MATHE 364

29.06. quadratische Gleichungen – Zusammenhänge

Wir suchen die Nullstellen einer Parabel für drei Formen der Parabelgleichung.

Normalform: $1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0$ faktorisierte Form: $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$

Nullstellen ausgehend von der Scheitelpunktsform berechnen: $(x - d)^2 + e = 0$

a) Bestimme die Lösungen der Gleichung $1 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 8 = 0$.

b) **Gib** die Lösungen der Gleichung $(x + 2) \cdot (x - 4) = 0$ **an**.

c) **Berechne** die Nullstellen von der Scheitelpunktsform ausgehend:

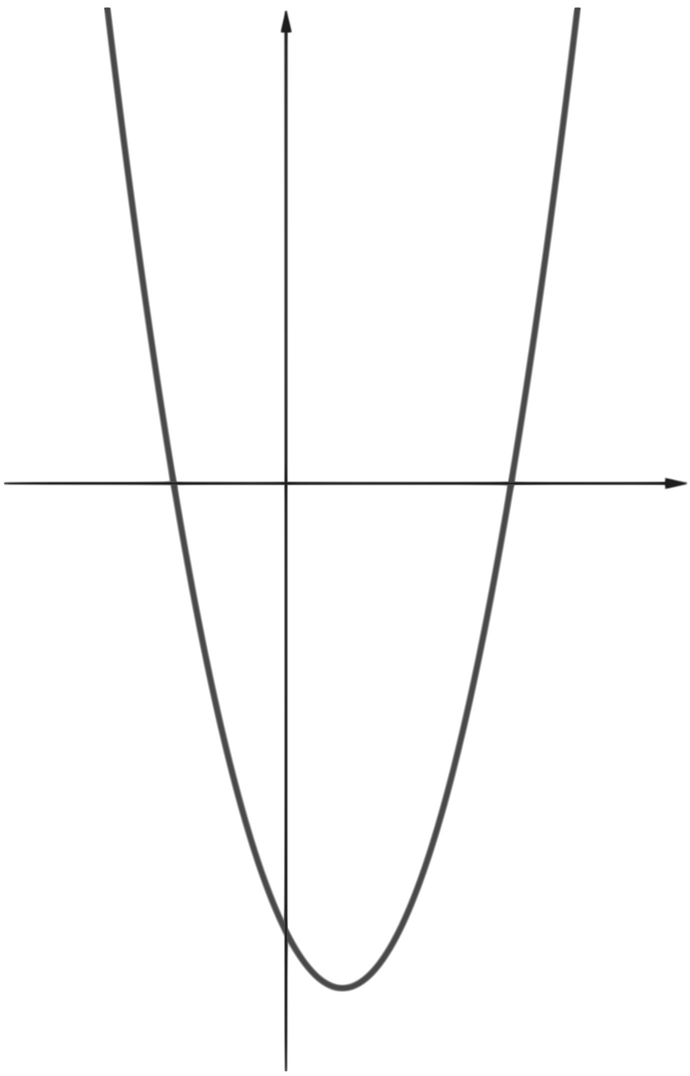
$(x - 1)^2 - 9 = 0$

Vergleiche die Variablen in den beiden Gleichungen

$(x - d)^2 + e = 0$ und $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q = 0$.

d) Die Skizze des Graphen passt zu allen drei Gleichungen.

- **Zeichne** die passende Einteilung der Koordinatenachsen **ein**.
- **Beschrifte** die Achseneinteilung mit den passenden Zahlen.
- **Überprüfe** für dieses Diagramm: $d = \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2)$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm: $q = x_1 \cdot x_2$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm: $d = -\frac{1}{2} \cdot p$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm: $e = -\frac{p^2}{4} + q$
- **Zeichne** in dieses Diagramm die Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen sowie den Scheitelpunkt **ein** und **beschrifte** sie mit ihren Koordinaten.



Lösungen 29.06. quadratische Gleichungen – Zusammenhänge

Wir suchen die Nullstellen einer Parabel für drei Formen der Parabelgleichung.

Normalform: $1 \cdot x^2 + p \cdot x + q = 0$ faktorisierte Form: $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$

Nullstellen ausgehend von der Scheitelpunktsform berechnen: $(x - d)^2 + e = 0$

a) Bestimme die Lösungen der Gleichung $1 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 8 = 0$. *siehe nächste Seite*

b) **Gib** die Lösungen der Gleichung $(x + 2) \cdot (x - 4) = 0$ **an**. $x_1 = -2$ $x_2 = +4$

c) **Berechne** die Nullstellen von der Scheitelpunktsform ausgehend:

