Modulbeschreibungen des Programms SINUS-Transfer Grundschule

Interessen aufgreifen und weiterentwickeln

Christoph Selter

SINUS-Transfer

Grundschule

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

G7

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Impressum

Christoph Selter
Interessen aufgreifen und weiterentwickeln

Publikation des Programms SINUS-Transfer Grundschule
Programmträger: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) an der Universität Kiel
Olshausenstraße 62
24098 Kiel
www.sinus-an-grundschulen.de

Projektleitung: Prof. Dr. Manfred Prenzel
Projektkoordination: Dr. Claudia Fischer
Redaktion u. Realisation dieser Publikation: Dr. Kirstin Lobemeier
Kontaktadresse: info@sinus-grundschule.de

ISBN: 978-3-89088-186-7

Nutzungsbedingungen

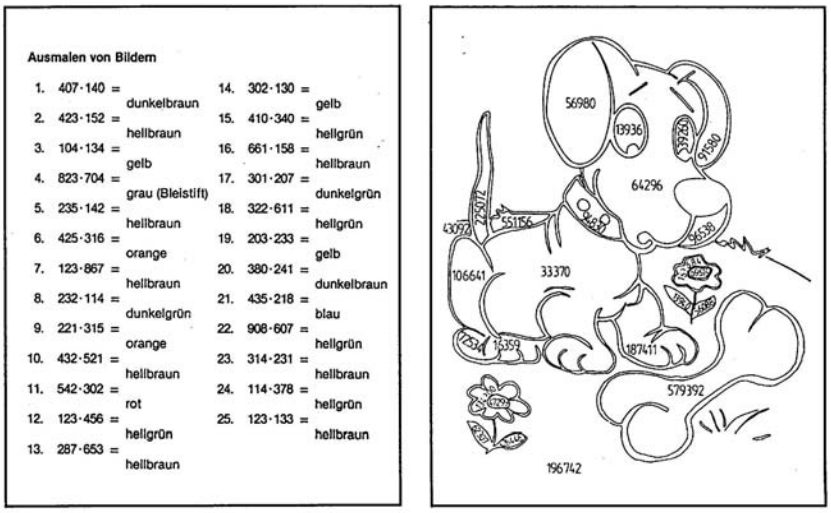
„Ich mark Mate“
Leitideen und Beispiele für interesseförderlichen Unterricht

Vor einiger Zeit bat eine Lehrerin die Schülerinnen und Schüler eines zweiten Schuljahres aufzuschreiben, wie ihnen der Mathematikunterricht gefallen würde, was beibehalten und was geändert werden sollte. Die Schülerinnen und Schüler notierten ihre Gedanken in unterschiedlicher Ausführlichkeit. Am meisten freute sich die Lehrerin über einen aus lediglich drei Wörtern bestehenden, kleinen Zettel von Tim, einem stillen und eher leistungsschwächeren Jungen, der aufschrieb: „Ich mark Mate“.
Möglichst viele Kinder für Mathematik zu interessieren, ihre sachbezogene Lernfreude zu erhalten und auszubauen, das sind zweifelsohne zentrale Zielsetzungen des Unterrichts. Hierzu sollen im vorliegenden Papier einige Anregungen gegeben werden.
Dieses soll jedoch nicht geschehen, ohne eingangs daran zu erinnern, dass bis vor wenigen Jahrzehnten vielfach die Annahme vorherrschte, dass Mathematik eigentlich viel zu spröde und zu langweilig ist, um für Grundschulkinder interessant zu sein. Blicken wir zurück …

1 „Bunte Hunde“ statt „grauen Päckchen“?

Spätestens seit Mitte der 80er-Jahre gehören Begriffe wie Öffnung des Unterrichts, Freie Arbeit oder Wochenplan zum Standard der Arbeit in vielen Grundschulen. Sie markieren seitdem Eckpunkte einer einschneidenden, wesentlich auch von Lehrerinnen und Lehrern mit getragenen Unterrichtsreform hin zu mehr Selbstständigkeit und Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler.
So verfolgenswert diese „Schulreform von innen“ in ihren Grundabsichten auch war: Die Umsetzungen für den Mathematikunterricht blieben anfangs weit hinter den Ansprüchen entdeckenden und selbst verantworteten Lernens zurück, so wie sie etwa der beispielgebende nordrhein-westfälische Grundschullehrplan von 1985 beschrieb.
Aus Mangel an Alternativen wurden Materialien wie Ausmalbilder oder Rechendominos jedoch in der Unterrichtspraxis mehr und mehr eingesetzt. Es ist keine Übertreibung zu sagen, dass Ende der 80er-Jahre eine Flut von „bunten Hunden“ kurz davor war, die

unbedingt verfolgenswerten Intentionen der Reform des Mathematikunterrichts wegzuschwemmen.



„Bunte Hunde“ (Abb. aus Wittmann 1994, S.161) sind mittlerweile zu einem Synonym für sog. „spielerische“ Übungsformen geworden, die als Ersatz für die „grauen Rechenpäckchen“ fungieren und den Kindern das unvermeidliche und anscheinend unattraktive Üben versüßen sollten. Als ein zentraler Vorteil ihres Einsatzes wurde nicht selten angeführt, dass es so gelänge, die Kinder zum Üben zu motivieren und sie – wenn auch auf Umwegen – für Mathematik zu interessieren.

Aus meiner Sicht war der erstmalig im Jahr 1990 erschienene Aufsatz „Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen““ von Erich Wittmann (1994) die Initialzündung dafür, dass Konzeptionen eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts, deren Umsetzungen in Schulbüchern und wiederum deren Umsetzungen in der Unterrichtspraxis heutzutage auf „bunte Hunde“ weitgehend verzichten können. Natürlich werden sie hier und da noch eingesetzt. Dies passiert dann aber nach meiner Erfahrung häufig, um die Schülerinnen und Schüler zu „beschäftigen“ (6. Stunde), nicht weil „bunte Hunde“ die Ausbildung einer positiven Lernhaltung oder das Erreichen von Lernfortschritten versprechen würden.

An zentraler Stelle zitiert Wittmann das Papier „Interesse und Willensanstrengung im Unterricht“, in dem John Dewey schon 1913 eindringlich davor gewarnt hatte, solche sogenannten unechten Motivationen, also vermeintlich attraktive Aufbereitungen des Lernstoffes, als hinreichende Basis für eine lernwirksame Motivierung der Kinder zu betrachten. Für Dewey besteht die einzig echte Form der Motivation darin, dass die Lernaufgabe an sich interessant ist, weil sie spürbar zur Entwicklung der Fähigkeiten des Kindes beitrage:

> *„Die wahre Motivation beruht auf der unzertrennlichen Verbindung zwischen dem sich entwickelnden Kind und der Lernaufgabe, die gewissermaßen in Richtung der Entwicklung liegt und die von dem Kind in Angriff genommen werden muß, wenn es sich selbst treu bleiben will. Wenn diese Verbindung sichergestellt ist, brauchen wir weder an die bloße Willenskraft des Kindes zu appellieren noch uns um eine geeignete Verpackung der Lernaufgabe zu kümmern" (Dewey 1913/1979, S.156, zitiert in Wittmann 1994, S.166).*

Anknüpfend an diesen Grundgedanken einer engen Verbindung von Kind und „Sache" möchte ich mich in diesem Papier damit befassen, wie man Interessen von Kindern aufgreifen, wecken, erhalten und ausbauen kann. Dazu werde ich zunächst in den Kapiteln 2 und 3 eine kurze Einordnung und Begriffsklärung vornehmen. Daran anknüpfend formuliere ich im vierten Kapitel sechs Merkmale interesseförderlichen Mathematikunterrichts, die dann in Kapitel 5 durch Beispiele illustriert werden.

Insgesamt werde ich mich im Folgenden mit dem generellen Thema „Mathematikinteresse im Grundschulalter" befassen. Auf interessante Teilthemen wie etwa diesbezügliche Geschlechterdifferenzen werde ich aus Platzgründen nicht näher eingehen können (vgl. hierzu Hellmich (2005) oder Jahnke-Klein (2001) bzw. Stanat & Kunter (2001)).

2 Mathematiklernen – mehr als Inhalte und Prozesse

Informiert man sich in verbindlichen Dokumenten zum Mathematikunterricht in der Grundschule, so springen dort auf Anhieb die Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten ins Auge, die die Schülerinnen und Schüler am Ende der Grundschulzeit erworben haben sollten. Bei aller Wichtigkeit dieser inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen: Der Erfolg von Unterricht wird auch daran festgemacht, inwieweit es gelingt, die fachbezogene Lernfreude und Leistungsbereitschaft der Kinder zu erhalten und auszubauen. Vermutlich da sie nicht so leicht zu messen sind, treten entsprechende Ausführungen zu Einstellungen und Haltungen in den o.a. Dokumenten in den Hintergrund. Das macht sie allerdings keineswegs weniger wichtig.

Denn sie gelten als unverzichtbare Bestandteile mathematischer Bildung, was beispielsweise in den Bildungsstandards der KMK (2004, S.8) deutlich wird: „Die allgemeinen mathematischen (gemeint: prozessbezogenen, CS) Kompetenzen sind mit entscheidend für den Aufbau positiver Einstellungen und Grundhaltungen zum Fach. In einem Mathematikunterricht, der diese Kompetenzen in den Mittelpunkt des unterrichtlichen Geschehens rückt, wird es besser gelingen, die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung der Kinder zu fördern und weiter auszubauen."

Im gemeinsamen Rahmenplan der Länder Berlin, Brandenburg, Bremen und Mecklenburg-Vorpommern (Senatsverwaltung 2004, S.19) hießt es: „Erfolgreiches Lernen bringt Freude und Spaß an der Mathematik, fördert die Leistungsbereitschaft und stärkt das Selbstvertrauen." Und etwas weiter hinten (S.25): „Die Lehrerinnen und Lehrer verstehen sich und agieren als Organisierende, als Impulsgebende, als Beraterinnen und Berater. Sie schaffen ein Klima, das Interesse weckt, Freude am Lernen bereitet und zum Mitwirken anregt."

