

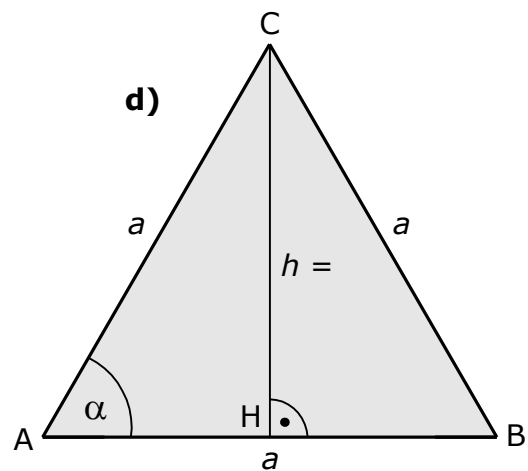
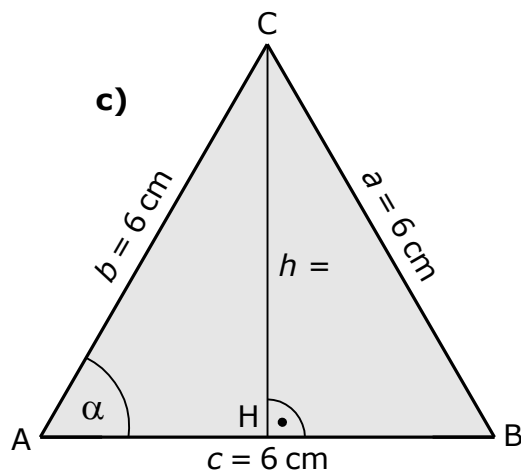
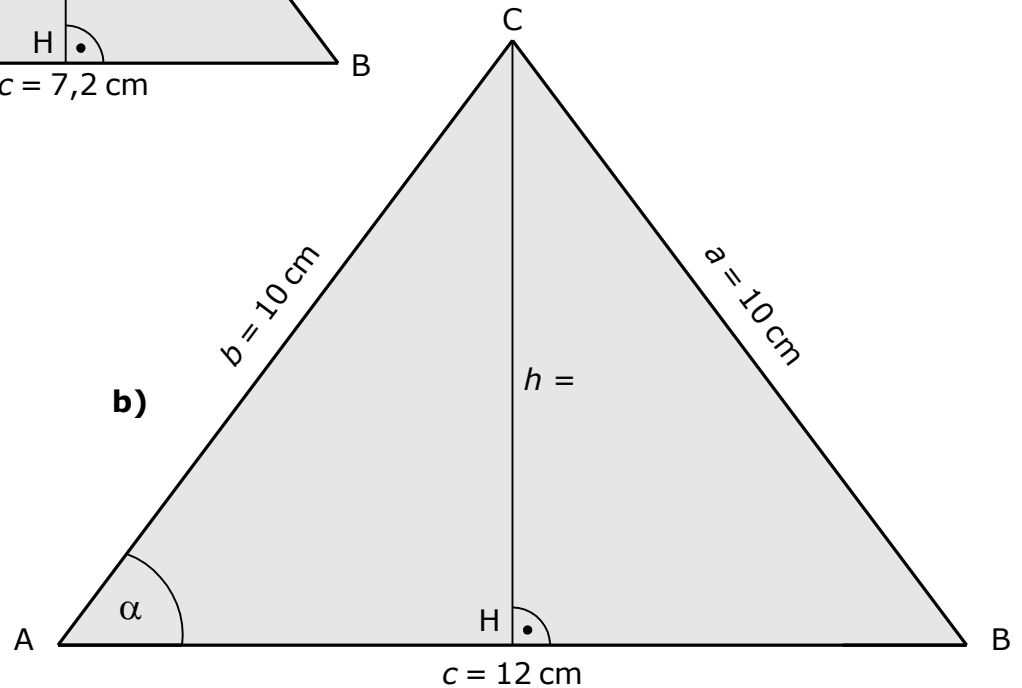
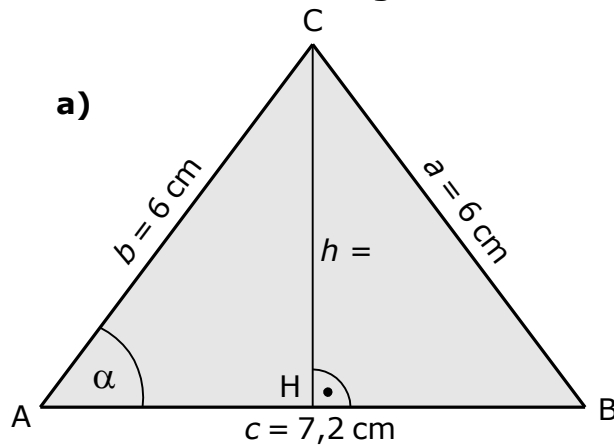
MATHE 364

05.11. Die Satzgruppe des Pythagoras – Anwendungen

Wahlaufgaben: Wähle *mindestens eine* der Abbildungen **a)** bis **d)**.

