

MATHE 364

04.03. rechtwinklige Teildreiecke

a) **Gib an**, in welchem dieser Dreiecke jeweils gilt :

- $h^2 = p \cdot q$,
- $h^2 < p \cdot q$ bzw.
- $h^2 > p \cdot q$.

Wahlaufgabe:

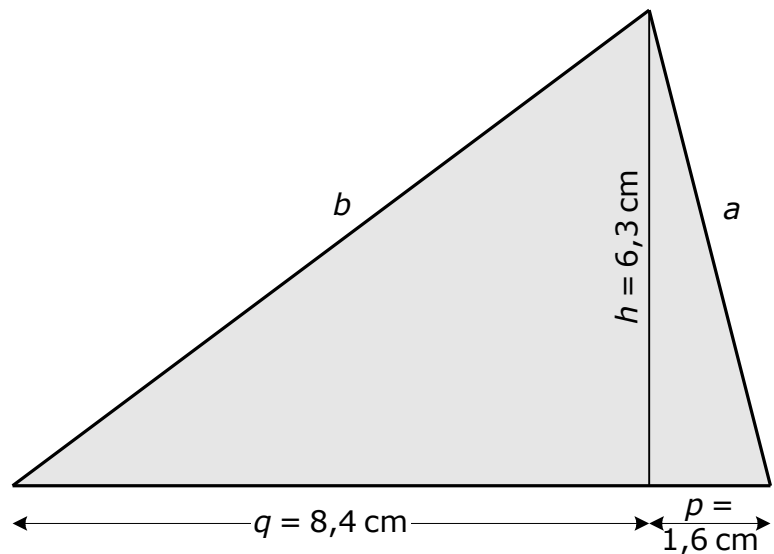
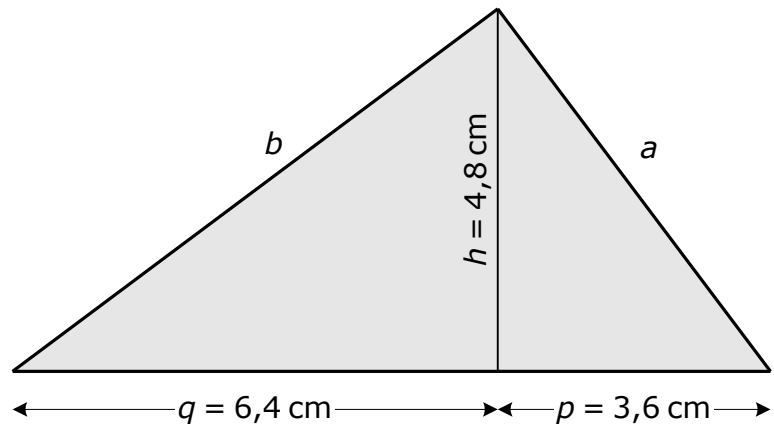
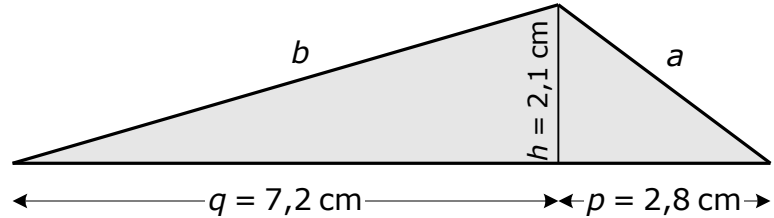
Bearbeite zwei der Teilaufgaben b) bis e).

b) **Berechne** den Flächeninhalt eines der drei Dreiecke.

c) Jedes der drei Dreiecke wird durch die Höhe in zwei rechtwinklige Teildreiecke zerlegt.

Gib bei einem der Dreiecke **an**, wie der Satz des Pythagoras in den beiden Teildreiecken jeweils lautet.

d) **Berechne in einem** der drei Dreiecke die Seitenlängen a und b .



e)

$$\begin{array}{r} a^2 = h^2 + p^2 \\ + \quad b^2 = h^2 + q^2 \\ \hline a^2 + b^2 = 2h^2 + p^2 + q^2 \end{array}$$

$$(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

Beschrifte die Gleichungen mit der Bezeichnung des angewendeten Satzes bzw. der angewendeten Formel.