Schließlich formuliert die Erprobungsfassung des nordrhein-westfälischen Lehrplans (Ministerium SJK NRW 2003, S.72, Hervorh. CS) wie folgt: „Der Mathematikunterricht unterstützt die Schülerinnen und Schüler in ihrem individuellen Lernen durch ermutigende Hilfen und Rückmeldungen. So erfahren sie, dass sie etwas können und dass ihre mathematische Aktivität bedeutungsvoll ist. Ein solcher Unterricht fördert Freude an der Mathematik und eine positive Einstellung zum Mathematiklernen auch über die Grundschule hinaus. Auf diese Weise entwickeln sich: *Selbstvertrauen* in die eigenen mathematischen Kompetenzen, *Interesse* und *Neugier* an mathematikhaltigen Phänomenen, *Motivation, Ausdauer* und *Konzentration* im Prozess des mathematischen Arbeitens, ein *konstruktiver Umgang* mit Fehlern und Schwierigkeiten sowie *Einsicht* in den Nutzen des Gelernten für die Bewältigung von mathematikhaltigen Problemen und Lebenssituationen."

Anregung 1 Informieren Sie sich in dem Lehrplan (Bildungsplan, Kerncurriculum, …) Ihres Bundeslandes darüber, inwieweit Aussagen zum Bereich der Einstellungen und Haltungen gemacht werden! Diskutieren Sie die unterrichtliche Umsetzbarkeit der Ausführungen!

Unbestritten gehört es also zu den Zielen zeitgemäßen Mathematikunterrichts, positive Einstellungen und Haltungen der Schülerinnen und Schüler zum Fach Mathematik und zum Mathematikunterricht zu fördern. Die Entwicklung von sachbezogenem Interesse ist also ein Ziel für sich (vgl. auch Bauer 1989; Bartnitzky u.a. 2005, S.26ff.; Hartinger & Fölling-Albers 2002; Klafki 1994). Bei der Beantwortung der Frage, wie gut dieses im Unterricht gelingt, muss man allerdings offensichtlich zwischen der Grundschule und den weiterführenden Schulen unterscheiden …

So gaben in der Zusatzstudie zur Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung (IGLU-E) 79% der Viertklässlerinnen und Viertklässler bei der Aussage „Ich lerne gern in Mathematik" die Antwort „stimmt genau" oder „stimmt fast". Nur 8% der Kinder merkten an, dass ihr Mathematikunterricht langweilig sei. Fast alle Kinder meinten zudem, dass das in Mathematik Gelernte im Leben wichtig sei. Weitere Fragen dieser Art wurden auf einer vierstufigen Skala (1: geringe Motivation, 4: hohe Motivation) zusammengefasst, deren Mittelwert nicht weniger als 3,5 betrug (vgl. Walther u.a. 2003, S. 219f.).

Diese Resultate gehen im Großen und Ganzen auch konform mit den Ergebnissen der SCHOLASTIK-Studie, die u.a. die Entwicklung der Lernfreude (und mit aller Vorsicht auch schulbezogener Interessen) im Verlauf der Grundschulzeit erfasste (Weinert & Helmke 1997). Helmke (1993, S.84) urteilt zusammenfassend, dass es zwar insgesamt über die Grundschulzeit hinweg zu einem leichten Abfall der Mathematiklernfreude komme, dass diese aber insgesamt und auch noch am Ende der Grundschulzeit auf vergleichsweise hohem Niveau bleibe.

In einer Studie mit 470 Viertklässlern konnte Hellmich (2005, S.227) zudem den für die Sekundarstufen berichteten systematischen Zusammenhang zwischen Interesse an Mathematik einerseits und Mathematikkompetenz andererseits nicht nachweisen (vgl. auch Walther u.a. 2003, S.220). Auch schwächere Schüler scheinen am Ende der Grundschulzeit ein relativ großes Mathematikinteresse zu besitzen.

Wie hingegen beispielsweise Wittmann (2003, S.21f.) anführt, ändert sich diese Situation im Verlauf der Sekundarstufen dann grundlegend. Die Zahl derjenigen Schülerinnen und Schüler, die der Mathematik zunehmend skeptisch gegenüber stehen, ja sie sogar ablehnen, steigt aus verschiedenen Gründen deutlich an.

So haben internationale Vergleichsstudien wie etwa TIMSS (Baumert, Lehmann u.a. 1997) oder PISA (Deutsches PISA-Konsortium 2001) Belege dafür erbracht, dass das

Interesse von Schülerinnen und Schülern am mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht am Ende der Sekundarstufe I vergleichsweise gering ausgeprägt ist (vgl. auch Hoffmann & Lehrke 1986; Todt 1985).

Nicht unerwähnt soll in diesem Zusammenhang jedoch bleiben, dass sich bei einer genaueren Betrachtung einzelner Schülergruppen, verschiedener Themengebiete oder unterschiedlicher kontextueller Einbindungen weniger eindeutige Ergebnisse zeigen, die den globalen Befund zwar relativieren, aber nicht grundsätzlich in Frage stellen. Etwas plakativ formuliert: Im Anschluss an die Grundschule werden Interesse und Lernfreude – nicht nur in Mathematik – eher abgeschwächt als weiterentwickelt.

3 Interesse – Beziehung zwischen Kind und „Sache“

Die Förderung von Interesse ist also eine zentrale *Zielsetzung* des Unterrichts. Das Vorhandensein von Interesse ist darüber hinaus eine *förderliche Rahmenbedingung* für erfolgreiches Lernen (vgl. Prenzel & Lankes 1995, S.13; siehe auch Hellmich 2005, S.18; Krapp 1992, S.31). Interessegestütztes Lernen beeinflusst …

- die Qualität des kognitiven Lernergebnisses, denn wer mit Interesse lernt, verknüpft Neues vielfältiger und intensiver, behält besser (vgl. z.B. Schiefele 1991; Krapp 1998, S.187; Krapp 2005, S.4),
- die emotionale Qualität des Lernprozesses, denn wer mit Interesse lernt, ist mit Ausdauer und Konzentration bei der Sache, fühlt sich wohler,
- die Bereitschaft zum Weiterlernen, denn wer mit Interesse lernt, sucht und ergreift Gelegenheiten, die eigenen Kompetenzen weiterzuentwickeln und sich den Gegenstand weiter zu erschließen.

An dieser Stelle erscheint es sinnvoll zu klären, was in diesem Papier unter Interesse verstanden wird. Dabei beziehe ich mich auf die „Pädagogische Interessentheorie“ von Schiefele, Prenzel und Krapp. Aus Platzgründen und weil es bei Hartinger (2005) ausführlich nachzulesen ist, geschieht dieses in aller Kürze.

Motivation wird hier im wissenschaftlichen Sinn im Gegensatz zum positiv besetzten Alltagsbegriff („Die Schüler sind motiviert.“) als jegliche Form von Handlungsveranlassung verstanden (vgl. Hartinger & Fölling-Albers 2002, S.16ff.) – also auch beispielsweise als eine solche, bei der die Aussicht auf Sanktionen (z.B. in Reaktion auf schlechte Noten) das Verhalten antreibt.

Interesse kann man nun als besondere Form der Motivation (i.S. einer Handlungsveranlassung) beschreiben, die durch eine spezielle Beziehung zwischen Person und „Sache“ gekennzeichnet ist (vgl. Krapp 1992, S.16). Handlungen aus Interesse lassen sich anhand dreier Merkmale charakterisieren (vgl. Prenzel 1994, S.1318f.) …

- *Erkenntnisorientierung*: Interessehandlungen erschließen eine „Sache“; die Person baut gegenstandsspezifisch Wissen und Handlungskompetenz auf.
- *Positive Emotionen*: Interessehandlungen werden von positiven Gefühlen begleitet; sowohl das Handeln als auch die „Sache“ sind emotional positiv besetzt.
- *Freiwilligkeit*: Interessehandlungen erfolgen „aus der Sache“ heraus; sachferne Anreize (wie Belohnungen) spielen eine deutlich nach geordnete Rolle.

Nun gibt es zweifelsohne Ähnlichkeiten zwischen *intrinsisch motiviertem* und *interessen-orientiertem* Lernen. Im Gegensatz zu ersterem geht es nicht nur um die Bewältigung von gestellten Anforderungen; das Besser-Wissen- bzw. Besser-Können-Wollen steht im Vordergrund (vgl. Prenzel 1994, S.1317).

Generell unterscheidet man zwischen *situationalem* und *individuellem* Interesse. Situationales Interesse beschreibt das aktuelle Erleben, also eine konkrete interessegeleitete Auseinandersetzung im Rahmen einer bestimmten Lernsituation (spezielles Interesse für eine *bestimmte Aufgabe*, z.B. ein spezielles Rätsel). Individuelles Interesse meint die generalisierte Handlungsbereitschaft im Sinne einer Einstellung (generelles Interesse für eine *Klasse von „Aufgaben“*, z.B. Knobelaufgaben).

Im Unterricht geht es nun sowohl darum, vorhandene *Interessen aufzugreifen* als auch *Interesse* für neue Sachgebiete und Fragestellungen zu *wecken*. Beide Aspekte gehören zusammen, unterscheiden sich aber in der Blickrichtung. Entweder man schaut aus der Perspektive des Kindes oder der des Faches (vgl. Duncker 1994). Aufgabe der Lehrerin ist es also, nicht die „Sache“ *an* die Kinder zu vermitteln, sondern im eigentlichen Wortsinn *zwischen* den Kindern und der „Sache“ zu vermitteln. Dabei gibt es selbstverständlich nicht DAS Interesse von Kindern. Interesse hat eine stark individuumsbezogene Komponente.

Anregung 2
Welche mathematikhaltigen Aufgabenstellungen halten Sie persönlich für interessant? Sudoku? Die Entschlüsslung einer Geheimschrift? Das Herstellen von Mustern mit einem Zirkel? Knobelaufgaben? Geometrische Puzzles wie den SOMA-Würfel? Aufgaben wie die Zahlengitter (vgl. Modul 2)? Auszurechnen, wie viele Grundschullehrerinnen und -lehrer es ungefähr in Deutschland gibt? Etwas Anderes? Gar nichts? Woran liegt es, dass Sie sich dafür interessieren bzw. nicht interessieren?

