

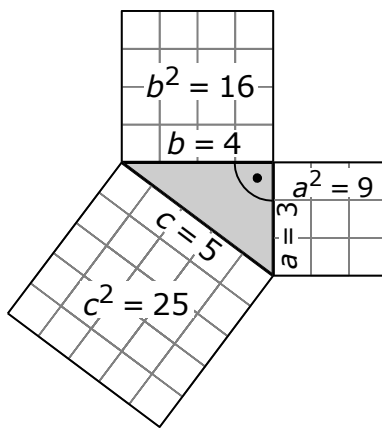
MATHE 364

15.10. Der Satz des Pythagoras

Information: Der Satz des Pythagoras

Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks heißt *Hypotenuse*. Die beiden kürzeren Seiten des eines rechtwinkligen Dreiecks heißen *Katheten*. Sie sind die Schenkel des rechten Winkels, der der längsten Seite gegenüber liegt.

Ein Quadrat über einer Seite errichten bedeutet ein Quadrat zu zeichnen, bei dem eine Seite des Dreiecks zugleich eine Seite des Quadrats ist. Die Quadrate werden nach außen gezeichnet, sie überschneiden die Dreiecksfläche also nicht.

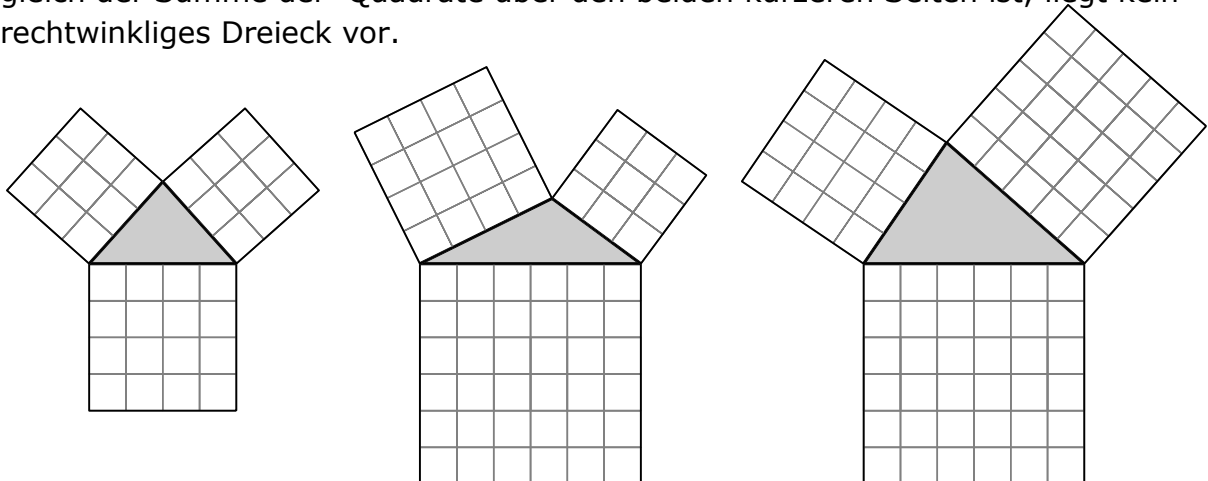


Satz: Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist das Quadrat über der längsten Seite gleich der Summe der Quadrate über den beiden kürzeren Seiten.

Beispiel: Dieses Dreieck ist rechtwinklig. Eine Kathete ist $a = 3$ Kästchen lang, die andere $b = 4$ K und die Hypotenuse $c = 5$ K. Mit diesen Seitenlängen ist $a^2 = 9$, $b^2 = 16$ und $c^2 = 25$. Hier gilt $9 + 16 = 25$.

Wenn das Dreieck rechtwinklig und c die Länge der Hypotenuse ist sowie a und b die Längen der Katheten sind, dann gilt $a^2 + b^2 = c^2$.

Umkehrung: Wenn in einem Dreieck das Quadrat über der längsten Seite nicht gleich der Summe der Quadrate über den beiden kürzeren Seiten ist, liegt kein rechtwinkliges Dreieck vor.



Falls das größte Quadrat *kleiner* ist als die Summe der Quadrate der beiden kürzeren Seitenlängen, dann ist das Dreieck *spitzwinklig* (überschüssige Summe).

Falls das größte Quadrat *größer* ist als die Summe der Quadrate der beiden kürzeren Seitenlängen, dann ist das Dreieck *stumpfwinklig* (unterschüssige Summe).

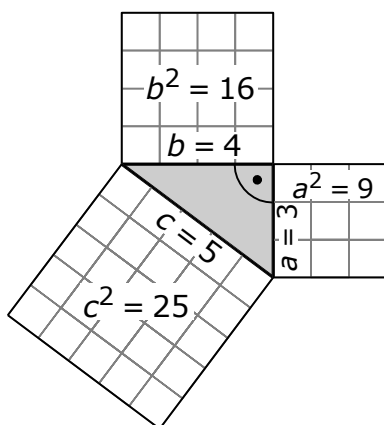
a) Lies den Informationstext.

b) Entscheide und **begründe** mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, ob die drei Dreiecke in der Abbildung spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig sind.

