

MATHE 364

22.09. unendlich viele Stellen nach dem Komma

In diesem Kalenderblatt geht es um die Frage, was geschieht, wenn ein periodischer Dezimalbruch quadriert, also mit sich selbst multipliziert wird.

- a) **Berechne** den Wert von mindestens drei Termen. **Stelle** das Ergebnis als Bruch und als Dezimalbruch **dar**. Du darfst den Taschenrechner verwenden.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{8}{27}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^2 =$$

- b) Einige dieser Zahlen sind das Quadrat einer natürlichen Zahl oder eines abbrechenden Dezimalbruchs.

Gib bei *mindestens zwei* Zahlen diese Darstellung als Quadrat **an**.

Markiere *mindestens zwei* Zahlen, die nicht auf diese Weise darstellbar sind.

4=

5

8

9

2,25 =

0,25

2,5

25

0,36

3,6

36

3600

- c) In den beiden letzten Kalenderblättern wurde gezeigt, dass $\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}$ keine abbrechenden Dezimalbrüche sein können. Aber es wäre möglich, dass die Darstellung von $\sqrt{2}$ periodisch weitergeht? $\sqrt{2} \approx 1,414213562371500186977 \dots$

Ergänze bei *mindestens einem* Quadrat (Ergebnis rechts) die fehlenden Anfangs- und Endziffern. **Begründe:** Das Quadrat kann in keiner Zeile den Wert 2 haben, ...

$$1,414213562371500186977^2 = 1,99999999995489049554830753071945960398529$$

$$1,4142135623715001869777^2 = 1,9999999999548904955681065205926606066029729$$

$$1,41421356237150018697777^2 = 1,999999999954890495570086419579980706864741729$$

$$1,414213562371500186977777^2 = 1,99999999995489049557028440947871271689091861729$$

$$1,4142135623715001869777777^2 = 1,9999999999548904955703042084685859178935363061729$$

$$1,41421356237150018697777777^2 = 1,999999999954890495570306188367573237993798075061729$$

$$1,414213562371500186977777777^2 = 548904955703063863574719700038242519506$$

$$1,4142135623715001869777777777^2 = 54890495570306406156461843204826869639506$$

$$1,41421356237150018697777777777^2 = 5489049557030640813636083052492713140839506$$

$$1,414213562371500186977777777777^2 = 548904955703064083343507292569371575852839506$$

In diesem Kalenderblatt geht es um die Frage, was geschieht, wenn ein periodischer Dezimalbruch quadriert, also mit sich selbst multipliziert wird.

- a) **Berechne** den Wert von mindestens drei Termen. **Stelle** das Ergebnis als Bruch und als Dezimalbruch **dar**. Du darfst den Taschenrechner verwenden.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,\overline{6}^2 = \frac{4}{9} = 0,\overline{4}$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0,\overline{16}^2 = \frac{1}{36} = 0,02\overline{7}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0,25^2 = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^2 = 0,\overline{1}^2 = \frac{1}{81} = 0,01234567\overline{9}$$

$$\left(\frac{8}{27}\right)^2 = 0,\overline{296}^2 = \frac{64}{729} = 0,\overline{087791495198902606310013717421124828532235939643347050754458161865569272976680384}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^2 = 0,125^2 = \frac{1}{64} = 0,015625$$

- b) Einige dieser Zahlen sind das Quadrat einer natürlichen Zahl oder eines abbrechenden Dezimalbruchs.

Gib bei *mindestens zwei* Zahlen diese Darstellung als Quadrat **an**.

Markiere *mindestens zwei* Zahlen, die nicht auf diese Weise darstellbar sind.

$$4 = 2 \cdot 2$$

5 kein Quadrat

8 kein Quadrat

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$2,25 = 1,5 \cdot 1,5$$

$$0,25 = 0,5 \cdot 0,5$$

2,5 kein Quadrat

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$0,36 = 0,6 \cdot 0,6$$

3,6 kein Quadrat

$$36 = 6 \cdot 6$$

$$3600 = 60 \cdot 60$$

- c) In den beiden letzten Kalenderblättern wurde gezeigt, dass $\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}$ keine abbrechenden Dezimalbrüche sein können. Aber es wäre möglich, dass die Darstellung von $\sqrt{2}$ periodisch weitergeht? $\sqrt{2} \approx 1,414213562371500186977 \dots$

Ergänze bei *mindestens einem* Quadrat (Ergebnis rechts) die fehlenden Anfangs- und Endziffern. **Begründe:** Das Quadrat kann in keiner Zeile den Wert 2 haben, da alle Ergebnisse mit 1,9999999999 beginnen und dann mit einer anderen Zifferfolge 5489 ... weitergehen. Keines dieser Ergebnisse ist exakt gleich 2.

$$1,414213562371500186977^2 = 1,99999999995489049554830753071945960398529$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,9999999999548904955681065205926606066029729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,999999999954890495570086419579980706864741729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,99999999995489049557028440947871271689091861729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,9999999999548904955703042084685859178935363061729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,999999999954890495570306188367573237993798075061729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,99999999995489049557030638635747197000382425195061729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,9999999999548904955703064061564618432048268696395061729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,999999999954890495570306408136360830524927131408395061729$$

$$1,414213562371500186977^2 = 1,99999999995489049557030640833435072925693715758528395061729$$