4 Leitideen interesseförderlichen Unterrichts

Um nun Leitideen interesse*förderlichen* Unterrichts zu formulieren, ist es zunächst hilfreich, sich mit Merkmalen interesse*hinderlichen* Unterrichts zu befassen. Diesbezüglich zeigt die durch viele Studien abgesicherte Theorie von Deci und Mitarbeitern auf, dass Interesse durch folgende drei Aspekte in besonderer Weise reduziert wird (vgl. Deci & Ryan 1993; Prenzel 1994, S.1329)…

- *genaues Vorschreiben von Denkwegen*, Einengen bzw. Entziehen von Spielräumen und Wahlmöglichkeiten (vgl. auch Prenzel 1997, S.36),
- *kontrollierende Bewertungen*, die den Lernenden kontinuierlich ihre Defizite vor Augen führen, sowie
- *fehlende Akzeptanz*, die Schüler nicht als lernwillige und kooperationsfähige Personen ernst nimmt.

Einschränkend sei gesagt, dass eine Reihe der in der Literatur referierten Untersuchungen nicht mit Grundschülerinnen und Grundschülern durchgeführt worden sind. Deren Hauptresultate sind aber vermutlich übertragbar, da das Lernen in der Primarstufe nicht nach prinzipiell anderen Grundsätzen erfolgt als in den Sekundarstufen oder im Erwachsenenalter.

Ausgehend von diesen Punkten, in Anlehnung an Prenzel (1995; 1997) bzw. Prenzel & Lankes (1989) und unter Einbeziehung zentraler Prinzipien zeitgemäßen Mathematikunterrichts formuliere ich im Weiteren zusammenfassend und idealtypisch sechs Leitideen, deren Umsetzung die Wahrscheinlichkeit dafür erhöhen kann, dass im Unterricht die Ausprägung *von* Interesse (Ziel) und das Lernen *mit* Interesse (Mittel) unterstützt und entwickelt werden. Die Zwischenüberschriften nehmen dabei jeweils zwei Perspektiven ein – zunächst die der Lehrperson, dann die der Lernenden.

Eigenständigkeit ermöglichen – individuell lernen

Wenn Lehrerinnen und Lehrer den Schülern selbst Verantwortung für ihre Arbeit zugestehen, lassen sich positive Auswirkungen auf ihr Interesse und ihre schulischen Leistungen nachweisen (vgl. auch Grolnick & Ryan 1989). Eigenständiges und sachlich motiviertes Lernen sollte also durch Wahlmöglichkeiten bzw. Freiheiten beim Erarbeiten, Erforschen, Entdecken und Strukturieren unterstützt werden. Den Schülerinnen und Schülern sollte es ermöglicht werden, auf eigenen Wegen zu lernen (*Autonomieunterstützung*).

Lernprozesse vorstrukturieren – zielorientiert lernen

Eine solche Öffnung des Unterrichts erfolgt allerdings nicht in einer Atmosphäre der Beliebigkeit, sondern im Rahmen einer vorstrukturierten Lernumgebung. Denn Unterstützung von Autonomie einerseits und Zielorientierung andererseits stellen keinen Widerspruch dar. Qualitätvoller Unterricht lebt vom produktiven Spannungsverhältnis von Offenheit und Konzept. Er knüpft an die individuell unterschiedlichen Lernausgangslagen an und gibt den Schülerinnen und Schülern ihren unterschiedlichen „Niveaus“ angepasste Gelegenheiten, diese im Sinne der fortschreitenden Mathematisierung zielbewusst weiter zu entwickeln (vgl. Spiegel & Selter 2003, S.27ff.).

Transparenz schaffen – bewusst lernen

„Ohne Wissen über Ziele und ihre Begründungen, über verschiedene Zugangsmöglichkeiten und deren Konsequenzen ist Autonomie ein schönes, aber leeres Ideal. Für (oder auch gegen) ein Einlassen auf Lernanforderungen können sich Lernende nur selbst bestimmt entscheiden, wenn sie die Ziele der Lehrenden kennen“, so Prenzel (1997, S. 37). Transparenz schafft eine Grundlage dafür, dass Lernende subjektive Bedeutungen aufbauen und zuschreiben können. Wenn man als Lernender weiß, wo man sich im Lernprozess gerade befindet, über welche Kompetenzen man verfügt, an der Aufarbeitung welcher Defizite man noch (wie) arbeiten muss, dann unterstützt das sowohl das Gelingen von Lernprozessen als auch den Aufbau von Interesse.

Lernförderlich rückmelden – selbstbewusst lernen

Ein positives Selbstkonzept hingegen ist eine wichtige Basis für die Ausprägung von Interesse, wichtiges Ziel des Unterrichts ist in diesem Sinne die *Kompetenzunterstützung* (vgl. Prenzel, ebd.). Personen, die sich als kompetent erleben und demzufolge Erfolgs- und Kompetenzerlebnisse erwarten, widmen sich lieber Aufgaben als solche, die dieses nicht tun. Grundlage hierfür sind sachbezogene Rückmeldungen, die in einer freundlichen und lernförderlichen Atmosphäre gegeben werden, die für die Kinder verstehbar und nachvollziehbar sind, die kontinuierlich und mit kompetenzorientiertem Blick erfolgen, individuell ausgerichtet und informativ sind und nicht beschönigen (vgl. Sundermann & Selter 2006, S.18).

Substanzielle Aufgaben auswählen – bedeutungsvoll lernen

Die eigene Begeisterung für das Fach ist eine wichtige Voraussetzung dafür, um Interesse bei Kindern zu wecken bzw. zu erhalten (vgl. Prenzel 1997, S.41). Denn Interesse kann anstecken. Das setzt voraus, dass bedeutungsvolle Aufgaben zum Einsatz kommen. Diese verfügen über Substanz und ermöglichen vielfältige Zugänge und Aufgabenstellungen auf unterschiedlichen Niveaus. Sie unterscheiden sich von externen und erwiesenermaßen interessehinderlichen „Lernanreizen“ (vgl. Prenzel & Lankes 1989, S.73; Krapp 1998, S.197) wie etwa den „bunten Hunden“. Ihre Substanz wird aus den Strukturen und den Wirklichkeitsbezügen der Mathematik geschöpft.

Atmosphäre der Akzeptanz schaffen – gemeinsam lernen

Förderlich für den Aufbau von Interesse ist es, wenn die Lernenden spüren können, dass sie angenommen und akzeptiert sind (vgl. Prenzel 1997, S.40). Daher sollten Lehrende stets versuchen, von den Kindern über ihr Denken zu lernen, also anstreben, ihre Denkweisen als prinzipiell sinnvoll anzusehen, ihr Vorgehen zu verstehen und dieses den Kindern auch zu signalisieren (vgl. Sundermann & Selter 2006). Weiterhin ist zu beachten, dass das Bedürfnis nach *„sozialem Eingebundensein“* in der Lerngruppe aus motivationaler Perspektive einen hohen Stellenwert hat. Sich aufgehoben zu fühlen, mit anderen gut auszukommen und mit ihnen kooperieren zu können, sind gute Voraussetzungen für die Ausprägung von Interesse.

Zusammenfassend gesagt und ausgehend von den eingangs erwähnten, interessehinderlichen Merkmalen, erweist sich also ein Unterricht als interesseförderlich, in dem …

- Denkwege nicht genau vorgegeben, sondern *(1) den Lernenden Freiräume für individuelle Lernprozesse gewährt werden* und *(2) die notwendige Zielorientierung durch vorstrukturierte Lernumgebungen sicher gestellt wird*,
- es nicht die primäre Zielsetzung ist, Lernprozesse und Lernergebnisse kontrollierend zu bewerten, sondern *(3) den Lernenden Transparenz zu verschaffen* und *(4) ihnen individuelle und sachbezogene Rückmeldungen zu geben*, sowie
- die Kompetenzen der Lernenden nicht unterschätzt, sondern zu deren Weiterentwicklung *(5) substanzielle Aufgaben ausgewählt werden* und *(6) eine Atmosphäre der gegenseitigen Akzeptanz aufgebaut wird*.

Die sechs angeführten Leitideen lesen sich unabhängig von der Argumentationsführung dieses Papiers wie Merkmale guten Mathematikunterrichts, so wie sie Fachdidaktik und Grundschulpädagogik schon lange beschreiben, und sie sind es natürlich auch. Guter Mathematikunterricht ist interesseförderlich, und dessen Leitideen werden dadurch gestützt, dass sie mit Grundpostulaten aus der Interessenforschung vereinbar sind.

5 Konkretisierungen

Nun fehlt „nur noch“ der vermutlich wichtigste Schritt in der Gedankenführung dieses Papiers: Wie kann man interesseförderlichen Mathematikunterricht realisieren? Hierzu werden in diesem Kapitel exemplarische Konkretisierungen beschrieben, die die Leserinnen und Leser als Hintergrundfolie zur Einordnung ihrer eigenen Erfahrungen bzw. als Anregungen für die eigene Unterrichtspraxis nutzen können.

Ich gebe diese Beispiele eingedenk der Tatsache, dass Vieles von dem, was im Folgenden vorgestellt wird, in nicht wenigen Klassenzimmern Realität ist. Andererseits ist die Vermutung nahe liegend, dass wir von einer *flächendeckenden* Umsetzung der angeführten Leitideen noch weit entfernt sind.