$(x - 1)^2 - 9 = 0$ *ausführliche Rechnung siehe nächste Seite*

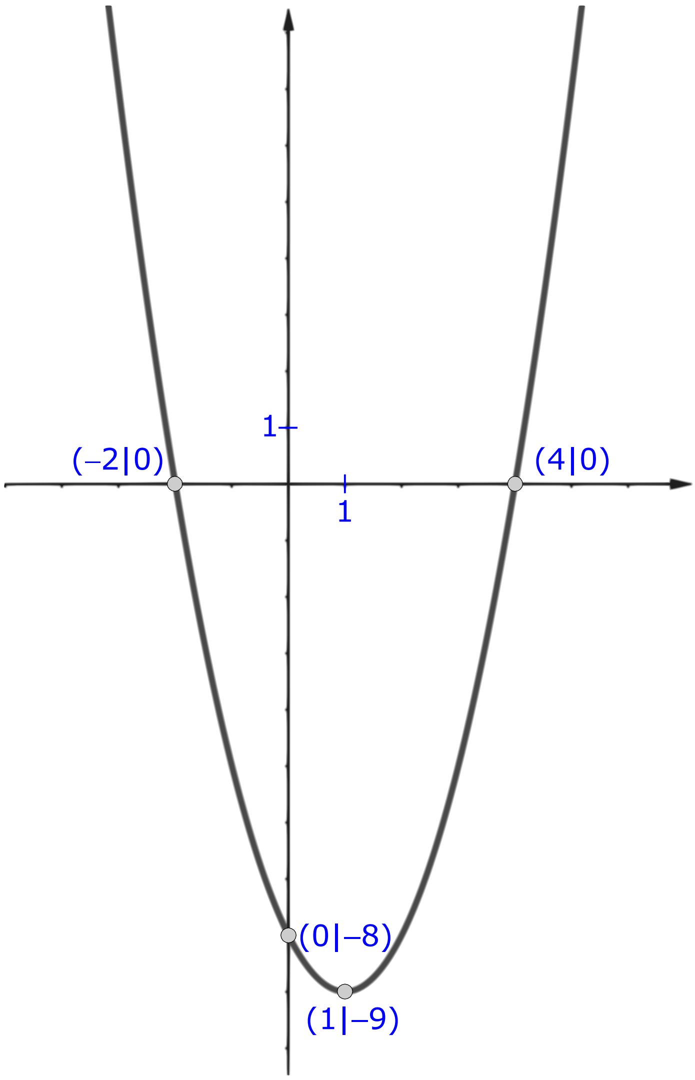
Vergleiche die Variablen in den beiden Gleichungen

$(x - d)^2 + e = 0$ und $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p}{4}^2 + q = 0$.

$d = -\frac{p}{2}$ $e = -\frac{p}{4}^2 + q$

d) Die Skizze des Graphen passt zu allen drei Gleichungen.

- **Zeichne** die passende Einteilung der Koordinatenachsen **ein**. →
- **Beschrifte** die Achseneinteilung mit den passenden Zahlen. →
- **Überprüfe** für dieses Diagramm:
  $d = \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \cdot (-2 + 4)$
  $= \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm:
  $q = x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot 4 = -8$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm:
  $d = -\frac{1}{2} \cdot p = -\frac{1}{2} \cdot (-2) = +1$
- **Überprüfe** für dieses Diagramm:
  $e = -\frac{p}{4}^2 + q = -\frac{(-2)^2}{4} + (-8)$
  $= -\frac{4}{4} - 8 = -9$
- **Zeichne** in dieses Diagramm die Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen sowie den Scheitelpunkt **ein** und **beschrifte** sie mit ihren Koordinaten. siehe Abbildung



Lösungen 29.06. quadratische Gleichungen – Zusammenhänge

a) Bestimme die Lösungen der Gleichung $1 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 8 = 0$.

mit der quadratischen Ergänzung

$$1 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 0 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 - 1^2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 - 1 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ (x-1)^2 - 1 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ (x-1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow\ |x-1| = \sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow\ x - 1 = 3 \quad \text{oder} \quad x - 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow\ x = 4 \quad \text{oder} \quad x = -2$$

mit der 1-*p*-*q*-Formel

$p = -2 \qquad -\frac{p}{2} = -(-1) = +1 \qquad q = -8$

$\frac{p^2}{4} = \frac{(-2)^2}{4} = \frac{4}{4} = 1 \qquad -q = +8$

$$x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$
$$= +1 + \sqrt{1-(-8)} = 1 + \sqrt{9} = 4$$

oder

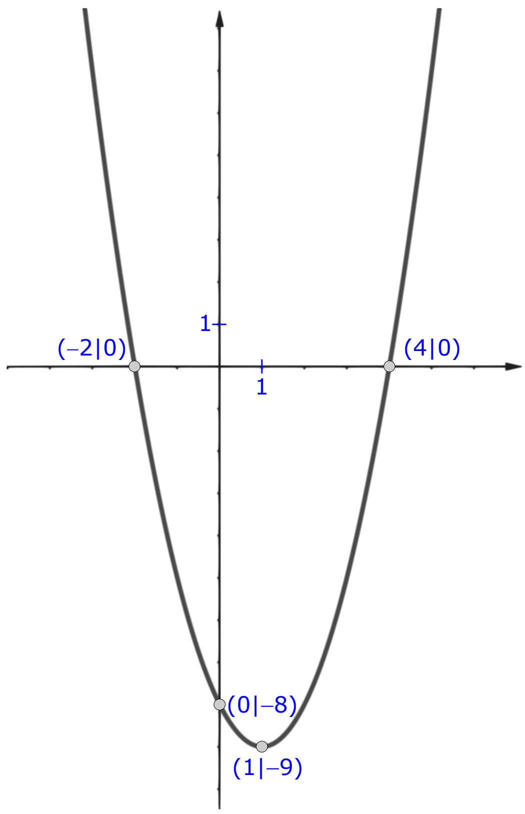
$$x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$
$$= +1 - \sqrt{1-(-8)} = 1 - \sqrt{9} = -2$$

mit dem Satz von Vieta

$$q = -8 = -1 \cdot 8 = -2 \cdot 4 = 2 \cdot (-4) \ldots$$

$$p = -1 \cdot (-2 + 4) = -1 \cdot (2) = -8$$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = +4$



c) **Berechne** die Nullstellen von der Scheitelpunktsform ausgehend:

$$(x-1)^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow\ (x-1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow\ |x-1| = \sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow\ x - 1 = 3 \quad \text{oder} \quad x - 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow\ x = 4 \quad \text{oder} \quad x = -2$$