MATHE 364

05.09. Potenzieren von Potenzen

Information: Potenzieren von Potenzen

$$\left(a^n\right)^k = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \ldots \cdot a^n}_{k \text{ Faktoren } a^n} = \underbrace{\overbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n \text{ Faktoren } a} \cdot \overbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n \text{ Faktoren } a} \cdot \ldots \overbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n \text{ Faktoren } a}}_{k \text{ Faktoren } \left(a^n\right) = \, n\cdot k \text{ Faktoren } a} = a^{n\cdot k}$$

Eine Potenz wie a^n wird potenziert, im Beispiel mit der Hochzahl k.

Dann ist die potenzierte Potenz $\left(a^n\right)^k$ gleichwertig mit $a^{n\cdot k}$.

Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen multipliziert werden; die Basis bleibt erhalten.

Beispiel: $\left(a^5\right)^4 = a^{5\cdot 4} = a^{20}$. Der Faktor a kommt insgesamt 20 mal vor.

$$\underbrace{\overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}^{5 \text{ Faktoren } a} \cdot \overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}^{5 \text{ Faktoren } a} \cdot \overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}^{5 \text{ Faktoren } a} \cdot \overbrace{a\cdot a\cdot\cdot a\cdot a\cdot a}^{5 \text{ Faktoren } a}}_{4 \text{ Faktoren } \left(a^5\right) = \, 5\cdot 4 \text{ Faktoren } a} = a^{5\cdot 4} = a^{20}$$

Die Regel $\left(a^n\right)^k = a^{n\cdot k}$ gilt für Grundzahlen $a > 0$ und ganze Zahlen n und k als Hochzahlen, d. h. diese können auch negativ sein oder den Wert 0 haben.

a) **Lies** den Informationstext.

Ergänze in diesem Produkt mit 20 Faktoren an der passenden Stelle Klammern.

$$(a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a) = \left(a^{10}\right)^2 = a^{20}$$

b) **Stelle** das lange Produkt auf *mindestens drei* Arten als Potenz einer Potenz **dar**.

Ergänze jeweils fehlende Hochzahlen.

$$b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = (b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b)\cdot(b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b) = \left(b^6\right)^{\square}$$

$$b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = (b\cdot b\cdot b)\cdot(b\cdot b\cdot b)\cdot(b\cdot b\cdot b)\cdot(b\cdot b\cdot b) = \left(b^3\right)^{\square}$$

$$b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = (b\cdot b)\cdot(b\cdot b)\cdot(b\cdot b)\cdot(b\cdot b)\cdot(b\cdot b)\cdot(b\cdot b) = \left(b^{\square}\right)^{\square}$$

$$b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = (b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b) = \left(b^{12}\right)^{\square}$$

$$b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b = (b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b)\cdot(b) = \left(b^1\right)^{\square}$$

c) **Ergänze** mindestens fünf fehlende Hochzahlen.

$\left(c^3\right)^{\square} = c^{3\cdot\square} = c^{21}$ $\quad$ $\left(d^2\right)^3 = d^{\square\cdot\square} = d^{\square}$ $\quad$ $\left(10^3\right)^2 = 10^{\square\cdot\square} = 10^{\square}$ $\quad$ $\left(2^3\right)^2 = 2^{\square}$

$\left(2^2\right)^3 = 2^{\square}$ $\quad$ $2^{\left(2^{\square}\right)} = 2^{\square}$ $\quad$ $\left(7^2\right)^4 = 7^{\square}$ $\quad$ $\left(7^2\right)\cdot\left(7^2\right) = 7^{\square}$

Lösungen 05.09. Potenzieren von Potenzen

Information: Potenzieren von Potenzen

$$\left(a^n\right)^k = \underbrace{a^n \cdot a^n \cdot \ldots \cdot a^n}_{k\ \text{Faktoren}\ a^n} = \underbrace{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\ \text{Faktoren}\ a} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\ \text{Faktoren}\ a} \cdot \ldots \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n\ \text{Faktoren}\ a}}_{k\ \text{Faktoren}\ (a^n) = n \cdot k\ \text{Faktoren}\ a} = a^{n \cdot k}$$

Eine Potenz wie a^n wird potenziert, im Beispiel mit der Hochzahl k.

Dann ist die potenzierte Potenz $\left(a^n\right)^k$ gleichwertig mit $a^{n \cdot k}$.
Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen multipliziert werden; die Basis bleibt erhalten.

Beispiel: $\left(a^5\right)^4 = a^{5 \cdot 4} = a^{20}$. Der Faktor a kommt insgesamt 20 mal vor.

$$\underbrace{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}^{5\ \text{Faktoren}\ a} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}^{5\ \text{Faktoren}\ a} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}^{5\ \text{Faktoren}\ a} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}^{5\ \text{Faktoren}\ a}}_{4\ \text{Faktoren}\ (a^5) = 5 \cdot 4\ \text{Faktoren}\ a} = a^{5 \cdot 4} = a^{20}$$

Die Regel $\left(a^n\right)^k = a^{n \cdot k}$ gilt für Grundzahlen $a > 0$ und ganze Zahlen n und k als Hochzahlen, d. h. diese können auch negativ sein oder den Wert 0 haben.

a) **Lies** den Informationstext. √

Ergänze in diesem Produkt mit 20 Faktoren an der passenden Stelle Klammern.

$$(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) = \left(a^{10}\right)^2 = a^{20}$$

b) **Stelle** das lange Produkt auf *mindestens drei* Arten als Potenz einer Potenz **dar**.

Ergänze jeweils fehlende Hochzahlen.

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = (b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b) \cdot (b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b) = \left(b^6\right)^2$$

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = (b \cdot b \cdot b) \cdot (b \cdot b \cdot b) \cdot (b \cdot b \cdot b) \cdot (b \cdot b \cdot b) = \left(b^3\right)^4$$

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = (b \cdot b) \cdot (b \cdot b) \cdot (b \cdot b) \cdot (b \cdot b) \cdot (b \cdot b) \cdot (b \cdot b) = \left(b^2\right)^6$$

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) \cdot (b) = \left(b^1\right)^{12}$$

$$b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b = (b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b) = \left(b^{12}\right)^1$$

c) **Ergänze** mindestens fünf fehlende Hochzahlen.

$\left(c^3\right)^7 = c^{3 \cdot 7} = c^{21}$ $\left(d^2\right)^3 = d^{2 \cdot 3} = d^6$ $\left(10^3\right)^2 = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$ $\left(2^3\right)^2 = 2^6$

$\left(2^2\right)^3 = 2^6$ Lösungsbeispiel $2^{\left(2^3\right)} = 2^8$ $\left(7^2\right)^4 = 7^8$ $\left(7^2\right) \cdot \left(7^2\right) = 7^4$