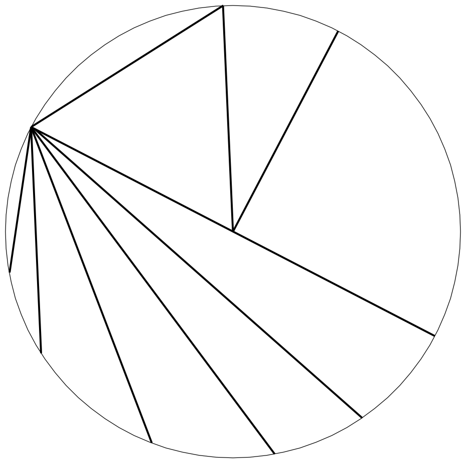
MATHE 364

11.11. Kreisumfang, Durchmessser und Radius

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens zwei* der Teilaufgaben von **a)** bis **e)**.

a) Die Abbildung zeigt einen Kreis und neun Strecken.



Markiere

- die längste Strecke
- die kürzeste Strecke
- zwei gleich lange Strecken
- eine Strecke und eine doppelt so lange Strecke
- einen Radius
- einen Durchmesser

b) Ein Kreis hat einen Radius von 25 cm.
Gib den Durchmesser und den Umfang **an**.

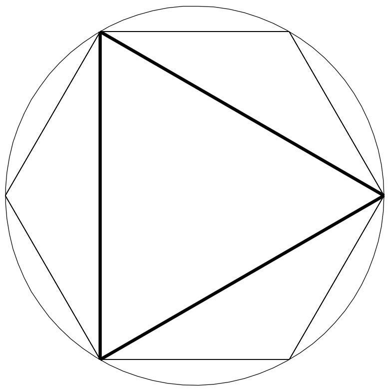
c) Ein Pkw-Reifen hat 60 cm Durchmesser.

Bestimme die Strecke, die das Fahrzeug bei einer Reifenumdrehung zurücklegt.

Bei 36 km/h fährt dieses Fahrzeug in jeder Sekunde 10 m.

Berechne, wie oft sich der Reifen bei Tempo 108 km/h pro Sekunde dreht.

d) Zu diesem Bild sagt man: *In diesen Kreis sind ein regelmäßges Sechseck und ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben*.



Erkläre anhand der Zeichnung, was das bedeutet.

Vergleiche Die Länge des Weges einmal um den Kreis herum auf der Kreislinie, auf dem Rand des Dreiecks sowie auf dem Rand des Sechsecks miteinander.

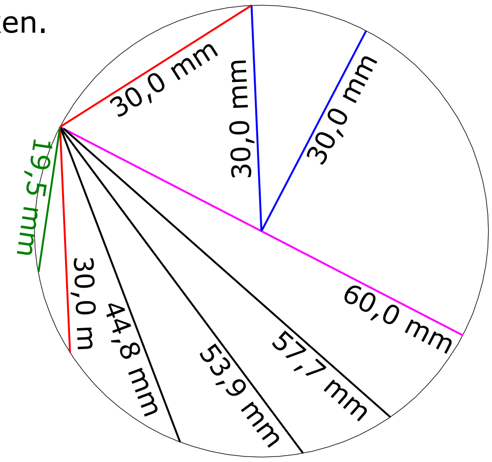
e) In der Abbildung ist eine Seite des Secksecks 25 mm lang.

Berechne den Umfang von *mindestens zwei* der drei Figuren: den Umfang des Sechsecks, den Umfang des Kreises und den Umfang des gleichseitigen Dreiecks.

Lösungen 11.11. Kreisumfang, Durchmessser und Radius

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens zwei* der Teilaufgaben von **a)** bis **e)**.

a) Die Abbildung zeigt einen Kreis und neun Strecken.



Markiere

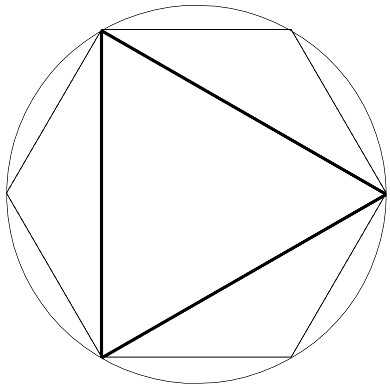
- die längste Strecke
- die kürzeste Strecke
- zwei gleich lange Strecken
- eine Strecke und eine doppelt so lange Strecke
- einen Radius
- einen Durchmesser

b) Ein Kreis hat einen Radius von 25 cm.
Gib den Durchmesser und den Umfang **an**. $d = 50$ cm, $u \approx 175$ cm

c) Ein Pkw-Reifen hat 60 cm Durchmesser.
Bestimme die Strecke, die das Fahrzeug bei einer Reifenumdrehung zurücklegt.
Diese Strecke entspricht dem Reifenumfang. $u = \pi \cdot d = \pi \cdot 60$ cm $\approx 188{,}5$ cm

Bei 36 km/h fährt dieses Fahrzeug in jeder Sekunde 10 m.
Berechne, wie oft sich der Reifen bei Tempo 108 km/h pro Sekunde dreht.
108 km/h = $3 \cdot 36$ km/h, also legt das Fahrzeug in einer Sekunde 30 m zurück.
Ich berechne, „*wie oft 188,5 cm in 30 m hineinpassen*". 30 m : 188,5 cm $\approx 15{,}9$
Die Reifen drehen sich bei Tempo 108 km/h pro ca. 16 mal pro Sekunde.

d) Zu diesem Bild sagt man: *In diesen Kreis sind ein regelmäßges Sechseck und ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben*.



