

# MATHE 364

## 26.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

$x+6=13$	gesucht: Lösung für $x$
⇔	$mx+b=0$
	⇔
$x+13=6$	nach $s$ auflösen
⇔	$v=\frac{s}{t}$
	⇔
$2x+6=3x+26$	nach $t$ auflösen
⇔	$v=\frac{s}{t}$
	⇔
$2x-6=-3x+26$	nach $x$ auflösen, dabei ist $x \geq 0$
	$42^2+40^2=x^2$
	⇒
$-(13-x)-36 \cdot 7=42 \cdot (7-x)$	nach $x$ auflösen, dabei ist $x \geq 0$
⇔	$27^2+x^2=365^2$
	⇔
$(x+3)^2-(x-5)^2=-3(x-1)$	
⇔	

- a) **Gib** bei *mindestens fünf* Gleichungen einen sinnvollen ersten Umformungsschritt an.
- b) Wähle *mindestens eine* Gleichung, die du ohne Mühe lösen kannst.  
**Löse** diese Gleichung. **Überprüfe** die Lösung.
- c) Wähle *mindestens eine* Gleichung, die du nur mit Mühe lösen kannst.  
**Löse** diese Gleichung. **Überprüfe** die Lösung.  
**Nenne** den Grund, aus dem dir diese Gleichung schwierig erscheint.

## Lösungen 26.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

- a) **Gib** bei *mindestens fünf* Gleichungen einen sinnvollen ersten Umformungsschritt an. Individuelle Lösungen: Bei einigen Gleichungen gibt es für den ersten  
b) Umformungsschritt mehrere sinnvolle Möglichkeiten. Da es sich um Wahlaufgaben  
c) handelt, werden hier zunächst alle Lösungen dargestellt. Gründe, warum eine Gleichung als schwierig empfunden wird, sind individuell verschieden.

$x + 6 = 13$   $-6$ eindeutig $\Leftrightarrow x = 7$ $7 + 6 = 13 \quad \checkmark$	vermutlich die einfachste Gleichung unter diesen Wahlaufgaben
$x + 13 = 6$   $-13$ eindeutig $\Leftrightarrow x = -7$ $-7 + 13 = 6$	vermutlich schwieriger als die erste Gleichung, da die Lösung negativ ist
$2x + 6 = 3x + 26$   $-26$ umgekehrte Reihenfolge möglich $\Leftrightarrow 2x - 20 = 3x$   $-2x$ $\Leftrightarrow -20 = x$ $-40 + 6 = -60 + 26 \quad \checkmark$	günstig: Durch Subtrahieren von $2x$ kann ohne Dividieren nach $x$ aufgelöst werden. mögliche Schwierigkeit: Durch Subtrahieren von $3x$ entsteht $-x$ , was nicht immer als $-1 \cdot x$ erkannt wird.
$2x + 6 = -3x + 26$   $-6$ $\Leftrightarrow 2x = -3x + 20$   $+3x$ $\Leftrightarrow 5x = 20$   $:5$ $\Leftrightarrow x = 4$ $8 + 6 = -12 + 26 \quad \checkmark$	mögliche Schwierigkeit: Es wird nicht erkannt, dass durch Addieren von $3x$ einfachere Ausdrücke entstehen als beim Subtrahieren von $2x$ .
$2x - 6 = -3x + 26$   $+6$ $\Leftrightarrow 2x = -3x + 32$   $+3x$ $\Leftrightarrow 5x = 32$   $:5$ $\Leftrightarrow x = \frac{32}{5} = 6,4$ $12,8 - 6 = 6,8$ $-19,2 + 26 = 6,8 \quad \checkmark$	mögliche Schwierigkeit: Negative Zahlen bzw. Vorfaktoren. Sie lassen sich geschickt nutzen wie in der Musterlösung, können aber auch zu Rechenfehlern führen. Die Lösung ist ein Dezimalbruch.
$-(13 - x) - 36 \cdot 7 = 42 \cdot (7 - x)$   Klammern auflösen $\Leftrightarrow -13 + x - 252 = 294 - 42x$   $+13 + 252$ $\Leftrightarrow x = 559 - 42x$   $+42x$ $\Leftrightarrow 43x = 559$   $:43$ $\Leftrightarrow x = 13$ $-(13 - 13) - 36 \cdot 7 = 42 \cdot (7 - 13)$ $252 = 42 \cdot (-6)$ $252 = 252 \quad \checkmark$	mögliche Schwierigkeiten: Es ist eine Klammer auszumultiplizieren. Es ist eine „Minusklammer“ aufzulösen.

