

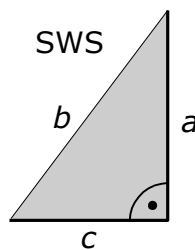
MATHE 364

17.10. Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras

Information: Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras

Mit dem Satz des Pythagoras können die Längen von Dreiecksseiten exakt berechnet werden. Mit der Umkehrung des Satzes kann mit drei den Seitenlängen exakt entschieden werden, ob ein Dreieck rechtwinklig ist.

- ≙ Kongruenzsatz SWS: Aus den Längen der beiden Katheten und dem bekannten Winkelmaß 90° wird die Länge der Hypotenuse berechnet.
- ≙ Kongruenzsatz SsW: Aus der Längen einer Kathete und der Hypotenuse sowie dem bekannten Winkelmaß 90° wird die Länge der Hypotenuse berechnet. Da dem Winkel die längste Seite gegenüberliegt, ist die Lösung eindeutig.
- ≙ Kongruenzsatz SSS: Mittels der drei Seitenlängen wird rechnerisch geprüft, ob das Dreieck rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig ist. Dabei vergleicht man das Quadrat der längsten Seite mit der Quadratesumme der beiden kürzeren Seiten.



bekannt:

Winkelmaß $\beta = 90^\circ$

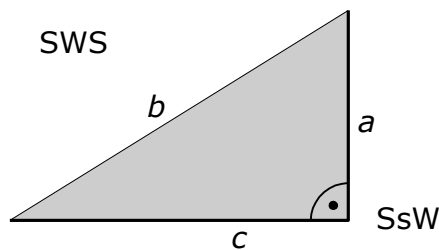
Kathetenlängen a und c

gesucht:

Länge b der Hypotenuse

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{a^2 + c^2}$$



bekannt:

Winkelmaß $\beta = 90^\circ$

Länge b der Hypotenuse

Länge c einer Kathete

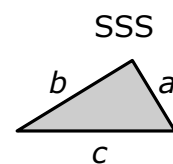
gesucht:

Länge a der anderen Kathete

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{b^2 - c^2}$$



bekannt:

die drei Seitenlängen a , b und c .

gesucht:

Quadrat der größten Seitenlänge, Quadratesumme der beiden kürzeren Seitenlängen

$$c^2 \square a^2 + b^2$$

> oder = oder <?

a) Lies den Informationstext.

b) Im linken Bild sind $\beta = 90^\circ$, $a = 28$ mm und $c = 21$ mm. **Berechne** b .

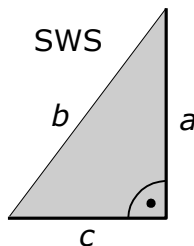
c) Im mittleren Bild sind $\beta = 90^\circ$, $b = 53$ mm und $c = 45$ mm. **Berechne** a .

d) Im rechten Bild sind $a = 11$ mm, $b = 18$ mm und $c = 21$ mm.

Entscheide, ob dieses Dreieck spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig ist. **Begründe** deine Entscheidung rechnerisch mit dem Satz des Pythagoras.

Information: Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras

- ≙ Kongruenzsatz SWS: Aus den Längen der beiden Katheten und dem bekannten Winkelmaß 90° wird die Länge der Hypotenuse berechnet.
- ≙ Kongruenzsatz SsW: Aus der Längen einer Kathete und der Hypotenuse sowie dem bekannten Winkelmaß 90° wird die Länge der Hypotenuse berechnet. Da dem Winkel die längste Seite gegenüberliegt, ist die Lösung eindeutig.
- ≙ Kongruenzsatz SSS: Mittels der drei Seitenlängen wird rechnerisch geprüft, ob das Dreieck rechtwinklig, spitzwinklig oder stumpfwinklig ist. Dabei vergleicht man das Quadrat der längsten Seite mit der Quadratesumme der beiden kürzeren Seiten.



bekannt:

Winkelmaß $\beta = 90^\circ$

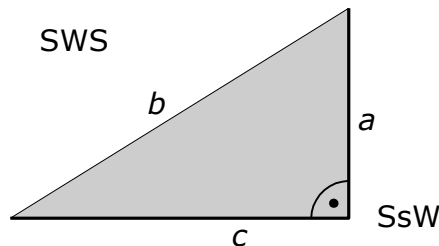
Kathetenlängen a und c

gesucht:

Länge b der Hypotenuse

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{a^2 + c^2}$$



bekannt:

Winkelmaß $\beta = 90^\circ$

Länge b der Hypotenuse

Länge c einer Kathete

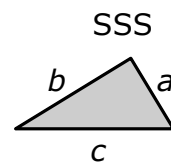
gesucht:

Länge a der anderen Kathete

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{b^2 - c^2}$$



bekannt:

die drei Seitenlängen a , b und c .

gesucht:

Quadrat der größten Seitenlänge, Quadratesumme der beiden kürzeren Seitenlängen

$$c^2 \square a^2 + b^2$$

> oder = oder <?

a) Lies den Informationstext. ✓

b) Im linken Bild sind $\beta = 90^\circ$, $a = 28$ mm und $c = 21$ mm. **Berechne** b .

c) Im mittleren Bild sind $\beta = 90^\circ$, $b = 53$ mm und $c = 45$ mm. **Berechne** a .

d) Im rechten Bild sind $a = 11$ mm, $b = 18$ mm und $c = 21$ mm.

Entscheide, ob dieses Dreieck spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig ist.

Begründe deine Entscheidung rechnerisch mit dem Satz des Pythagoras.

b)

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$b = \sqrt{28^2 + 21^2}$$

$$= \sqrt{784 + 441}$$

$$= \sqrt{1225}$$

$$= 35$$

$$b = 35 \text{ mm}$$

c)

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$a = \sqrt{53^2 - 45^2}$$

$$= \sqrt{2809 - 2025}$$

$$= \sqrt{784}$$

$$= 28$$

$$a = 28 \text{ mm}$$

d)

$$21^2 = 441$$

$$11^2 + 18^2 = 121 + 324$$

$$= 445$$

Da $441 < 445$,
ist das Dreieck
nicht rechtwinklig,
sondern spitzwinklig.
 $\gamma \approx 89,42^\circ$ ist mit dem
Geodreieck nicht messbar.