Erläutere, unter welchen Voraussetzungen man aus den beiden Gleichungen $a^2 + b^2 = 2h^2 + p^2 + q^2$ und $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$ die Gleichung $h^2 = p \cdot q$ folgern kann.

a) **Gib an**, in welchem dieser Dreiecke gilt : $h^2 = p \cdot q$, $h^2 < p \cdot q$ bzw. $h^2 > p \cdot q$. ↓

$$h^2 < p \cdot q$$

$$2,1^2 = 4,41 < 7,2 \cdot 2,8 = 20,16$$

$$A = 10,5 \text{ cm}^2$$

$$g = p + q = 2,8 + 7,2 = 10$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 2,1}{2} = 10,5$$

$$h^2 = p \cdot q$$

$$4,8^2 = 23,04 = 7,2 \cdot 2,86$$

$$g = p + q = 6,4 + 3,6 = 10$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 4,8}{2} = 24$$

$$A = 24 \text{ cm}^2$$

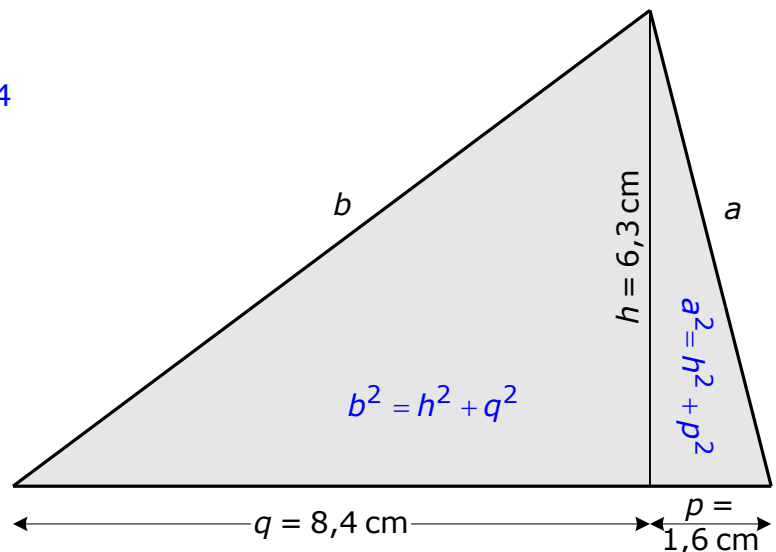
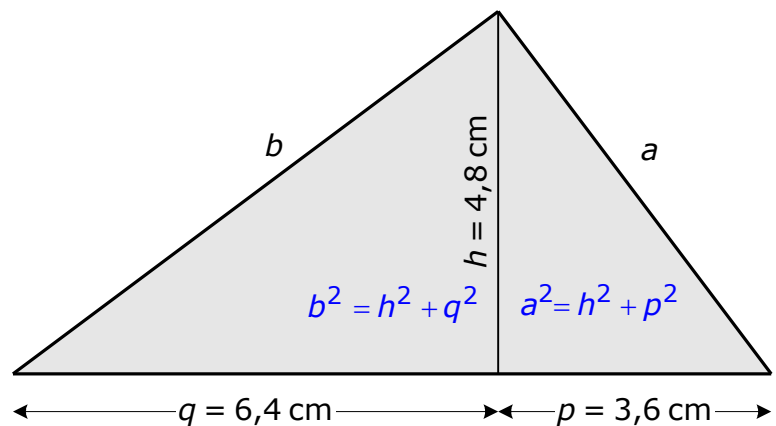
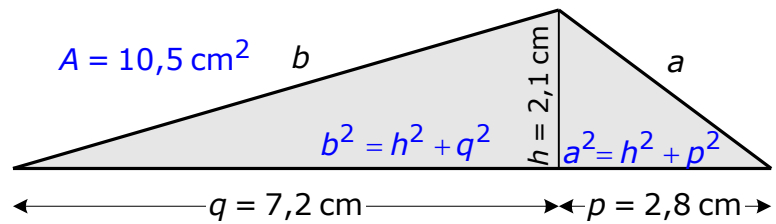
$$h^2 > p \cdot q$$

$$6,3^2 = 39,69 > 8,4 \cdot 1,6 = 13,44$$

$$g = p + q = 1,6 + 8,4 = 10$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 6,3}{2} = 31,5$$

$$A = 31,5 \text{ cm}^2$$



b) **Berechne** den Flächeninhalt eines der drei Dreiecke. [siehe Abbildung](#)

c) Jedes der drei Dreiecke wird durch die Höhe in zwei rechtwinklige Teildreiecke zerlegt.

Gib bei einem der Dreiecke **an**, wie der Satz des Pythagoras in den beiden Teildreiecken jeweils lautet.

linkes Teildreieck $b^2 = h^2 + q^2$ rechtes Teildreieck $a^2 = h^2 + p^2$

eingesetzte Zahlenwerte siehe d)