5.1 Eigenständigkeit ermöglichen – individuell lernen: Eigenproduktionen

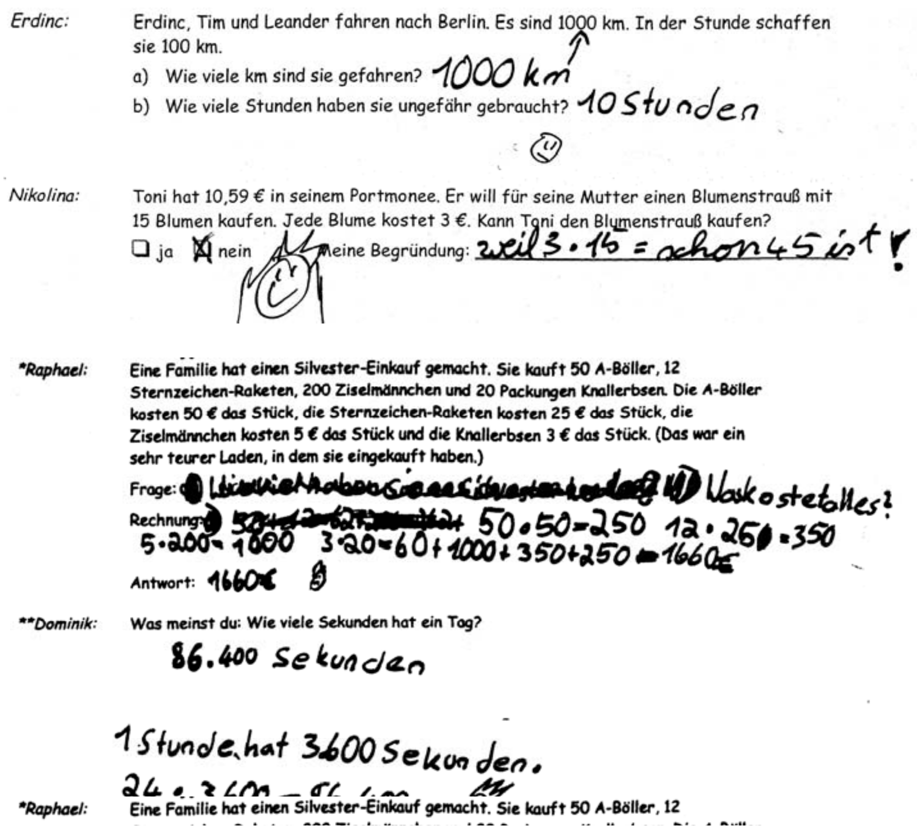
Um individuelles Lernen zu ermöglichen, ist es unverzichtbar, offen zu sein für die Denkwege der Kinder, ihrem Denken prinzipiell Vernunft zu unterstellen, sich an ihren Ideen erfreuen zu können und diese verstehen zu wollen, anstatt sie vorschnell über das vermeintlich Richtige zu belehren.

Vor diesem Hintergrund trägt es zur Individualisierung bei, wenn die Schülerinnen und Schüler im Unterricht vermehrt zu *Eigenproduktionen* angeregt werden. Eigenproduktionen sind mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen die Kinder selbst entscheiden können, wie sie *vorgehen* und/oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse *darstellen*. Im Weiteren beschränke ich mich auf *schriftliche* Eigenproduktionen, die in Form von Texten, Zeichnungen, Rechenwegen und deren Misch- und Vorformen genutzt werden können.

Eigenproduktionen müssen nicht in Einzel-, sondern können durchaus auch in Gemeinschaftsarbeit entstehen: Entscheidendes Kriterium ist dabei, dass die Schüler sich – sei es als einzelne, sei es als Gruppe – produktiv in den Lehr-/Lernprozess einbringen können. Idealtypischerweise gibt es vier Typen von Eigenproduktionen, die an dieser Stelle anhand des Themas Sachaufgaben und Rechengeschichten illustriert werden (für analoge Beispiele zur Arithmetik und zur Geometrie, vgl. Sundermann & Selter (2005; 2006a). Dabei werden die Schülerinnen und Schülen dazu angeregt, …

… selbst Aufgaben zu erfinden (Erfindungen)

Im folgenden Beispiel hatten die Schülerinnen und Schüler eines vierten Schuljahres Rechengeschichten für ihre Mitschülerinnen und Mitschüler erfunden, die von der Lehrerin auf einem Wochenblatt zusammengestellt wurden, das dann von allen Kindern bearbeitet werden musste. Die Sternchen- bzw. Doppelsternchen-Aufgaben wurden von der Lehrerin als solche gekennzeichnet, weil sie aus ihrer Sicht als weiterführende Anforderungen einzustufen waren.



Erdinc: Erdinc, Tim und Leander fahren nach Berlin. Es sind 1000 km. In der Stunde schaffen sie 100 km.
a) Wie viele km sind sie gefahren? 1000 km
b) Wie viele Stunden haben sie ungefähr gebraucht? 10 Stunden

Nikolina: Toni hat 10,59 € in seinem Portmonee. Er will für seine Mutter einen Blumenstrauß mit 15 Blumen kaufen. Jede Blume kostet 3 €. Kann Toni den Blumenstrauß kaufen?
☐ ja ☒ nein Meine Begründung: weil 3 · 15 = schon 45 ist!

*Raphael: Eine Familie hat einen Silvester-Einkauf gemacht. Sie kauft 50 A-Böller, 12 Sternzeichen-Raketen, 200 Ziselmännchen und 20 Packungen Knallerbsen. Die A-Böller kosten 50 € das Stück, die Sternzeichen-Raketen kosten 25 € das Stück, die Ziselmännchen kosten 5 € das Stück und die Knallerbsen 3 € das Stück. (Das war ein sehr teurer Laden, in dem sie eingekauft haben.)
Frage: Was kostet alles?
Rechnung: 50 · 50 = 250 12 · 25 = 350 5 · 200 = 1000 3 · 20 = 60 + 1000 + 350 + 250 = 1660 €
Antwort: 1660 €

**Dominik: Was meinst du: Wie viele Sekunden hat ein Tag?
86.400 Sekunden

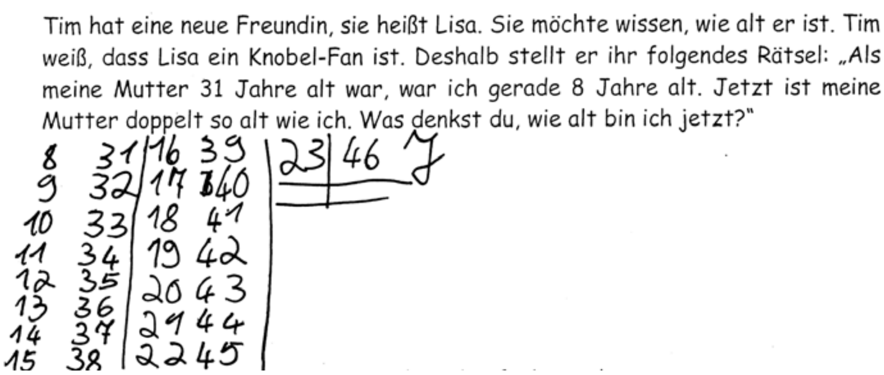
1 Stunde hat 3600 Sekunden.

*Raphael: Eine Familie hat einen Silvester-Einkauf gemacht. Sie kauft 50 A-Böller, 12

Anschließend kontrollierten die Erfinderkinder jeweils die von ihren Mitschülerinnen und Mitschülern bearbeiteten Aufgaben und gaben ihre Einschätzung durch ein entsprechendes, in der Klasse bekanntes Piktogramm (z.B. Rechenkönig) an.

… Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen zu lösen (Lösungswege),

Lotti hat für die vorliegende Knobelaufgabe ihren Lösungsweg angegeben, ausgehend vom Paar 8-31 solange jeweils beide Zahlen um 1 zu erhöhen, bis die zweite Zahl doppelt so groß war wie die erste.



Tim hat eine neue Freundin, sie heißt Lisa. Sie möchte wissen, wie alt er ist. Tim weiß, dass Lisa ein Knobel-Fan ist. Deshalb stellt er ihr folgendes Rätsel: „Als meine Mutter 31 Jahre alt war, war ich gerade 8 Jahre alt. Jetzt ist meine Mutter doppelt so alt wie ich. Was denkst du, wie alt bin ich jetzt?"

8	31	16	39	23	46
9	32	17	40		
10	33	18	41		
11	34	19	42		
12	35	20	43		
13	36	21	44		
14	37	22	45		
15	38				

Anregung 3
In der Anlage 1 finden Sie die Lösungen zur Schulfestaufgabe, die vor der Behandlung der Division großer Zahlen in einer Klasse zu beobachten waren.
a) Analysieren Sie zunächst die Vorgehensweisen! (Wie haben die einzelnen Kinder gedacht?)
b) Gruppieren Sie anschließend die Vorgehensweisen! (Welche sind ähnlich? Warum?)

… Auffälligkeiten zu beschreiben und zu begründen (Forscheraufgaben)

In einem vierten Schuljahr wurde folgende Aufgabe gestellt: „Ein Vater und sein Sohn erreichen im gleichen Jahr ein Alter mit Zahlendreher: Der Vater wird 95, der Sohn wird 59.“

Anregung 4
Bearbeiten Sie zunächst selbst die folgenden Aufgaben.
a) Gibt es das nur einmal?
b) Oder gab es das vorher schon einmal?
c) Oder gab es das vorher sogar schon mehrmals?
d) Wenn ja: Entdecken Sie eine Regelmäßigkeit?

In der Anlage 2 finden Sie zur Illustration die Bearbeitung dieser Aufgaben von Timo sowie eine Abbildung, die seine Beschreibungen zu einer weiterführenden Forscheraufgabe verdeutlicht. Vergleichen Sie diese mit ihrer eigenen Bearbeitung.

… sich über den Lehr-/Lernprozess zu äußern (Rückschau)

Im folgenden Beispiel trägt Stella am 17.11. in ihr Lernwegebuch ein, was für sie Bedeutsames im Mathematikunterricht passiert ist. Sie hatte eine Rechengeschichte erfunden (Mira, die Fee, möchte ein Liebesgetränk herstellen, denn das ist ihr Hobby. …), in der es auszurechnen galt, wie viele Teelöffel Feenstaub und wie viele Tropfen Drachenmäulchen hinzuzufügen waren. Anschließend musste noch ermittelt werden, wie viel sie von ihren 40 Feen-Euro zurückerhalten würde, wenn sie Feenstaub für 6,50 Euro, Drachenmäulchen für 2,99 Euro, Sumpfbeine für 3,15 Euro und Feenblumenkörner für 14,99 Euro kaufte.

