

# MATHE 364

## 04.09. Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

### Information: Multiplizieren von Potenzen

Wenn zwei Potenzen multipliziert werden, dann kann der Term in zwei Fällen vereinfacht werden:

1.  $a^k \cdot a^n = a^{k+n}$  zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert. Dann hat das Produkt (das Ergebnis) die selbe Basis und die Hochzahl des Produkts ist die Summe der Hochzahlen der beiden Faktoren.

2.  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$  zwei Potenzen mit gleichen Hochzahlen werden multipliziert. Dann hat das Produkt (das Ergebnis) die selbe Hochzahl und die Basis des Produkts ist das Produkt der Grundzahlen der beiden Faktoren.

Dabei muss  $a > 0$  und  $b > 0$  gelten, und  $k$  und  $n$  können ganze Zahlen sein.

### Information: Dividieren von Potenzen

Entsprechend gilt:

1.  $a^k : a^n = \frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$  zwei Potenzen mit \_\_\_\_\_ werden dividiert.

Dann hat der Quotient (das Ergebnis) die selbe Basis und die Hochzahl des Quotienten ist die \_\_\_\_\_ der Hochzahlen von Dividend und Divisor.

2.  $a^n : b^n = (a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$  zwei Potenzen mit \_\_\_\_\_ werden dividiert. Dann

hat der Quotient (das Ergebnis) die selbe Hochzahl und die Basis des Quotienten ist der Quotient der Grundzahlen von Dividend und Divisor.

a) **Lies** den Informationstext. **Ergänze** den Lückentext.

b) **Berechne** den Wert von *mindestens drei* Termen.

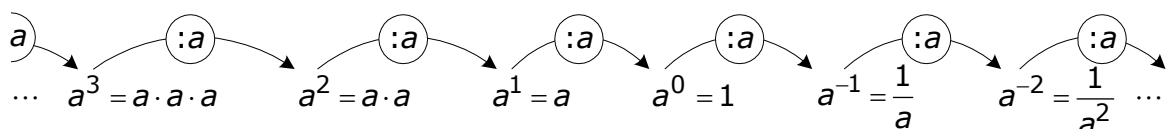
$$5 \cdot 5^3 = \quad 3 \cdot 2^5 \cdot 5^5 \cdot 2^2 \cdot 5^1 = \quad 2^{10} \cdot 2^{-9} = \quad 2^{10} : 2^9 = \quad (3+4) \cdot 7^{-2} =$$

$$2^6 \cdot 5^6 = \quad \frac{12^3}{6^3} = \quad \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = \quad 0,5^3 \cdot 2^{-3} \cdot 2^7 = \quad \frac{3^2}{4^2} : 0,75 =$$

c) **Vereinfache** mindestens drei Terme.

$$a^6 \cdot b^6 = \quad a^6 \cdot b^6 \cdot a : b = \quad 5 \cdot a^2 \cdot b + 2 \cdot a^2 \cdot b = \quad \frac{a^2 \cdot b^2}{a^{-2} \cdot b^{-2}} = \quad a^0 \cdot b^1 =$$

d) In der Potenzrechnung wird meistens für die Basis  $a > 0$  verlangt. **Begründe**, warum immer  $a \neq 0$  gelten muss. Beziehe dich dabei auf die Abbildung.



### Information: Multiplizieren von Potenzen

Wenn zwei Potenzen multipliziert werden, dann kann der Term in zwei Fällen vereinfacht werden:

1.  $a^k \cdot a^n = a^{k+n}$  zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert. Dann hat das Produkt (das Ergebnis) die selbe Basis und die Hochzahl des Produkts ist die Summe der Hochzahlen der beiden Faktoren.

2.  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$  zwei Potenzen mit gleichen Hochzahlen werden multipliziert. Dann hat das Produkt (das Ergebnis) die selbe Hochzahl und die Basis des Produkts ist das Produkt der Grundzahlen der beiden Faktoren.

Dabei muss  $a > 0$  und  $b > 0$  gelten, und  $k$  und  $n$  können ganze Zahlen sein.

### Information: Dividieren von Potenzen

1.  $a^k : a^n = \frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$  zwei Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert.

Dann hat der Quotient (das Ergebnis) die selbe Basis und die Hochzahl des Produkts ist die Differenz der Hochzahlen von Dividend und Divisor.

2.  $a^n : b^n = (a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$  zwei Potenzen mit gleichen Hochzahlen werden

dividiert. Dann hat der Quotient (das Ergebnis) die selbe Hochzahl und die Basis des Quotienten ist der Quotient der Grundzahlen von Dividend und Divisor.

a) **Lies** den Informationstext. ✓ **Ergänze** den Lückentext. ✓

b) **Berechne** den Wert von *mindestens drei* Termen.

$$5 \cdot 5^3 = 5^4 = 625; \quad 3 \cdot 2^5 \cdot 5^5 \cdot 2^2 \cdot 5^1 = 3 \cdot 2^6 \cdot 5^6 = 3 \cdot 10^6 = 3\,000\,000; \quad 2^{10} \cdot 2^{-9} = 2^1 = 2$$

$$2^{10} : 2^9 = 2^1 = 2; \quad (3+4) \cdot 7^{-2} = 7^{-1} = \frac{1}{7}; \quad 2^6 \cdot 5^6 = 10^6 = 1\,000\,000; \quad \frac{12^3}{6^3} = 2^3 = 8;$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = 5^4; \quad \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = \frac{1}{64} \cdot 9 \cdot 8 = \frac{9}{8}; \quad \frac{3^2}{4^2} : 0,75 = \frac{3^2}{4^2} : \frac{3}{4} = \frac{3^2}{4^2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$$

c) **Vereinfache** mindestens drei Terme.

$$a^6 \cdot b^6 = (a \cdot b)^6$$

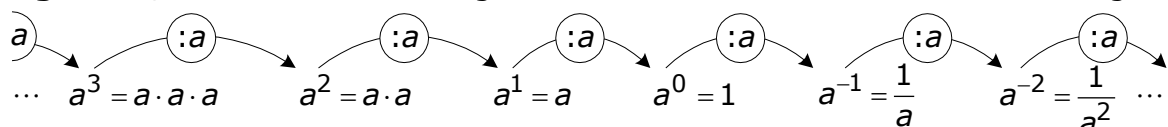
$$a^6 \cdot b^6 \cdot a : b = a^6 \cdot a \cdot b^6 : b = a^7 \cdot b^5$$

$$5 \cdot a^2 \cdot b + 2 \cdot a^2 \cdot b = (5+2) \cdot a^2 \cdot b = 7a^2b$$

$$\frac{a^2 \cdot b^2}{a^{-2} \cdot b^{-2}} = a^4 \cdot b^4$$

$$a^0 \cdot b^1 = b$$

d) **Begründe**, warum immer  $a \neq 0$  gelten muss. Beziehe dich auf die Abbildung.



mögliche Argumente: In der Abbildung wird die Hochzahl um 1 verkleinert.

Dabei wird durch die Basis  $a$  dividiert. Dividieren durch Null ist nicht definiert.

Für beliebige positive ganze Hochzahlen  $n$  müsste  $0^n = 0$  sein. Dazu passt nicht, dass  $0^0 = 1$  sein soll.

Für beliebige negative ganze Hochzahlen müsste 1 durch 0 geteilt werden.