

# MATHE 364

## 18.06. Bruchrechnung

**Wahlaufgabe:** Wähle *mindestens zwei* der vier Rechenarten aus und bearbeite die Teilaufgaben **a)** bis **c)** für diese Rechenarten.

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{6} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{13}{42}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{7} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\square}{\square} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

⋮

⋮

⋮

⋮

**a) Ergänze** bei den von dir gewählten Rechenarten *mindestens drei* fehlende Brüche.

**b) Gib** *mindestens zwei* Ergebnisse **an**:

$$\frac{1}{99} \cdot \frac{1}{100} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{99} + \frac{1}{100} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{99} : \frac{1}{100} = \frac{\square}{\square}$$

**c) Bearbeite** *eine* der vier Aufgaben.

- Gib** zu Teilaufgabe **b)** die nächsten vier Bruchrechenaufgaben **an**.

- 101 ist größer als 100, aber der Wert des Terms  $\frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{\square}{\square}$  ist positiv.

**Erkläre**, warum das so ist.

- Die Terme

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \cdot (n+1)} \quad \text{und} \quad \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1 \cdot (n+1)}{n \cdot (n+1)} - \frac{1 \cdot n}{(n+1) \cdot n}$$

sind gleichwertig.

**Weise** das rechnerisch **nach** und **gib** ein Zahlenbeispiel **an**.

- In jedem Bruch wird der Zähler 1 durch den Zähler 2 ersetzt.

Wähle *eine* Rechenart aus und **beschreibe**, wie sich diese Änderung auswirkt.

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{6} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{13}{42}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{6} : \frac{1}{7} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{56}$$

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{15}{56}$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{56}$$

$$\frac{1}{7} : \frac{1}{8} = \frac{8}{7}$$

⋮

⋮

⋮

⋮

a) **Ergänze** bei den von dir gewählten Rechenarten *mindestens drei* fehlende Brüche.

b) **Gib** *mindestens zwei* Ergebnisse **an**:

$$\frac{1}{99} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{9900}$$

$$\frac{1}{99} + \frac{1}{100} = \frac{199}{9900}$$

$$\frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{9900}$$

$$\frac{1}{99} : \frac{1}{100} = \frac{100}{99}$$

c) **Bearbeite** eine der vier Aufgaben.

- **Gib** zu Teilaufgabe b) die nächsten vier Bruchrechenaufgaben **an**.

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{101} = \frac{1}{10100}$$

$$\frac{1}{100} + \frac{1}{101} = \frac{201}{10100}$$

$$\frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{1}{10100}$$

$$\frac{1}{100} : \frac{1}{101} = \frac{101}{100}$$

- 101 ist größer als 100, aber der Wert des Terms  $\frac{1}{100} - \frac{1}{101} = \frac{\square}{\square}$  ist positiv.

**Erkläre**, warum das so ist. Wenn man ein Ganzes in 100 gleich große Stücke teilt, dann sind diese Stücke größer als beim Teilen in 101 Stücke. Also ist  $\frac{1}{100}$  größer als  $\frac{1}{101}$ , die Differenz ist positiv.

- **Weise** rechnerisch **nach**, dass die Terme gleichwertig sind und **gib** ein Beispiel **an**.

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1 \cdot 1}{n \cdot (n+1)}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1 \cdot (n+1)}{n \cdot (n+1)} - \frac{1 \cdot n}{(n+1) \cdot n} = \frac{n+1-n}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n \cdot (n+1)}$$

Beispiele siehe oben 1. Spalte und 3. Spalte.

- In jedem Bruch wird der Zähler 1 durch den Zähler 2 ersetzt. **Beschreibe**, wie sich diese Änderung auswirkt.

**Multiplikation:** Alle Ergebnisse sind jeweils viermal so groß.

**Addition und Subtraktion:** Alle Ergebnisse sind jeweils doppelt so groß.

**Division:** Alle Ergebnisse bleiben unverändert.