17.11.06
Heute bei Mathe habe ich
Frau Sundermann meine Feen
Geschichte gezeigt, sie fand es
toll das ich so viel geschriben
habe. Und wir haben Sachaufgaben
zum Tisch gemacht leider habe
ich das nicht ganz verstahnden.

21.11.06
Heute bei Mathe habe ich ein
Wocheblatt mit 4 Seiten gekriegt,
das sind alles Aufgaben von
unserer Klasse.

24.11.06
Heute bei Mathe habe ich Jennys
Rechengeschichte gelöst sie war echt
leicht aber meine ist auch leicht,
sehr leicht, super leicht.

> Anregung 5
> Stellen Sie aus Ihrem Schulbuch (oder Ihren sonstigen Materialien) Aufgaben zusammen, die Eigenproduktionen anregen, oder modifizieren Sie diese so, dass dieses der Fall ist. Decken Sie dabei das Spektrum der vier Typen möglichst ab.

> Anregung 6
> Verabreden Sie in Ihrer Gruppe Aufgabenstellungen, die Eigenproduktionen anregen, setzen Sie sie – ggf. an unterschiedliche Schuljahre angepasst – in Ihren Klassen ein, sammeln Sie die Ergebnisse ein und diskutieren Sie diese im Hinblick auf ihre Aussagekraft. Sprechen Sie ggf. auch darüber, wie die Aufgaben modifiziert werden müssten, sofern Sie die Ergebnisse nicht zufrieden stellen.

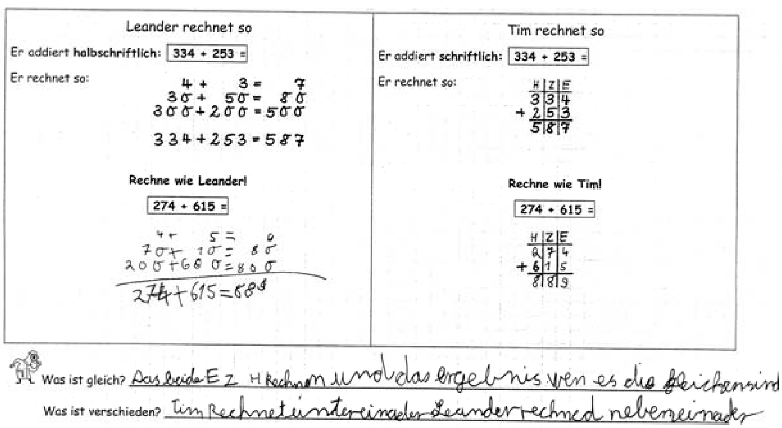
5.2 Lernprozesse vorstrukturieren – zielorientiert lernen: Von den Erfindungen zur „Norm“

Wie bereits einleitend erwähnt, kann es nicht darum gehen, die Schülerinnen und Schüler lediglich zur Artikulation ihrer Denkwelten anzuregen, sondern es gilt darüber hinaus, ihr Lernen zielbewusst anzuregen. Der Aufsatz von Treffers (1983; Anlage 3) zur fortschreitenden Mathematisierung hat diesbezüglich die Diskussion der letzten rund zwei Jahrzehnte nachhaltig beeinflusst. Idealtypisch kann man das Prinzip der fortschreitenden Mathematisierung wie folgt beschreiben:

- Die Lehrerin stellt den Schülerinnen und Schülern nicht-triviale, aber auch nicht überkomplexe Aufgaben, die für diese nachvollziehbar sind – häufig, aber nicht immer mit Realitätsbezug; die Lehrerin ermutigt sie dazu, diese ausgehend von ihren individuellen Kompetenzen mit ihren eigenen Methoden zu lösen.
- Die Schüler werden dann in ausgewählten Situationen gebeten, ihre Vorgehensweisen zu dokumentieren und vorzustellen sowie die Vorgehensweisen anderer Schüler kennen zu lernen und anzuwenden (Anregung zu Reflexion, Kommunikation und Kooperation).
- Die Schüler werden dazu angeregt, ihre eigenen Vorgehensweisen weiterzuentwickeln (z.B. Notationsformen verkürzen, ohne allerdings zu viel Merkaufwand zu erfordern) und über die Besonderheiten (Vor- und Nachteile, was immer auch subjektiv ist) verschiedener Vorgehensweisen nachzudenken.

> Anregung 7
> Lesen Sie den Aufsatz von Treffers zur fortschreitenden Mathematisierung (vgl. Anlage 2). Über welche Erfahrungen verfügen Sie bezüglich dieses Ansatzes? Welche Chancen, welche Schwierigkeiten kennen bzw. erwarten Sie?

Die folgende Abbildung illustriert exemplarisch, wie Schülerinnen und Schüler eines dritten Schuljahres dazu angeregt wurden, bei der Addition über Gemeinsamkeiten und Unterschiede der halbschriftlichen Strategie „Stellenweise“ einerseits und dem schriftlichen Algorithmus andererseits nachzudenken (vgl. 3. Spiegelstrich).



Anregung 8
Wie würden Sie – ausgehend von den Dokumenten der Schulfest-Aufgabe (vgl. Anregung 3) – im Unterricht weiter vorgehen? Inwieweit können Sie dabei dem Prinzip der fortschreitenden Schematisierung folgen?

Der Ansatz von Treffers wird im Übrigen häufig einschränkend nur auf den Weg ausgehend von den halbschriftlichen Strategien der Kinder hin zu den schriftlichen Normalverfahren bezogen. Doch es handelt sich um ein umfassendes Unterrichtsprinzip: Man versucht auch in Bezug auf andere Inhalte, die Erfindungen der Kinder mit der „Norm" zu verbinden, sie also dazu anregen, ihre Gedankenwelt zielbewusst weiter zu entwickeln.

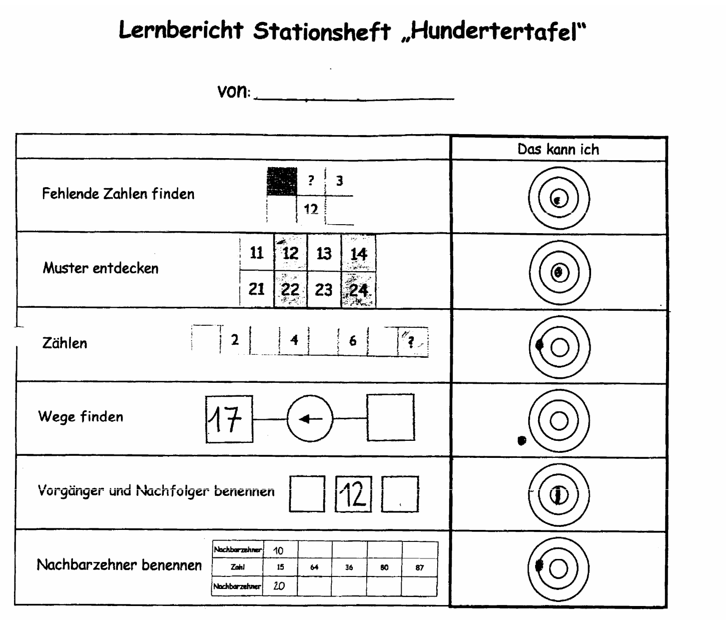
Am Beispiel des additiven Rechnens im Tausenderraum (Sundermann & Selter 2006a) sowie des Einmaleins (Selter 2006) wurde in der Literatur beschrieben, wie ein solcher gleichermaßen offener wie zielbewusster Unterricht aussehen kann, der den Schülerinnen und Schülern ein hohes Maß an Selbstständigkeit ermöglicht, ohne die zu erwerbenden Kompetenzen aus dem Blick zu verlieren. Zur Illustration finden Sie in der Anlage 4 einen Ausschnitt aus Selter (2006). Um nicht missverstanden zu werden: Ich glaube nicht, dass es DIE Methode gibt bzw. dass der dort beschriebene Unterricht DER Unterricht nach Wahl ist. Guter Unterricht profitiert von einem ausgewogenen Mix verschiedener Methoden. Insofern bildet die aus der Anlage 4 ersichtliche Beschreibung nur einen Teil dieser Vielfalt ab.

5.3 Transparenz schaffen – bewusst lernen: Kinder einbeziehen

Ein altersangemessenes Maß an Transparenz, das den Kindern Mitbestimmungs- und Mitgestaltungsmöglichkeiten eröffnet, wirkt sich nicht nur positiv auf die Qualität des Lernprozesses aus, sondern wirkt auch interessenförderlich (s.o.).

Lernberichte beispielsweise (vgl. Modul 9) erleichtern Kindern die Einschätzung, was sie bereits können und was sie noch lernen müssen. Wenn diese mit einer gewissen Regelmäßigkeit ausgefüllt werden, lernen die meisten Schülerinnen und Schüler, sich selbst immer besser einzuschätzen, insbesondere dann, wenn die Lehrerin eine kurze mündliche oder schriftliche Rückmeldung gibt.

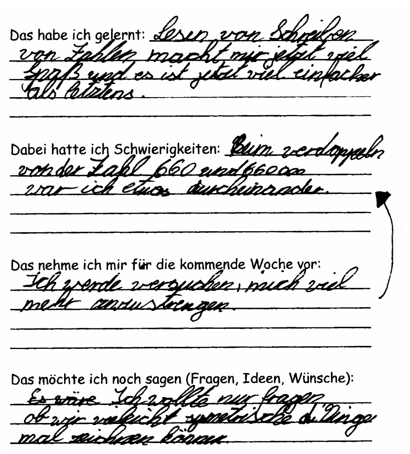
Das Beispiel (aus Modul 9; siehe auch Kap. 5.6) entstammt dem zweiten Schuljahr. Die Kinder hatten über einige Unterrichtsstunden hinweg in einem Stationsheft gearbeitet, das aus Kopien von Arbeitsblättern bestand, die in einer für die Kinder nachvollziehbaren Weise sechs verschiedenen Grundaufgaben zugeordnet wurden. Diese Grundaufgaben wurden in der linken Hälfte einer Tabelle angeführt, und die Schülerinnen und Schüler gaben durch das Einzeichnen von (Nicht-)Treffern auf einer Zielscheibe an, wie gut sie ihres Erachtens den entsprechenden Aufgabentyp beherrschten.


