# MATHE 364

## 21.09. unendlich viele Stellen nach dem Komma

$\sqrt{2} \approx 1{,}4142135623715001869770836681149255771134042294366$ ... ist die positive Zahl, die mit sich selbst multipliziert 2 ergibt, also $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2{,}00000\ldots$.

Im gestrigen Kalenderblatt wurde untersucht, warum $\sqrt{2}$ kein abbrechender Dezimalbruch sein kann. Wir übertragen die Überlegungen auf $\sqrt{3}$.

**a)** $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3{,}00000\ldots$ Ein Näherungswert für $\sqrt{3}$ ist $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

**Weise nach**, dass $1{,}7^2$ nicht genau 3,00000 ... ergibt. $1{,}7^2 =$ ______

**b)** Keiner der Näherungswerte von 1,71 bis 1,79 ergibt quadriert genau 3,0000.

| 1, | 7 | 1 | • | 1, | 7 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 7 | 1 | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | 1 |
| | | | | | | |

| 1, | 7 | 2 | • | 1, | 7 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 7 | 2 | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| 1, | 7 | | • | 1, | 7 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| 1, | 7 | | • | 1, | 7 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

**Bestimme** die Endziffer von *mindestens drei* Ergebnissen in der Tabelle.
Du kannst dazu auch den Taschenrechner verwenden.

| Näherungswert | Näherungswert hoch 2 | Endziffer des Ergebnisses |
|---|---|---|
| 1,71 | $1{,}71^2$ = | |
| 1,72 | $1{,}72^2$ = | |
| 1,73 | $1{,}73^2$ = | |
| 1,74 | $1{,}74^2$ = | |
| 1,75 | $1{,}75^2$ = | |
| 1,76 | $1{,}76^2$ = | |
| 1,77 | $1{,}77^2$ = | |
| 1,78 | $1{,}78^2$ = | |
| 1,79 | $1{,}79^2$ = | |

**c)** $1{,}70^2$ besitzt die Endziffer 0.

**Ergänze** die fehlenden Ziffern in der Rechnung.

**Weise nach**, dass auch diese Rechnung nicht 3,0000 ergibt.

| 1, | 7 | 0 | • | 1, | 7 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 0 | | |
| | | | | | 0 | |
| | | | | | | 0 |
| | | | | | | 0 |

**d)** **Begründe**: $\sqrt{3}$ kann kein abbrechender Dezimalbruch sein.

# MATHE 364

## Lösungen 21.09. unendlich viele Stellen nach dem Komma

**a)** $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3{,}00000...$ Ein Näherungswert für $\sqrt{3}$ ist $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

**Weise nach**, dass $1{,}7^2$ nicht genau 3,00000 ... ergibt. $1{,}7^2$ = $2{,}89 \neq 3$

**b)** Keiner der Näherungswerte von 1,71 bis 1,79 ergibt quadriert genau 3,0000.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 1 | • | 1, | 7 | 1 |
| | | 1 | 7 | 1 | | |
| | | 1 | 1 | 9 | 7 | |
| | | | | 1 | 7 | 1 |
| | | 2, | 9 | 2 | 4 | 1 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 2 | • | 1, | 7 | 2 |
| | | 1 | 7 | 2 | | |
| | | 1 | 2 | 0 | 4 | |
| | | | | 3 | 4 | 4 |
| | | 2, | 9 | 5 | 8 | 4 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 3 | • | 1, | 7 | 3 |
| | | 1 | 7 | 3 | | |
| | | 1 | 2 | 1 | 1 | |
| | | | | 5 | 1 | 9 |
| | | 2, | 9 | 9 | 2 | 9 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 4 | • | 1, | 7 | 4 |
| | | 1 | 7 | 4 | | |
| | | 1 | 2 | 1 | 8 | |
| | | | | 6 | 9 | 6 |
| | | 3, | 0 | 2 | 7 | 6 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 5 | • | 1, | 7 | 5 |
| | | 1 | 7 | 5 | | |
| | | 1 | 2 | 2 | 5 | |
| | | | | 8 | 7 | 5 |
| | | 3, | 0 | 6 | 2 | 5 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 6 | • | 1, | 7 | 6 |
| | | 1 | 7 | 6 | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 2 | |
| | | | 1 | 0 | 5 | 6 |
| | | 3, | 0 | 9 | 7 | 6 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 7 | • | 1, | 7 | 7 |
| | | 1 | 7 | 7 | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 9 | |
| | | | 1 | 2 | 3 | 9 |
| | | 3, | 1 | 3 | 2 | 9 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 8 | • | 1, | 7 | 8 |
| | | 1 | 7 | 7 | | |
| | | 1 | 2 | 4 | 6 | |
| | | | 1 | 4 | 2 | 4 |
| | | 3, | 1 | 6 | 8 | 4 |

**Bestimme** die Endziffer von *mindestens drei* Ergebnissen in der Tabelle.
Du kannst dazu auch den Taschenrechner verwenden.

| Näherungswert | Näherungswert hoch 2 | Endziffer des Ergebnisses |
|---|---|---|
| 1,71 | $1{,}71^2 = 2{,}9241$ | 1 |
| 1,72 | $1{,}72^2 = 2{,}9584$ | 4 |
| 1,73 | $1{,}73^2 = 2{,}9929$ | 9 |
| 1,74 | $1{,}74^2 = 3{,}0276$ | 6 |
| 1,75 | $1{,}75^2 = 3{,}0625$ | 5 |
| 1,76 | $1{,}76^2 = 3{,}0976$ | 6 |
| 1,77 | $1{,}77^2 = 3{,}1329$ | 9 |
| 1,78 | $1{,}78^2 = 3{,}1684$ | 4 |
| 1,79 | $1{,}79^2 = 3{,}2041$ | 1 |

**c)** $1{,}70^2$ besitzt die Endziffer 0.

**Ergänze** die fehlenden Ziffern in der Rechnung. →

**Weise nach**, dass auch diese Rechnung nicht 3,0000 ergibt. siehe schriftliche Rechnung

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1, | 7 | 0 | • | 1, | 7 | 0 |
| | | 1 | 7 | 0 | | |
| | | 1 | 1 | 9 | 0 | |
| | | | | 0 | 0 | 0 |
| | | 2, | 8 | 9 | 0 | 0 |

**d)** **Begründe**: $\sqrt{3}$ kann kein abbrechender Dezimalbruch sein.

Ein abbrechender Dezimalbruch besitzt eine Endziffer. Multipliziert man den Dezimalbruch mit sich selbst, kann die Endziffer des Ergebnisses nur 1, 4, 5, 6 oder 9 sein, siehe oben. Zwar ist $0 \cdot 0 = 0$, aber wenn die Endziffer des Dezimalbruchs eine 0 ist so wie bei 1,70, dann wirkt die Stelle davor als Endziffer. Im Beispiel ist das die Ziffer 7, deren Quadrat 49 im Ergebnis die Endziffer 9 erzeugt.

Wenn man einen abbrechenden Dezimalbruch mit sich selbst multipliziert, ist das das Ergebnis 3,0000 ... nicht möglich, da die Endziffer 0 nicht entstehen kann.