Erkläre anhand der Zeichnung, was das bedeutet.
Die Eckpunkte des Dreiecks liegen auf der Kreislinie; der Kreis ist der Umkreis des Dreiecks. Das gilt entsprechend für die Eckpunkte des Sechsecks.

Vergleiche Die Länge des Weges einmal um den Kreis herum auf der Kreislinie, auf dem Rand des Dreiecks sowie auf dem Rand des Sechsecks miteinander. Der Weg auf der Kreislinie ist der längste, der Weg auf dem Umfang des Sechsecks ist kürzer, der Weg auf dem Umfang des Dreiecks ist am kürzesten.

e) In der Abbildung ist eine Seite des Secksecks 25 mm lang.
Berechne den Umfang von *mindestens zwei* der drei Figuren: den Umfang des Sechsecks, den Umfang des Kreises und den Umfang des gleichseitigen Dreiecks.

Kreisumfang: Der Durchmesser beträgt 50 mm, $u = \pi \cdot d = \pi \cdot 50$ mm ≈ 175 mm

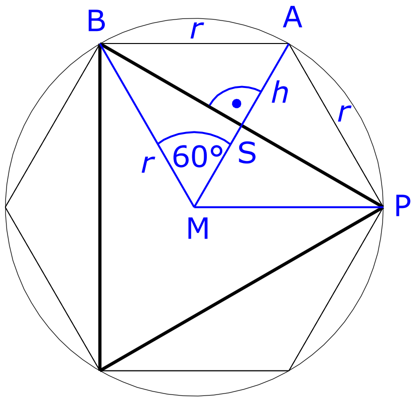
Umfang des Sechsecks: $u = 6 \cdot 25$ mm = 150 mm

Umfang des Dreiecks: *siehe nächste Seite*

Lösungen 11.11. Kreisumfang, Durchmessser und Radius

Wahlaufgaben: Bearbeite *mindestens zwei* der Teilaufgaben von **a)** bis **e)**.

e) In der Abbildung ist eine Seite des Secksecks 25 mm lang.
Berechne den Umfang des gleichseitigen Dreiecks.



Die Strecken $\overline{MB}$ und $\overline{MA}$ sind Radien des Kreises. Also ist das Dreieck MAB gleichschenklig, dabei ist die Strecke $\overline{AB}$ die Basis.

Solche Radien kann man vom Mittelpunkt des Kreises zu allen Eckpunkten des Sechsecks zeichnen. Auf diese Weise liegen sechs derartige gleich große Winkel aneinder und haben den Punkt M als geeinsamen Scheitelpunkt. Damit diese Winkel einen vollen Kreis von 360° überstreichen muss der Winkel ∢ AMB eine Größe von 60° besitzen.

Die beiden Basiswinkel ∢ BAM und ∢ MBA sind gleich groß. Da die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt, müssen die beiden Basiswinkel ebenfalls eine Größe von 60° haben. Das Dreieck MAB ist also gleichseitig.

Die Strecke $\overline{BS}$ ist die Höhe im gleichseitigen Dreieck MAB. Deshalb muss der Punkt S muss der Mittelpunkt der Strecke $\overline{MA}$ sein. Daraus folgt, dass $h = \frac{1}{2}r$ ist.

Satz des Pythagoras im Dreieck SAB:

$$|BS|^2 + |AS|^2 = |AB|^2$$

$$|BS|^2 + h^2 = r^2$$

$$|BS|^2 = r^2 - h^2 = r^2 - \left(\tfrac{1}{2}r\right)^2 = r^2 - \tfrac{1}{4}r^2 = \tfrac{3}{4}r^2$$

$$|BS| = \sqrt{\tfrac{3}{4}r^2} = \tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot r$$

Auch das Dreieck PAB ist gleichschenklig, denn die beiden Sechseck-Seiten $\overline{PA}$ und $\overline{AB}$ sind gleich lang. Deshalb ist der Höhenfußpunkt S der Seitenmittelpunkt. Die Strecke $\overline{BP}$ ist doppelt so lang wie die Strecke $\overline{BS}$.

Also ist $|BP| = 2\cdot|BS| = \sqrt{3}\cdot r$ und $u = 3\cdot\sqrt{3}\cdot r$.