d) Berechne in einem der drei Dreiecke die Seitenlängen a und b . ↓

$$b^2 = h^2 + q^2$$

$$b^2 = 2,1^2 + 7,2^2$$

$$b^2 = 4,41 + 51,84 = 56,25$$

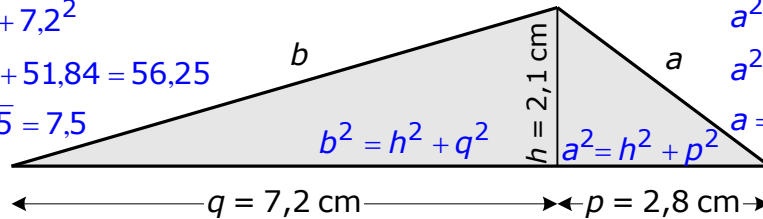
$$b = \sqrt{56,25} = 7,5$$

$$a^2 = h^2 + p^2$$

$$a^2 = 2,1^2 + 2,8^2$$

$$a^2 = 4,41 + 7,82 = 12,25$$

$$a = \sqrt{12,25} = 3,5$$



$$b^2 = h^2 + q^2$$

$$b^2 = 4,8^2 + 6,4^2$$

$$b^2 = 23,04 + 40,96 = 64$$

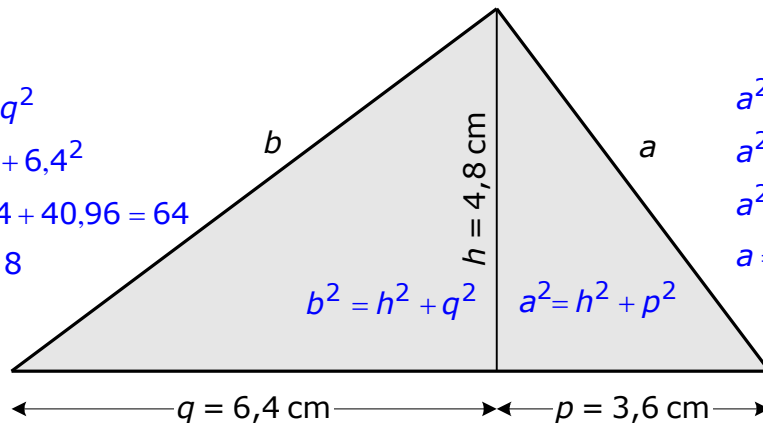
$$b = \sqrt{64} = 8$$

$$a^2 = h^2 + p^2$$

$$a^2 = 4,8^2 + 6,4^2$$

$$a^2 = 23,04 + 12,96 = 36$$

$$a = \sqrt{36} = 6$$



$$b^2 = h^2 + q^2$$

$$b^2 = 6,3^2 + 8,4^2$$

$$b^2 = 39,69 + 70,56 = 110,25$$

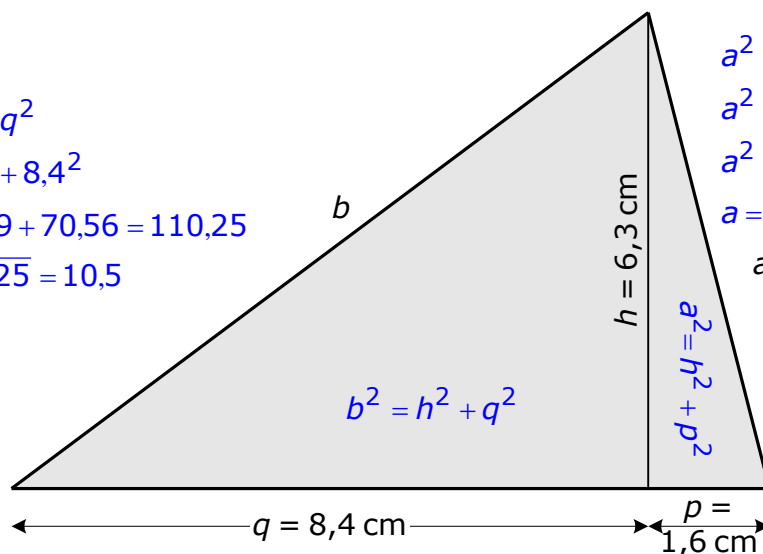
$$b = \sqrt{110,25} = 10,5$$

$$a^2 = h^2 + p^2$$

$$a^2 = 6,3^2 + 1,6^2$$

$$a^2 = 39,69 + 2,56 = 42,25$$

$$a = \sqrt{42,25} = 6,5$$



e) $a^2 = h^2 + p^2$

Pythagoras linkes Teildreieck

+ $b^2 = h^2 + q^2$

Pythagoras rechtes Teildreieck

$$a^2 + b^2 = 2h^2 + p^2 + q^2$$

1. binomische Formel

$$(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

Beschrifte die Gleichungen mit der Bezeichnung des angewendeten Satzes bzw. der angewendeten Formel. [siehe oben](#)

Erläutere, unter welchen Voraussetzungen man aus den beiden Gleichungen $a^2 + b^2 = 2h^2 + p^2 + q^2$ und $(p+q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$ die Gleichung $h^2 = p \cdot q$ folgern kann.

In allen drei Dreiecken gilt $c = p + q$. Daraus folgt $c^2 = (p + q)^2$. Aber nur in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenusenlänge c gilt $c^2 = a^2 + b^2$.

Aus $p^2 + 2pq + q^2 = 2h^2 + p^2 + q^2$ folgt $h = p \cdot q$.