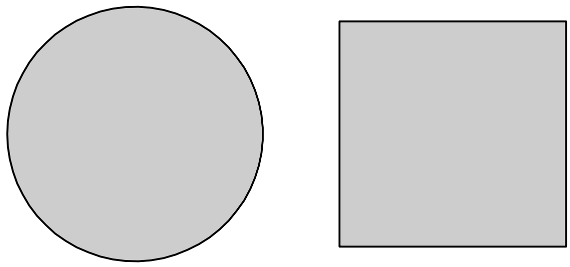
MATHE 364

31.10. Die Quadratur des Rechtecks

Information: Die Quadratur des Kreises

„Das wäre ja die Quadratur des Kreises!“ – so wird manchmal ein unlösbares Problem bewertet.
Was bedeutet diese Redewendung?

Ausgehend von einem Kreis soll <u>mit Zirkel und Lineal</u> ein Quadrat konstruiert werden, das den gleichen Flächeninhalt hat wie der Kreis.



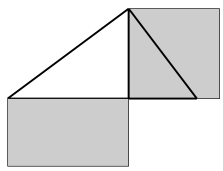
Vor Jahren 2000 suchten die griechischen Mathematiker vergeblich nach einer Lösung für dieses Konstruktionsproblem. Erst die moderne Mathematik konnte beweisen, dass die Quadratur des Kreises mit Zirkel und Lineal nicht durchführbar ist. Der Grund ist, dass die Kreiszahl π zu einer besonderen Art von irrationalen Zahlen gehört, die man *transzendent* nennt (wörtliche Bedeutung *„über das Normale hinausgehend*“).

Mit Taschenrechner und Geodreieck, also mit anderen mathematischen Werkzeugen, können selbstverständlich ein Kreis und ein Quadrat mit dem gleichen Flächeninhalt gezeichnet werden, siehe Abbildung oben.

a) **Lies** den Informationstext.

Das Quadrat und der Kreis in der Abbildung haben den gleichen Flächeninhalt.
Bestimme diesen Flächeninhalt sowie den Durchmesser des Kreises.

b) Die Denk- und Arbeitsweise der alten griechischen Mathematik wird an der *Quadratur des Rechtecks* deutlich.
Die Skizze stellt den Höhensatz dar.



Konstruiere ausgehend von dem größeren Rechteck ein Quadrat, das den gleichen Flächeninhalt hat wie das Rechteck.

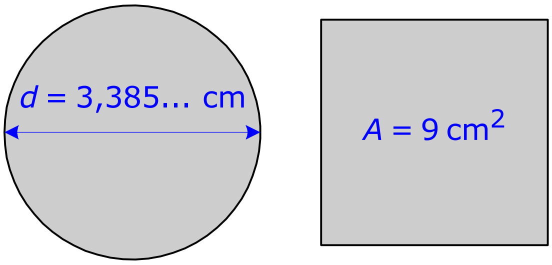
MATHE 364

Lösungen 31.10. Die Quadratur des Rechtecks

Information: Die Quadratur des Kreises

„Das wäre ja die Quadratur des Kreises!" – so wird manchmal ein unlösbares Problem bewertet.
Was bedeutet diese Redewendung?

Ausgehend von einem Kreis soll mit Zirkel und Lineal ein Quadrat konstruiert werden, das den gleichen Flächeninhalt hat wie der Kreis.



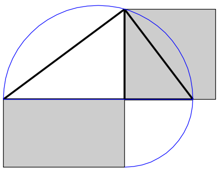
Vor Jahren 2000 suchten die griechischen Mathematiker vergeblich nach einer Lösung für dieses Konstruktionsproblem. Erst die moderne Mathematik konnte beweisen, dass die Quadratur des Kreises mit Zirkel und Lineal nicht durchführbar ist. Der Grund ist, dass die Kreiszahl π zu einer besonderen Art von irrationalen Zahlen gehört, die man *transzendent* nennt (wörtliche Bedeutung *„über das Normale hinausgehend"*).

Mit Taschenrechner und Geodreieck, also mit anderen mathematischen Werkzeugen, können selbstverständlich ein Kreis und ein Quadrat mit dem gleichen Flächeninhalt gezeichnet werden, siehe Abbildung oben.

a) **Lies** den Informationstext. √

Das Quadrat und der Kreis in der Abbildung haben den gleichen Flächeninhalt. **Bestimme** diesen Flächeninhalt sowie den Durchmesser des Kreises. ↑