Information: Der Satz des Pythagoras

Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks heißt *Hypotenuse*. Die beiden kürzeren Seiten des eines rechtwinkligen Dreiecks heißen *Katheten*. Sie sind die Schenkel des rechten Winkels, der der längsten Seite gegenüber liegt.

Ein *Quadrat über einer Seite errichten* bedeutet ein Quadrat zu zeichnen, bei dem eine Seite des Dreiecks zugleich eine Seite des Quadrats ist. Die Quadrate werden nach außen gezeichnet, sie überschneiden die Dreiecksfläche also nicht.

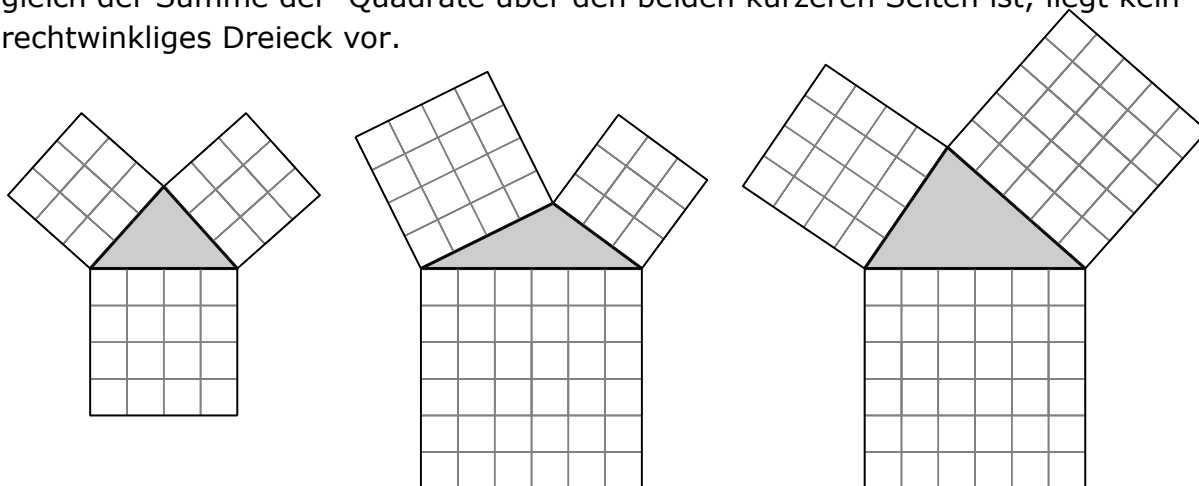


Satz: Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist das Quadrat über der längsten Seite gleich der Summe der Quadrate über den beiden kürzeren Seiten.

Beispiel: Dieses Dreieck ist rechtwinklig. Eine Kathete ist $a = 3$ Kästchen lang, die andere $b = 4$ K und die Hypotenuse $c = 5$ K. Mit diesen Seitenlängen ist $a^2 = 9$, $b^2 = 16$ und $c^2 = 25$. Hier gilt $9 + 16 = 25$.

Wenn das Dreieck rechtwinklig und c die Länge der Hypotenuse ist sowie a und b die Längen der Katheten sind, dann gilt $a^2 + b^2 = c^2$.

Umkehrung: Wenn in einem Dreieck das Quadrat über der längsten Seite nicht gleich der Summe der Quadrate über den beiden kürzeren Seiten ist, liegt kein rechtwinkliges Dreieck vor.



Falls das größte Quadrat *kleiner* ist als die Summe der Quadrate der beiden kürzeren Seitenlängen, dann ist das Dreieck *spitzwinklig* (überschüssige Summe).

Falls das größte Quadrat *größer* ist als die Summe der Quadrate der beiden kürzeren Seitenlängen, dann ist das Dreieck *stumpfwinklig* (unterschüssige Quadratesumme).

a) **Lies** den Informationstext. ✓

b) **Entscheide** und **begründe** mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, ob die drei Dreiecke in der Abbildung spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig sind. ↓

	Seitenlängen	größtes Q.	Quadratesumme	Typ
links	$a = 3, b = 3, c = 4$	$c^2 = 16$	$a^2 + b^2 = 9 + 9 = 18 > 16$	spitzwinklig
Mitte	$a = 3, b = 4, c = 6$	$c^2 = 36$	$a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25 < 36$	stumpfw.
rechts	$a = 5, b = 4, c = 6$	$c^2 = 36$	$a^2 + b^2 = 25 + 16 = 41 > 36$	spitzwinklig