Lernbericht Stationsheft „Hundertertafel"

von: ____________

	Das kann ich
Fehlende Zahlen finden	
Muster entdecken	
Zählen	
Wege finden	
Vorgänger und Nachfolger benennen	
Nachbarzehner benennen	

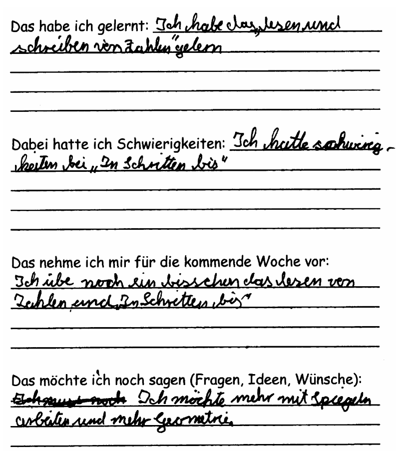
Ein zweites Beispiel entstammt dem vierten Schuljahr. Die Schülerinnen und Schüler sollten nicht inhaltsbezogen antworten, sondern entlang von vorgegebenen Leitfragen, wie die folgenden vier Beispiele illustrieren.


Das habe ich gelernt: Lesen von Schreiben von Zahlen macht mir jetzt viel Spaß und es ist jetzt viel einfacher als letztens.

Dabei hatte ich Schwierigkeiten: Beim verdoppeln von der Zahl 660 und 6600 war ich etwas durcheinander.

Das nehme ich mir für die kommende Woche vor: Ich werde versuchen, mich viel mehr anzustrengen.

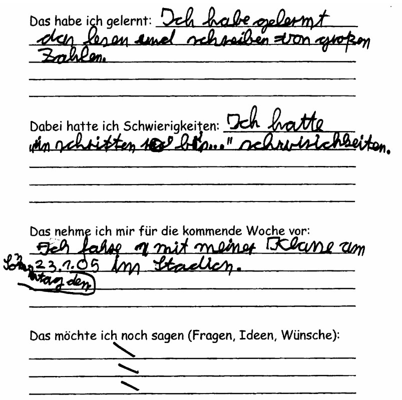
Das möchte ich noch sagen (Fragen, Ideen, Wünsche): ~~Es wäre~~ Ich wollte nur fragen ob wir vielleicht symetrische ~~d~~ Dinge mal zeichnen können.


Das habe ich gelernt: Ich habe das „lesen und schreiben von Zahlen" gelern

Dabei hatte ich Schwierigkeiten: Ich hatte schwierigkeiten bei „In Schritten bis"

Das nehme ich mir für die kommende Woche vor: Ich übe noch ein bisschen das lesen von Zahlen und „In Schritten bis"

Das möchte ich noch sagen (Fragen, Ideen, Wünsche): ~~Ich muss noch~~ Ich möchte mehr mit Spiegeln arbeiten und mehr Geometrie.

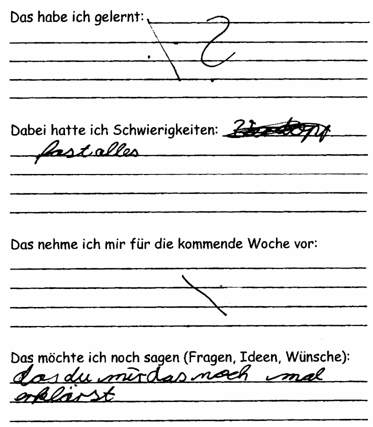


Das habe ich gelernt: Ich habe gelernt den lesen und schreiben von großen Zahlen.

Dabei hatte ich Schwierigkeiten: Ich hatte ein schritten [illegible] bis..." schwirichkeiten.

Das nehme ich mir für die kommende Woche vor: Ich fahre mit meiner Klasse am Sonntag den 23.7.05 im Stadion.

Das möchte ich noch sagen (Fragen, Ideen, Wünsche):



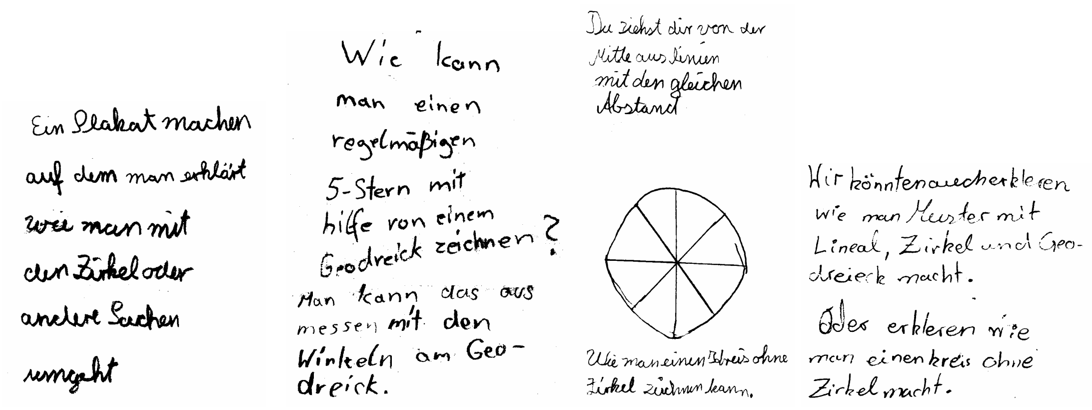
Das habe ich gelernt:

Dabei hatte ich Schwierigkeiten: ~~[illegible]~~ fast alles

Das nehme ich mir für die kommende Woche vor:

Das möchte ich noch sagen (Fragen, Ideen, Wünsche): das du mir das noch mal erklärst

Um Kindern mehr Transparenz zu geben und sie vermehrt in die Planung und Gestaltung des Unterrichts mit einzubeziehen, kann man beispielsweise auch ihre Vorerfahrungen und Interessen informell erheben. Im Rahmen einer Unterrichtsreihe zu „Geodreieck und Zirkel“ (vgl. Sundermann & Selter 2006, S.44ff.) wurden die Schülerinnen und Schüler zu Beginn unter den Überschriften „Das wissen wir schon.“, „Das wollen wir wissen.“ und „Ideen für unsere Ausstellung“ auf Plakaten gesammelt. Zum Ende der Reihe wurde das auf den Plakaten Notierte wieder aufgegriffen, und es wurde gemeinsam überprüft, ob alle Fragen beantwortet worden waren. Zudem wurden die gefundenen Antworten zu den gestellten Fragen geschrieben. Auch wurde gesammelt, welche Ideen für die Ausstellung berücksichtigt werden konnten.



Ein letztes Beispiel: In einer Unterrichtseinheit zum Thema „Messen von Längen“ trugen Zweitklässler u.a. die folgenden Vorkenntnisse auf einem Plakat zusammen:

Das wissen wir schon

- Man kann mit Fingern messen.
- Ein Zollstock ist immer ein Meter oder zwei Meter lang.
- Messen kann man mit dem Maßband oder dem Lineal.
- Ein Meter ist immer ein Meter lang.
- An der Wasserwaage ist ein Lineal.
- Ein Meter sind 100 Zentimeter.
- Ein ganz großer Schritt ist ungefähr ein Meter.

Auf einem anderen Plakat wurden die Interessen der Kinder festgehalten:

Forscherfragen

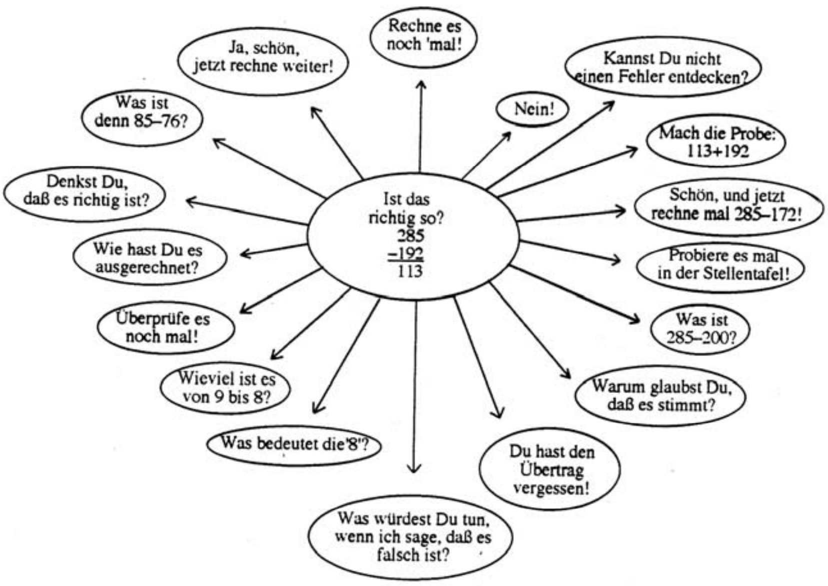
- Wie groß ist Svenja? Wie groß sind wir? Wie groß sind wir zusammen?
- Wie groß ist die Schule? Wie groß ist der Eifelturm? Wie lang ist der Klassenraum?
- Wie kann man ein eigenes Lineal bauen?
- Wie breit ist die Erde? Und die Sonne? Und der Mond? Wie groß ist das Weltall?
- Ist ein Schritt wirklich ein Meter? Wie groß ist ein Zentimeter?
- Wie groß ist eine Barbie-Puppe? Wie groß ist eine Giraffe?
- Wie lang ist ein Fuß? Wie breit ist ein Auge?
- Was sind eigentlich Millimeter? Wie viele Millimeter sind ein Meter?