weitere Lösungen siehe nächste Seite

## Lösungen 26.11. Wie gingen noch mal ... Äquivalenzumformungen?

- a) **Gib** bei *mindestens fünf* Gleichungen einen sinnvollen ersten Umformungsschritt an. Individuelle Lösungen: Bei einigen Gleichungen gibt es für den ersten  
b) **Umformungsschritt mehrere sinnvolle Möglichkeiten.** Da es sich um Wahlaufgaben handelt, werden hier zunächst alle Lösungen dargestellt. Gründe, warum eine Gleichung als schwierig empfunden wird, sind individuell verschieden.  
c)

$$\begin{array}{lcl}
 (x+3)^2 - (x-5)^2 = -3(x-1) & & \\
 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - (x^2 - 10x + 25) = -3x + 3 & | \text{ Klammern auflösen} & \\
 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - x^2 + 10x - 25 = -3x + 3 & | -x^2, \text{ zusammenfassen} & \\
 \Leftrightarrow 16x - 16 = -3x + 3 & | +3x + 16 & \\
 \Leftrightarrow 19x = 19 & & \\
 \Leftrightarrow x = 1 & & \text{ mögliche Schwierigkeiten:} \\
 & & \text{ binomische Formeln} \\
 & & \text{ Es entsteht eine „unechte quadratische Gleichung“; erst durch Subtrahieren} \\
 & & \text{ von } x^2 \text{ entsteht eine lineare Gleichung.} \\
 \\
 mx + b = 0 & | -b \text{ eindeutig} & \text{ mögliche Schwierigkeiten:} \\
 \Leftrightarrow mx = -b & | :m & \text{ Rechnen mit Variablen, Unterscheidung von} \\
 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{m} & & \text{ „Lösungsvariablen“ und „Formvariablen“} \\
 \\
 v = \frac{s}{t} & | \cdot t \text{ eindeutig} & \text{ mögliche Schwierigkeiten:} \\
 \Leftrightarrow v \cdot t = s & & \text{ Rechnen mit Variablen} \\
 & & \text{ Variable im Nenner eines Bruches} \\
 \\
 v = \frac{s}{t} & | \cdot t \text{ umgekehrte Reihenfolge} & \\
 \Leftrightarrow v \cdot t = s & | :v \text{ möglich, aber Vorsicht!} & \\
 \Leftrightarrow t = \frac{s}{v} & & \\
 \\
 42^2 + 40^2 = x^2 & | \text{ Quadrate berechnen} & \text{ mögliche Schwierigkeiten:} \\
 \Leftrightarrow 1764 + 1600 = x^2 & | \text{ Summe berechnen} & \text{ Erkennen, dass zuerst die Quadrate-} \\
 \Leftrightarrow 3364 = x^2 & | \sqrt{\phantom{x}} & \text{ summe berechnet werden muss,} \\
 \Leftrightarrow 58 = x & & \text{ danach die Wurzel.} \\
 \\
 27^2 + x^2 = 365^2 & | -27^2 & \text{ mögliche Schwierigkeiten:} \\
 \Leftrightarrow x^2 = 365^2 - 27^2 & | \text{ Quadrate berechnen} & \text{ Erkennen, dass zuerst die} \\
 \Leftrightarrow x^2 = 133225 - 729 & | \text{ Differenz berechnen} & \text{ Quadratdifferenz berechnet} \\
 \Leftrightarrow x^2 = 132496 & | \sqrt{\phantom{x}} & \text{ werden muss, danach die Wurzel.} \\
 \Leftrightarrow x = 364 & & \text{ Subtrahieren von } x^2 \text{ oder von } 13^2
 \end{array}$$

- c) **Nenne** den Grund, aus dem dir diese Gleichung schwierig erscheint.  
siehe „mögliche Schwierigkeiten“