scheitelpunktsform. Der Scheitelpunkt ist $(+5 \mid -4)$.

Ergänze die passenden Zahlen in den leeren Platzhaltern.

Bestimme mit dem gleichen Verfahren den Scheitelpunkt von g . $S_g(3 \mid -4)$

Lies außerdem die Koordinaten des Scheitelpunkts von f **ab**. $S_f(-2 \mid -1)$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 10x + 21 &= & x^2 - 6x + 5 &= \\
 x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + 21 &= & x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 5 &= \\
 x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + 0 + 21 &= & x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 0 + 5 &= \\
 x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + \overbrace{5^2 - 5^2} + 21 &= & x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + \overbrace{3^2 - 3^2} + 5 &= \\
 x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + 25 - 25 + 21 &= & x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9 - 9 + 5 &= \\
 (x - 5)^2 - 25 + 21 &= & (x - 3)^2 - 9 + 5 &= \\
 (x - 5)^2 + (-4) &= & (x - 3)^2 - 4 &=
 \end{aligned}$$

- c)** Gegeben sind die Funktionsterme $(x + 1) \cdot (x + 3)$ und $(x - 5) \cdot (x - 1)$ in der faktorisierten Form. **Weise rechnerisch durch Ausmultiplizieren nach**, dass es sich dabei um die Funktionsterme von f und von g handelt.

$$\begin{aligned}
 (x + 1) \cdot (x + 3) &= x^2 + 3x + 1x + 3 \\
 &= x^2 + 4x + 3 \\
 f(x) &= (x + 2)^2 - 1 \\
 &= x^2 + 4x + 4 - 1 \\
 &= x^2 + 4x + 3
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 (x - 5) \cdot (x - 1) &= x^2 - 1x - 5x + 5 \\
 &= x^2 - 6x + 5 \\
 &= g(x)
 \end{aligned}$$

Lies aus den drei Formen der Funktionen f und g (faktorisierte Form, Normalform und Scheitelpunktsform) die Scheitelpunkte der Parabeln f und g sowie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen **ab**.

Form von f	besondere Punkte	
$x^2 + 4x + 3$	$(0 \mid 3)$	
$(x + 1) \cdot (x + 3)$	$(-1 \mid 0)$	$(-3 \mid 0)$
$(x + 2)^2 - 1$	$(-2 \mid -1)$	

Form von g	besondere Punkte	
$x^2 - 6x + 5$	$(0 \mid 5)$	
$(x - 5) \cdot (x - 1)$	$(5 \mid 0)$	$(1 \mid 0)$
$(x - 3)^2 - 4$	$(3 \mid -4)$	