Aus diesen Informationen, aus den im Lehrplan zum Ausdruck kommenden Zielen und dem längerfristigen, klasseninternen Vorhaben, ein eigenes Mathematik-Lexikon zu schreiben, ergab sich dann folgender Reihenaufbau:

1. Das wissen wir schon. Das wollen wir wissen.
2. Experten stellen vor: So kann man mit Körpermaßen und mit Messgeräten messen.
3. Mein Körperbuch (vgl. Nührenbörger 2001).
4. Wir lösen unsere Forscherfragen und erfinden und lösen weitere Forscheraufgaben.
5. Wir stellen unsere Ergebnisse vor und schreiben sie für unser Mathe-Lexikon auf.

5.4 Lernförderlich rückmelden – selbstbewusst lernen: Lerngespräche

Lehrerinnen und Lehrer geben in Unterrichtsgesprächen oder in individuellen Gesprächen mit Schülerinnen und Schülern laufend Rückmeldungen. Daher ist es m.E. wichtig, prinzipiell darüber nachzudenken, wie diese so erfolgen können, dass sie die Kinder beim Lernen unterstützen. Hierzu ein Beispiel: Bei der Aufgabe 285–192 hat Murat stets die kleinere von der größeren Ziffer abgezogen, unabhängig von deren Zugehörigkeit zu Minuend bzw. Subtrahend. Auf seine Frage, ob die Rechnung mit dem Resultat 113 richtig sei, kann man ganz unterschiedlich reagieren. Einige Möglichkeiten habe ich angeführt, viele weitere sind denkbar.



Anregung 9
a) Wie würden Sie reagieren? Warum? Wie auf keinen Fall? Warum?
b) Michelle berechnet die Aufgabe 12 · 12 mit dem Ergebnis 104. Stellen Sie in Anlehnung an die obige Grafik verschiedene lernförderliche und lernhinderliche Rückmeldungen zusammen.

Ein anderes Beispiel (für weitere, vgl. Sundermann & Selter 2006): Im Papier zu Modul 9 „Leistungen feststellen – Kinder fördern“ wurde der Kindersprechtag als eine Möglichkeit angeführt, um Lerngespräche mit den Kindern durchführen zu können (Sundermann & Selter 2005a). Am Kinder-Sprechtag nehmen alle Kinder teil. Eine Variante stellt die sog. Kinder-Sprechstunde dar, die einmal im Monat an einem festen Termin stattfindet, z.B. am ersten Mittwoch des Monats, oder eben gerade dann, wenn es der

Lehrerin oder den Kindern als notwendig erscheint. Hier nehmen die Kinder in der Regel freiwillig teil, manche von ihnen aber auch auf expliziten Wunsch der Lehrerin, die mit dem Kind etwas besprechen möchte. Alle Schülerinnen und Schüler arbeiten während der Kinder-Sprechstunde an ihren Arbeitsplänen (vgl. Anlage 4), die Kinder mit Gesprächsbedarf tragen sich vorab in einer Liste an der Tafel ein und kommen dann für ein kurzes Gespräch zur Lehrerin, wenn sie an der Reihe sind.

Im Rahmen der Kinder-Sprechstunde geht es keineswegs nur um Rückmeldungen zu erbrachten Leistungen – wie beim Kinder-Sprechtag –, sondern auch um die Klärung von Verständnisschwierigkeiten bei behandelten Inhalten, um die vom Kind gewünschte Rückmeldung zur Selbsteinschätzung, um die Vorbesprechung von durch die Kinder übernommenen Unterrichtsphasen (zum Beispiel beim Vorstellen selbst erfundener Rätsel zu Stundenbeginn), um die Präsentation besonders gelungener Arbeiten (vgl. Sundermann & Selter 2006, S.64ff.) oder um Wünsche für die zukünftige Unterrichtsgestaltung (z.B. mehr Kopfrechenspiele). Zur Illustration soll der folgende Gesprächsausschnitt zwischen Murat und seiner Lehrerin dienen …

Was möchtest du denn wissen?
Wie gut ich so in Mathe bin.
Was meinst du denn selber?
Ganz gut.
Du weißt ja, was in Mathe zählt.
Ja.
Was zählt denn in Mathe?
…
Sollen wir mal zu unserem Plakat gehen?

Sie gingen gemeinsam zu dem an der Tür hängenden „Das-zählt-in-Mathe-Plakat“, auf dem die wesentlichen Anforderungen in einer für die Kinder transparenten Weise festgehalten worden waren (vgl. Sundermann & Selter 2006b).

Mitarbeit. (zeigt auf das Wort)
Würdest du sagen, dass du immer gut mitarbeitest?
Ich melde mich nicht so oft, aber ich mache mit.
Mhm.
Meine Berichtigung (zeigt auf das Wort) *war nicht so gut.*
Ja, stimmt, das sehe ich auch so.

Hier, Blitzrechnen, da habe ich alle vier Prüfungen bestanden.

Genau, die hast du alle.

Zuhören (zeigt auf das Wort) *ist so lalala*.

Aber wenn wir dich umsetzen an den Tisch zum Ben, dann klappt das vielleicht besser, oder? Ich glaube nämlich, dass der Luca dich oft ablenkt, oder ihr euch gegenseitig, sagen wir mal so.

Ja, stimmt.

Willst du einen Zettel haben, auf dem wir schreiben können, was wir tun können, damit du noch besser wirst in Mathe?

Ja.

Beide gingen zurück zum Tisch.

Was hast du denn gerade selber gesehen, was besser werden kann?

Schöne Berichtigung kann besser werden, und das Umsetzen.

Noch was?

Bei Mitarbeit, ich melde mich mehr.

Die Gesprächsergebnisse wurden auf einem Protokollbogen festgehalten, den die Lehrerin aus Zeitgründen weitgehend selbst ausfüllte. Es wurde darauf nicht nur notiert, worüber gesprochen wurde, sondern auch darüber, was für das zukünftige Lernen vereinbart wurde. Zur Bekräftigung der getroffenen Verabredungen unterschrieben die Lehrerin und Murat das Dokument. Murat nahm es mit nach Hause und legte es den Eltern ebenfalls zur Unterschrift vor, so dass diese ebenfalls informiert waren.

Mathematik

Kinder-Sprechstunde

am 22.3.2006

• Wer war dabei? Murat, Frau Sundermann

• Darüber haben wir gesprochen: Das zählt in Mathe: Schöne Berichtigungen, Mitarbeit

• Das haben wir verabredet: Murat setzt sich neben Ben, wenn es mit Luca nicht besser geht. Murat macht eine schöne Berichtigung der Mathearbeit und meldet sich öfter.

Unterschrift Kind — Unterschrift Eltern — Unterschrift Frau Sundermann

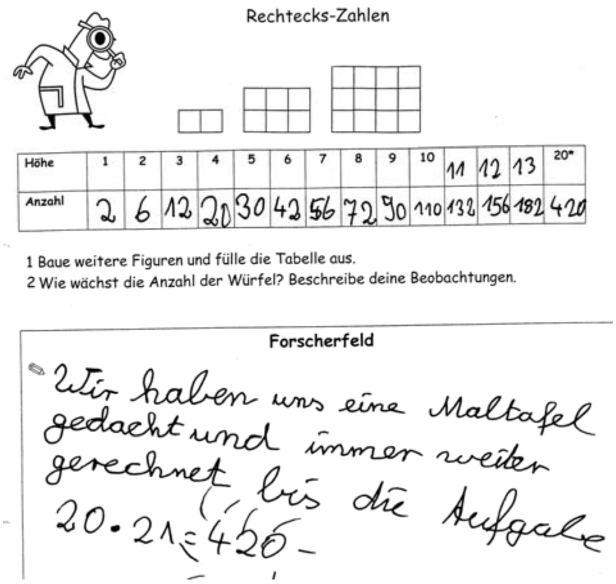
5.5 Substanzielle Aufgaben auswählen – bedeutungsvoll lernen: Weniger ist manchmal mehr

Zu substanziellen Aufgaben finden Sie in den Modulen 1 (Walther 2004) und 2 (Selter 2005) wesentliche Informationen. Dort wurde auch deutlich, dass es eine wesentliche Leitidee guten, interesseförderlichen Mathematikunterrichts ist, nach dem bewährten Grundsatz „multum, non multa“ zu verfahren: Lieber *wenige gute* Aufgabenfelder bzw. Lernkontexte ausführlich und über die verschiedenen Schuljahre hinweg mit unterschiedlichen Fragestellungen immer wieder behandeln als *viele isolierte* Aufgaben abarbeiten.

Beispiele dafür sind etwa aus dem Bereich Zahlen und Operationen die Zahlenketten, die Zahlengitter (Modul 2) oder die ANNA-Zahlen, aus dem Bereich Form und Raum Aufgaben am Geobrett (Modul 2), zum Bauen mit Würfeln oder zum Spiegeln mit dem Spiegel, aus dem Bereich Größen und Messen das Erstellen eines Körperbuchs oder die Zeitmessung mit unterschiedlichen Uhren und aus dem Bereich Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten die Themenfelder „Unsere Schule in Zahlen“ oder „Würfeln mit dem Würfel“.

Substanzielle Aufgaben sind Aufgaben, bei denen sich die Investition von Zeit für die Kinder spürbar lohnt, da sie – natürlich auf unterschiedlichen Leistungsniveaus und mit unterschiedlich ausgeprägten Interessensgraden – an der Erschließung eines Kontext „innermathematischer“ oder „außermathematischer“ Art arbeiten.

Im folgenden Beispiel etwa setzten die Kinder mit kleinen Holzwürfeln Gebilde fort, welche grundlegende Zahlenfolgen darstellen, wie die Folgen der Dreieckszahlen, der Quadratzahlen und Rechteckzahlen (vgl. Hengartner u.a. 2006, man siehe auch www.mathe-projekt.ch). Dabei sollte jeweils die Anzahl der benötigten Holzwürfel bestimmt und in eine Tabelle eingetragen werden. In einem sog. Forscherfeld schrieben die Kinder zudem auf, wie sie vorgegangen waren. Zunächst ging es um Rechteckszahlen, bei denen die Würfel in einem Rechteck angeordnet werden, dessen eine Seite immer genau einen Würfel mehr aufweist als die andere.