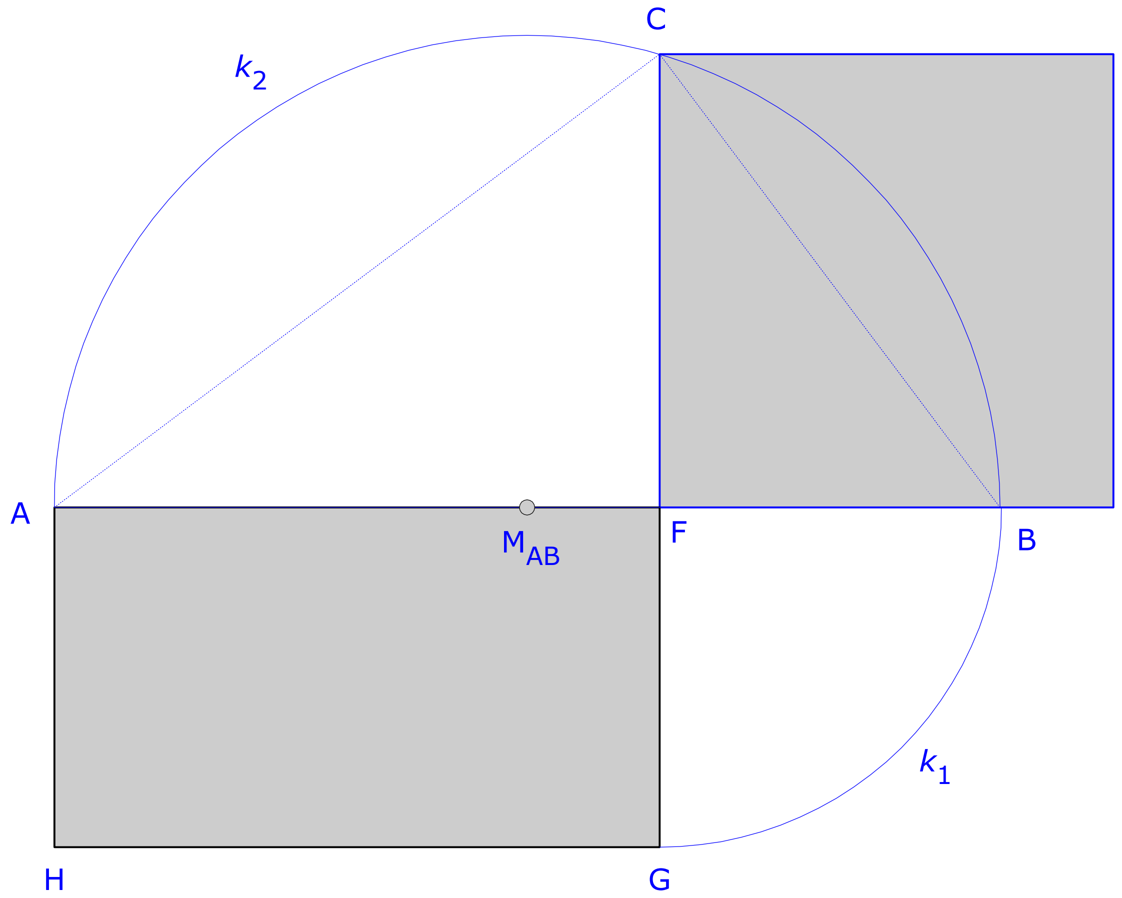
b) Die Denk- und Arbeitsweise der alten griechischen Mathematik wird an der *Quadratur des Rechtecks* deutlich. Die Skizze stellt den Höhensatz dar.



Konstruiere ausgehend von dem größeren Rechteck ein Quadrat, das den gleichen Flächeninhalt hat wie das Rechteck.

Konstruktion siehe nächste Seite

Lösungen 31.10. Die Quadratur des Rechtecks



Die Seitenlängen des Rechtecks werden als Hypotenusenabschnitte p und q verwendet. Obwohl dessen Höhe unbekannt ist, kann mit dem Thaleskeris ein rechtwinkliges Dreieck konstruiert werden. Nach dem Höhensatz ist $h^2 = p \cdot q$. Das Quadrat hat also den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck. Für das "*Ziehen der Wurzel*", d. h. das Bestimmen der Seitenlänge h muss nicht gerechnet werden.

Gerade AF

Kreis k_1 mit Mittelpunkt F durch den Punkt G

Schnittpunkt der Geraden AF mit dem Kreis k_1 ist B

Mittelpunkt M_{AB} der Strecke $\overline{AB}$

Kreis k_2 mit Mittelpunkt M_{AB} F durch den Punkt A (Thaleskreis)

Gerade GF

Schnittpunkt der Geraden GF mit dem Kreis k_2 ist C

Quadrat über der Strecke $\overline{FC}$ zeichnen, in GeoGebra mit der Befehlsfolge

regelmäßiges Vieleck, Eckenzahl 4, Anfangspunkt F, Endpunkt C.