

MATHE 364

12.10. Potenzen mit irrationalen Hochzahlen

a) $\sqrt{2} \approx 1,414213562371500186977083668114925577113404229436650812411673978046337276622457975210893630314016372$

kann in Ziffernschreibweise nur näherungsweise dargestellt werden.

Wir benutzen diese Näherung, um $25^{\sqrt{2}}$ näherungsweise darzustellen:

Näherung x	Kontrolle x^2	25^x	25^y	Näherung y	Kontrolle y^2
1	1	$25^1 = 25$	$25^2 = 625$	2	4
1,4	1,96	90,5974579		1,5	
1,41	1,9881		96,62173069	1,42	2,0164
1,414		94,77355516		1,415	
	1,99996164	94,834587667	94,865118657	1,4143	2,00024449
	1,9999899241	94,8376403239	94,8406930788	1,41422	
1,414213	1,999998409369	94,83855614019	94,83886141012	1,414214	2,000001237796

- **Ergänze** mindestens drei fehlende Zahlen.
Dabei kannst du den Taschenrechner nutzen.
- $25^{1,5}$ ist eine natürliche Zahl. **Gib** diese Zahl **an**.
- **Lies** aus der letzten Zeile der Tabelle einen Näherungswert für $25^{\sqrt{2}}$ **ab**.
- **Bestimme** $25^{\sqrt{2}}$ mit dem Taschenrechner.

b) **Berechne** den Wert *mindestens eines* Terms ohne Taschenrechner.

Überprüfe den Ergebnis mit dem Taschenrechner.

$$\sqrt{1}^{\sqrt{1}}$$

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$$

$$\left(\left(3^{\sqrt[3]{3}}\right)^{\sqrt[3]{3}}\right)^{\sqrt[3]{3}}$$

$$\left(\left(\left(4^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}$$

c) **freiwillige Zusatzaufgaben:**

Gib den nächsten Term **an**.

Gib die Werte aller Terme (Fortsetzung mit Pünktchen) **an**.

Lösungen 12.10. Potenzen mit irrationalen Hochzahlen

a) $\sqrt{2} \approx 1,414213562371500186977083668114925577113404229436650812411673978046337276622457975210893630314016372$

kann in Zifferschreibweise nur näherungsweise dargestellt werden.

Wir benutzen diese Näherung, um $25^{\sqrt{2}}$ näherungsweise darzustellen:

Näherung x	Kontrolle x^2	25^x	25^y	Näherung y	Kontrolle y^2
1	1	$25^1 = 25$	$25^2 = 625$	2	4
1,4	1,96	90,5974579	125	1,5	2,25
1,41	1,9881	93,56112004	96,62173069	1,42	2,0164
1,414	1,999396	94,77355516	95,07911097	1,415	2,002225
1,4142	1,99996164	94,834587667	94,865118657	1,4143	2,00024449
1,41421	1,9999899241	94,8376403239	94,8406930788	1,41422	2,0000182084
1,414213	1,999998409369	94,83855614019	94,83886141012	1,414214	2,000001237796

- **Ergänze** mindestens drei fehlende Zahlen. siehe blaue Zahlen in der Tabelle
Dabei kannst du den Taschenrechner nutzen.
- $25^{1,5}$ ist eine natürliche Zahl. **Gib** diese Zahl an. $25^{1,5} = 125$
- **Lies** aus der letzten Zeile der Tabelle einen Näherungswert für $25^{\sqrt{2}}$ ab.
94,838 ; Begründung: Die beiden Näherungswerte in den Spalten 25^x und 25^y stimmen bis zur 3. Stelle nach dem Komma überein.
- **Bestimme** $25^{\sqrt{2}}$ mit dem Taschenrechner. z. B. 94,83872782

b) **Berechne** den Wert mindestens eines Terms ohne Taschenrechner.

Überprüfe den Ergebnis mit dem Taschenrechner.

$$\sqrt{1}^{\sqrt{1}} = 1^1 = 1$$

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$$

$$\left(\left(\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}}\right)^{\sqrt[3]{3}}\right)^{\sqrt[3]{3}} = \left(\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}}\right)^{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{3}^3 = 3$$

$$\left(\left(\left(\sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}} = \left(\left(\sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}} = \left(\sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}}\right)^{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{4}^{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{4}^4 = 4$$

$$\left(\left(\left(\left(\sqrt[5]{5}^{\sqrt[5]{5}}\right)^{\sqrt[5]{5}}\right)^{\sqrt[5]{5}}\right)^{\sqrt[5]{5}}\right)^{\sqrt[5]{5}}$$

c) **Gib** den nächsten Term an. siehe oben

Gib die Werte aller Terme (Fortsetzung mit Pünktchen) an. 1, 2, 3, 4, 5, ...

