

# MATHE 364

## 25.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

$$x+5=3$$

$$x+3=5$$

$$2x+5=3x+3$$

$$2x+5=-3x+3$$

$$2x-5=-3x+3$$

$$17 \cdot (5-x) = 64 - (x-1)$$

$$(x-3)^2 = (x+5)^2$$

$$mx+b=0 \quad \text{gesucht: Lösung für } x$$

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{nach } s \text{ auflösen}$$

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{nach } t \text{ auflösen}$$

$$24^2 + 7^2 = x^2 \quad \text{nach } x \text{ auflösen, dabei ist } x \geq 0$$

$$13^2 + x^2 = 85^2 \quad \text{nach } x \text{ auflösen, dabei ist } x \geq 0$$

**Wahlaufgaben:** Wähle für die Teilaufgaben **a)** bis **c)** jeweils nur eine Gleichung.

**a)** Wähle eine Gleichung, die du ohne Mühe lösen kannst.

**Löse** diese Gleichung. **Überprüfe** die Lösung.

**b)** Wähle eine Gleichung, die du nur mit Mühe lösen kannst.

**Löse** diese Gleichung. **Überprüfe** die Lösung.

**Nenne** den Grund, aus dem dir diese Gleichung schwierig erscheint.

**c)** Wähle eine Gleichung, die du nicht lösen kannst oder nicht gern lösen möchtest.

**Nenne** den Grund, aus dem dir diese Gleichung zu schwierig oder zu mühsam erscheint.

**Nenne** andere Möglichkeiten, diese Gleichung zu lösen.

## Lösungen 25.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

Da es sich um Wahlaufgaben handelt, werden hier zunächst alle Lösungen dargestellt. Gründe, warum eine Gleichung als schwierig empfunden wird, sind individuell verschieden. Bei einigen Gleichungen werden mögliche Schwierigkeiten genannt.

- a) eine Gleichung, die du ohne Mühe lösen kannst
- b) eine Gleichung, die du nur mit Mühe lösen kannst
- c) eine Gleichung, die du nicht lösen kannst oder nicht gern lösen möchtest

$$\begin{aligned} x+5 &= 3 & | -5 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \\ -2+5 &= 3 & \checkmark \end{aligned}$$

vermutlich schwieriger als die zweite Gleichung, da die Lösung negativ ist

$$\begin{aligned} x+3 &= 5 & | -3 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \\ 2+3 &= 5 & \checkmark \end{aligned}$$

vermutlich die einfachste Gleichung unter diesen Wahlaufgaben

$$\begin{aligned} 2x+5 &= 3x+3 & | -3 \\ \Leftrightarrow 2x+2 &= 3x & | -2x \\ \Leftrightarrow 2 &= x \\ 4+5 &= 6+3 & \checkmark \end{aligned}$$

günstig: Durch Subtrahieren von  $2x$  kann ohne Dividieren nach  $x$  aufgelöst werden.  
mögliche Schwierigkeit: Durch Subtrahieren von  $3x$  entsteht  $-x$ , was nicht immer als  $-1 \cdot x$  erkannt wird.

$$\begin{aligned} 2x+5 &= -3x+3 & | -5 \\ \Leftrightarrow 2x &= -3x-2 & | +3x \\ \Leftrightarrow 5x &= -2 & | :5 \\ \Leftrightarrow x &= -0,4 \\ -0,8+5 &= 4,2 \\ +1,2+3 &= 4,2 & \checkmark \end{aligned}$$

mögliche Schwierigkeit:  
Es wird nicht erkannt, dass durch Addieren von  $3x$  einfachere Ausdrücke entstehen als beim Subtrahieren von  $2x$ .  
Die Lösung ist ein negativer Dezimalbruch.

$$\begin{aligned} 2x-5 &= -3x+3 & | +5 \\ \Leftrightarrow 2x &= -3x+8 & | +3x \\ \Leftrightarrow 5x &= 8 & | :5 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{8}{5} = 1,6 \\ 3,2-5 &= -1,8 \\ -4,8+3 &= -1,8 \end{aligned}$$

mögliche Schwierigkeit:  
Negative Zahlen bzw. Vorfaktoren. Sie lassen sich geschickt nutzen wie in der Musterlösung, können aber auch zu Rechenfehlern führen.  
Die Lösung ist ein Dezimalbruch.

$$\begin{aligned} 17 \cdot (5-x) &= 64-(x-1) & | \text{Klammern auflösen} \\ \Leftrightarrow 85-17x &= 64-x+1 & | +17x \\ \Leftrightarrow 85 &= 65+16x & | -65 \\ \Leftrightarrow 20 &= 16x & | :16 \\ \Leftrightarrow 1,25 &= x \\ 17 \cdot (5-1,25) &= 64-(1,25-1) \\ 17 \cdot 3,75 &= 64-1,25+1 \\ 63,75 &= 63,75 & \checkmark \end{aligned}$$

mögliche Schwierigkeiten:

Es ist eine Klammer auszumultiplizieren.