Bestimme rechnerisch die Länge der Höhe \overline{HC} .

Vergleiche die beiden anderen Winkelmaße mit α .



Wahlaufgaben: Wähle *mindestens eine* der Abbildungen **a)** bis **d)**.

Bestimme rechnerisch die Länge der Höhe \overline{HC} .

Vergleiche die beiden anderen Winkelmaße mit α .

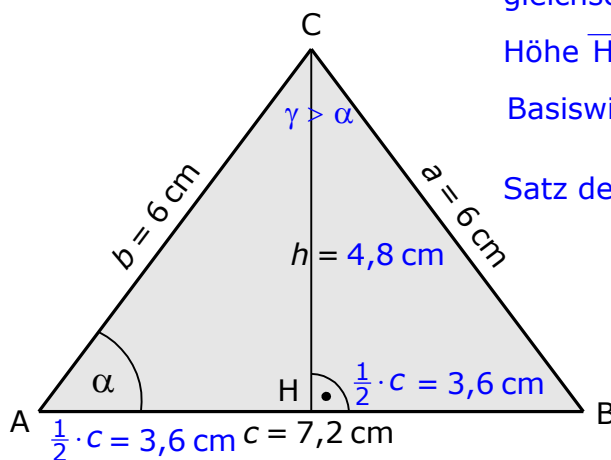
Alle Dreiecke sind gleichschenkelig, da jeweils zwei Seitenlängen gleich sind: $a = b$.
Deshalb sind zwei Winkelmaße gleich: $\alpha = \beta$ (Basiswinkelsatz).

Bei **a)** und **b)** ist die dritte Seitenlänge c größer als die Längen a und b . Deshalb ist auch der gegenüberliegende Winkel größer als die beiden anderen Winkel:

$\gamma > \alpha$ und $\gamma > \beta$. Da $\alpha = \beta$ gilt, ist $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot \alpha$.

Da alle Dreiecke gleichschenkelig mit \overline{AB} als Basis sind, teilt die Höhe \overline{HC} die Seite \overline{AB} in der Mitte.

a)



gleichschenkeliges Dreieck

Höhe \overline{HC} halbiert Basis \overline{AB} , $\frac{1}{2} \cdot c = 3,6 \text{ cm}$

Basiswinkel gleich groß, $\alpha = \beta$

Satz des Pythagoras im Dreieck HBC

$$a^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot c\right)^2 + h^2$$

$$6^2 = 3,6^2 + h^2$$

$$6^2 - 3,6^2 = h^2$$

$$h = \sqrt{6^2 - 3,6^2} = \sqrt{23,04} = 4,8$$

b) gleichschenkeliges Dreieck

Höhe \overline{HC} halbiert Basis \overline{AB} ,

$$\frac{1}{2} \cdot c = 6 \text{ cm}$$

Basiswinkel gleich groß,

$$\alpha = \beta$$

Satz des Pythagoras im Dreieck HBC

$$a^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot c\right)^2 + h^2$$

$$10^2 = 6^2 + h^2$$

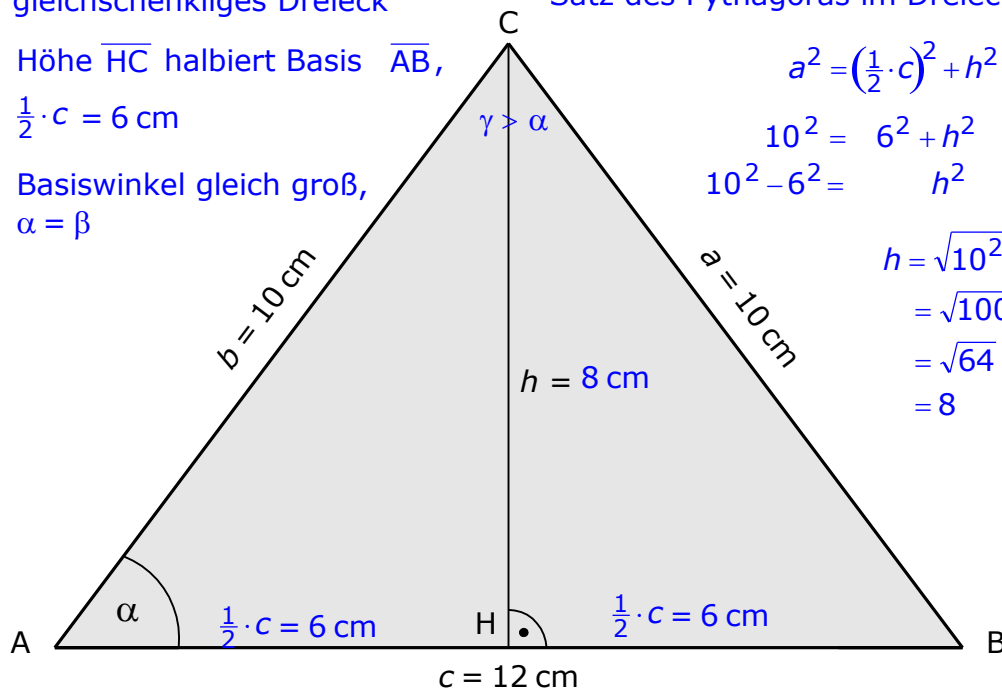
$$10^2 - 6^2 = h^2$$

$$h = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8$$



Wahlaufgaben: Wähle *mindestens eine* der Abbildungen **a)** bis **d)**.

Bestimme rechnerisch die Länge der Höhe \overline{HC} .

Vergleiche die beiden anderen Winkelmaße mit α .

Alle Dreiecke sind gleichschenkelig, da jeweils zwei Seitenlängen gleich sind: $a = b$.
Deshalb sind zwei Winkelmaße gleich: $\alpha = \beta$ (Basiswinkelsatz).

Bei **c)** und **d)** sind sogar alle drei Seiten gleich lang, die Dreiecke sind gleichseitig.
Deshalb sind auch alle Innenwinkel gleich groß, nämlich 60° .

Die Höhe \overline{HC} teilt die Seite \overline{AB} in der Mitte.

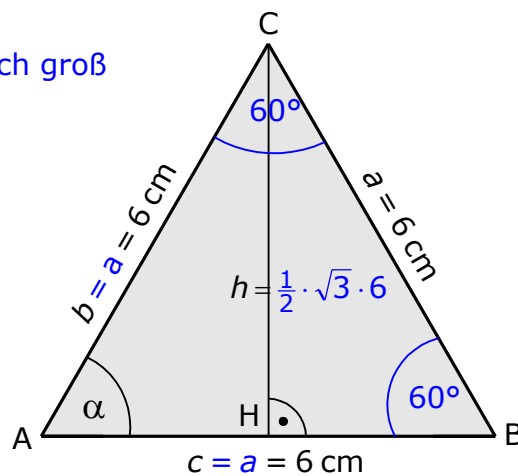
c) gleichseitiges Dreieck

Satz des Pythagoras im Dreieck HBC

Höhe \overline{HC} halbiert Basis \overline{AB} ,

$$\frac{1}{2} \cdot c = 3 \text{ cm}$$

alle Winkel gleich groß



$$\frac{1}{2} \cdot c = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{2} \cdot c = \frac{1}{2} \cdot a = 3 \text{ cm}$$

$$a^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot a\right)^2 + h^2$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \cdot a^2 + h^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{1}{4} \cdot a^2$$

$$h^2 = \frac{3}{4} \cdot a^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 6$$

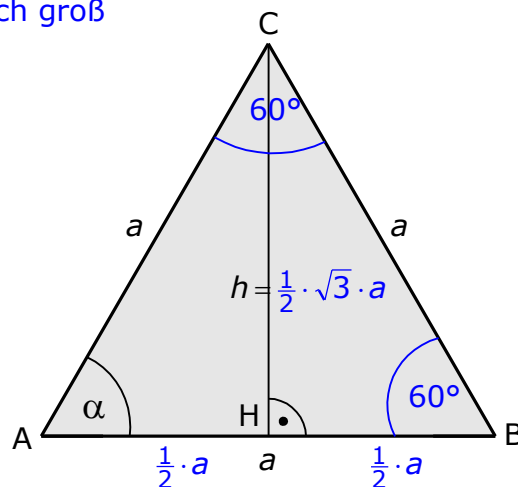
$$h = 3 \cdot \sqrt{3} \approx 5,196...$$

d) gleichseitiges Dreieck

Satz des Pythagoras im Dreieck HBC

Höhe \overline{HC} halbiert Basis \overline{AB}

alle Winkel gleich groß



$$a^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot a\right)^2 + h^2$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \cdot a^2 + h^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{1}{4} \cdot a^2$$

$$h^2 = \frac{3}{4} \cdot a^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$