Es ist eine „Minusklammer“ aufzulösen.

Die Lösung ist ein Dezimalbruch.

weitere Lösungen und Lösung von c) siehe nächste Seiten

## Lösungen 25.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

Da es sich um Wahlaufgaben handelt, werden hier zunächst alle Lösungen dargestellt. Gründe, warum eine Gleichung als schwierig empfunden wird, sind individuell verschieden. Bei einigen Gleichungen werden mögliche Schwierigkeiten genannt.

$(x-3)^2 = (x+5)^2$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 10x + 25$ $\Leftrightarrow -6x + 9 = 10x + 25$ $\Leftrightarrow +9 = 16x + 25$ $\Leftrightarrow -16 = 16x$ $\Leftrightarrow -1 = x$ $(-1-3)^2 = (-1+5)^2$ $16 = 16$	$  -x^2$ $  +6x$ $  -25$ $  :16$	mögliche Schwierigkeiten: binomische Formeln Es entsteht eine „unechte quadratische Gleichung“; erst durch Subtrahieren von $x^2$ entsteht eine lineare Gleichung.
$mx + b = 0$ $\Leftrightarrow mx = -b$ $\Leftrightarrow x = \frac{-b}{m}$	$  -b$ $  :m$	mögliche Schwierigkeiten: Rechnen mit Variablen, Unterscheidung von „Lösungsvariablen“ und „Formvariablen“ Definitionsbereich $m \neq 0$ beim Dividieren durch $m$ beachten Variable mit Minuszeichen $-b = -1 \cdot b$ erkennen
$v = \frac{s}{t}$ $\Leftrightarrow v \cdot t = s$	$  \cdot t$	mögliche Schwierigkeiten: Rechnen mit Variablen Variable im Nenner eines Bruches (antiproportionaler Zusammenhang)
$v = \frac{s}{t}$ $\Leftrightarrow v \cdot t = s$ $\Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$	$  \cdot t$ $  :v$	mögliche Schwierigkeiten: Rechnen mit Variablen Variable im Nenner eines Bruches (antiproportionaler Zusammenhang)
$24^2 + 7^2 = x^2$ $\Leftrightarrow 576 + 49 = x^2$ $\Leftrightarrow 625 = x^2$ $\Leftrightarrow 25 = x$	$  \text{Quadrate berechnen}$ $  \text{Summe berechnen}$ $  \sqrt{\phantom{x}}$	mögliche Schwierigkeiten: Erkennen, dass zuerst die Quadratesumme berechnet werden muss, danach die Wurzel. Es handelt sich eigentlich um eine quadratische Gleichung, jedoch kommt nur die positive Lösung für die Länge $x$ in Frage.
$13^2 + x^2 = 85^2$ $\Leftrightarrow x^2 = 85^2 - 13^2$ $\Leftrightarrow x^2 = 7225 - 169$ $\Leftrightarrow x^2 = 7056$ $\Leftrightarrow x = 84$	$  -13^2$ $  \text{Quadrate berechnen}$ $  \text{Differenz berechnen}$ $  \sqrt{\phantom{x}}$	mögliche Schwierigkeiten: Erkennen, dass zuerst die Quadratdifferenz berechnet werden muss, danach die Wurzel. Subtrahieren von $x^2$ oder von $13^2$ $x \geq 0$ siehe oben

**c) Lösung von c) siehe nächste Seite**

c) **Nenne** andere Möglichkeiten, die für dich zu schwierige Gleichung zu lösen.

- systematisches Probieren mit einer Wertetabelle für den Term links und für den Term rechts des Gleichheitszeichens
  - von Hand erstellt
  - mit der Tabellenkalkulation erstellt
  - mit der Tabellenfunktion des Taschenrechners erstellt
- Lösen mit der SOLVE-Funktion des CAS von GeoGebra
- Lösen mit der SOLVE-Funktion des Taschenrechners

**Hinweis:** Die Nutzung dieser Taschenrechnerfunktion ist in den drei zentralen Abschlüssen in Schleswig-Holstein (ESA, MSA, Abitur) derzeit zulässig, siehe Fachanforderungen (Lehrplan) von 2014.

- graphische Lösung, z. B. Zeichnen der Graphen zu dem Term links und zu dem Term rechts des Gleichheitszeichens mit GeoGebra. Die Lösung für  $x$  ist die Stelle, an der sich der Schnittpunkt der Graphen befindet.
- Mit einer spezialisierten App wie z. B. Photomath
  - Photomath ist eine mobile Anwendung, die die Kamera eines Smartphones verwendet, um mathematische Gleichungen zu scannen und zu erkennen. Die App zeigt dann Schritt-für-Schritt-Erklärungen auf dem Bildschirm an. Es ist sowohl für Android als auch für iOS kostenlos verfügbar.