Rechtecks-Zahlen

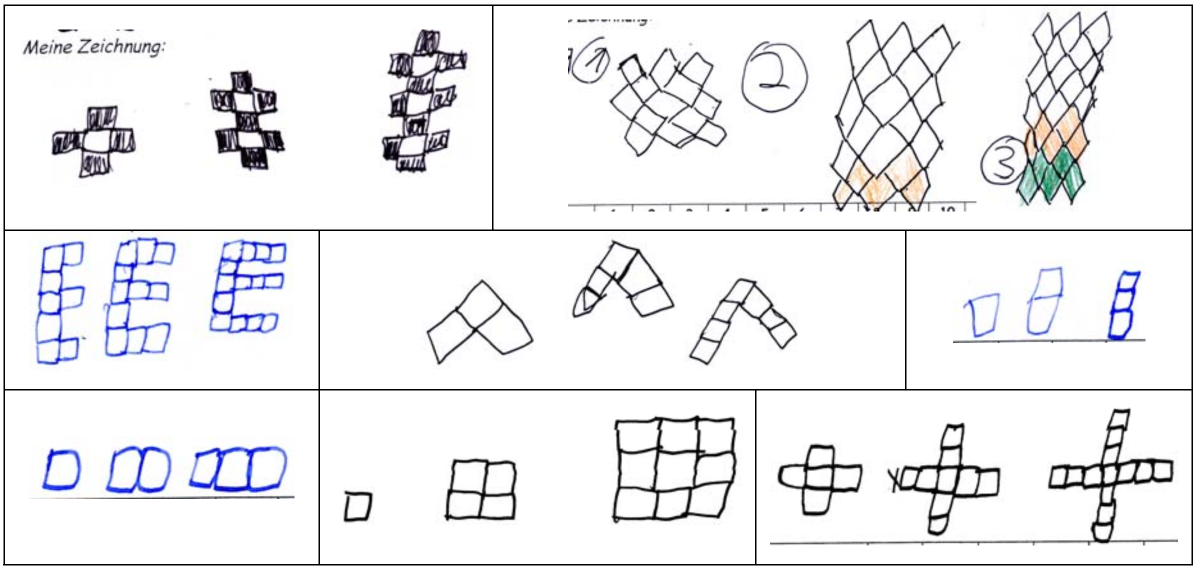
Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	20*
Anzahl	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110	132	156	182	420

1 Baue weitere Figuren und fülle die Tabelle aus.
2 Wie wächst die Anzahl der Würfel? Beschreibe deine Beobachtungen.

Forscherfeld

Wir haben uns eine Maltafel gedacht und immer weiter gerechnet bis die Aufgabe 20·21=420

Es schlossen sich Treppenzahlen (1; 1+2; 1+2+3; …) und Doppeltreppenzahlen an (1; 1+2+1; 1+2+3+2+1; …), bevor die Kinder selbst – adressatenbezogen für Ihre Mitschülerinnen und Mitschüler – als Erfinder tätig wurden.



Hier die Namen, die die Kinder vergaben: Quadratzahlen, Türmchenzahlen, Sternzahlen, Schlangenzahlen, Zopfzahlen, Leiterzahlen, Eckenzahlen, E-Zahlen. Können Sie diese den Abbildungen zuordnen?

Anregung 10
Erfinden Sie selbst solche schönen Zahlmuster für Ihre Kolleginnen und Kollegen. Wie viele Würfel werden bei der 10., der 100. Figur benötigt? Gibt es eine Figur in Ihrer Folge, für die Sie genau 100 (500, 1000, 1.000.000) Würfel benötigen würden? Gehen Sie auch in die dritte Dimension, bauen Sie also beispielsweise Quaderzahlen statt Rechteckszahlen.

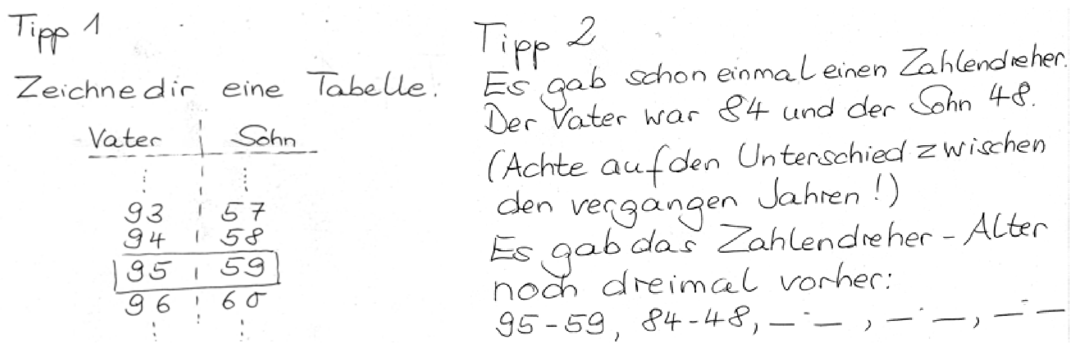
Es ist eine Binsenweisheit, dass das, was Lehrerinnen für potenziell interessant halten, nicht automatisch für alle Kinder ebenfalls interessant ist, obschon es – wie bereits erwähnt – eine wesentliche Voraussetzung für die Interessensentwicklung ist, dass die Lehrerin sich selbst für eine Sache begeistern kann. Zudem gilt, dass man Interesse in der Regel leicht bei ohnehin schon Interessierten weckt. Anders herum gewendet: Es ist nicht unbedingt leicht, Nicht-Interessierte zu interessieren.

Anregung 11
Welche Möglichkeiten sehen bzw. nutzen Sie, um mit den beschriebenen Problemen umzugehen?

Man sollte zunächst festhalten, dass es nicht nur die Aufgabe an sich ist, die *sämtliche* Kinder quasi automatisch fesselt. Der „Sog der Sache“ zieht nicht immer und nicht notwendiger Weise alle in den Bann. Somit soll in diesem Papier auch nicht der falsche Eindruck entstehen, als könne man im Unterricht auf nicht-sachbezogene Formen der Motivation verzichten.

Natürlich spielen diese (mit) eine Rolle, wenn Kinder beispielsweise eine Forscherurkunde oder einen Blitzrechenpass erwerben wollen und (auch) deswegen Forscheraufgaben bearbeiten oder das Blitzrechnen üben. Oder wenn Kinder sich mit Aufgaben auseinandersetzen, weil sie sehen, dass Mitschülerinnen und Mitschüler diese erfolgreich oder mit Freude bearbeiten. Oder wenn es einen klaren Adressatenbezug gibt (z.B. ein Aufgabenblatt für die Mitschüler, einen Lernbericht für die Eltern). Oder wenn ein Handlungsprodukt entsteht („Mir fehlen noch die Zahlenketten-Blätter. Dann habe ich alles für meine Forschermappe.“). Und häufig ist es sinnvoll, Aufgaben nicht unverändert zu übernehmen, sondern vor dem Hintergrund der Bedingungen in der eigenen Klasse zu modifizieren, etwa in folgender Weise …

Differenzieren: Nicht selten sind es schwächere Schülerinnen und Schüler, die Aufgaben nicht interessant finden, u.a. weil sie „kein Packende“ finden und verständlicher Weise schlecht mit den sich häufenden Frustrationserfahrungen umgehen können. Daher kann es hilfreich sein, durchgängig und für die Kinder transparent zwischen Grundanforderungen und weiterführenden Anforderungen zu unterscheiden (vgl. Anlage 2). Darüber hinaus macht es z.B. auch Sinn, Tipps für diejenigen Kinder bereit zu halten, die nach längerem Nachdenken nicht weiter kommen, ohne dabei zu viel vorzugeben. Zu der Aufgabe aus 5.1 finden Sie in der folgenden Abbildung den Tipp 1 sowie den Tipp 2, den die Kinder einsehen konnten, wenn sie nach längerer Zeit der Arbeit mit Tipp 1 nicht wussten, wie sie weiter vorgehen könnten.



Öffnen: Erfahrungsgemäß profitieren nicht selten auch prinzipiell weniger interessierte Kinder von einer Öffnung der Aufgaben, so wie sie in Kap. 5.1 beschrieben worden ist. Bisweilen kann es auch sinnvoll sein, nicht nur die Bearbeitungsweise den Kindern freizustellen, sondern sie auch die Inhalte frei wählen zu lassen. Dabei sollte natürlich ein fachlicher Rahmen existieren – im folgenden Beispiel die Aufgabenstellung, einen mathematikhaltigen Text zu verfassen, übrigens für ein „Dortmunder-Rekorde-Buch“, das fächerübergreifend in Mathematik und Sachunterricht von den Kindern in Expertenarbeiten zusammengestellt wurde (s.o.). Darin stellten die Experten dann Aufgaben für ihre Mitschüler – etwa zur Reinoldikirche, zur Einwohnerzahl einzelner Stadtbezirke, zu Anzahlen von Schulen und Schülern oder auch zu einem Fußballer des BVB, zu Lars Ricken …

Lars Ricken wurde am 10.Juli 1976 in Dortmund geboren.
Bevor er bei Borussia Dortmund spielte, war er von 1982 bis 1986 beim TuS Eving-Lindenhorst und von 1986 bis 1990 bei TSC Eintracht Dortmund. Seit 1990 spielt er bei Borussia Dortmund.
Neben der Fußballkarriere hat Lars Ricken sein Abitur gemacht und studiert an der Fernuniversität in Hagen Betriebswirtschaftslehre.
Außerdem spielt er in einer Heavy-Metal-Band Gitarre.
Zu seinen Erfolgen mit der Mannschaft gehören zum Beispiel die Meistertitel von 1995 und 1996 und der Champions-League-Sieg von 1997.

Datum: Name:

Lars Ricken

Seit Wie vielen Jahren ist Lars Ricken beim BVB ? .

Wie viele Jahre spielte Lars Ricken bei TUS Ewing- Lindenhorst ?.

Mit wie vielen Jahren hat Lars Ricken angefangen beim BVB ?.

Wie viele Jahre spielte Lars Ricken bei TSC Eintracht Dortmund ?.

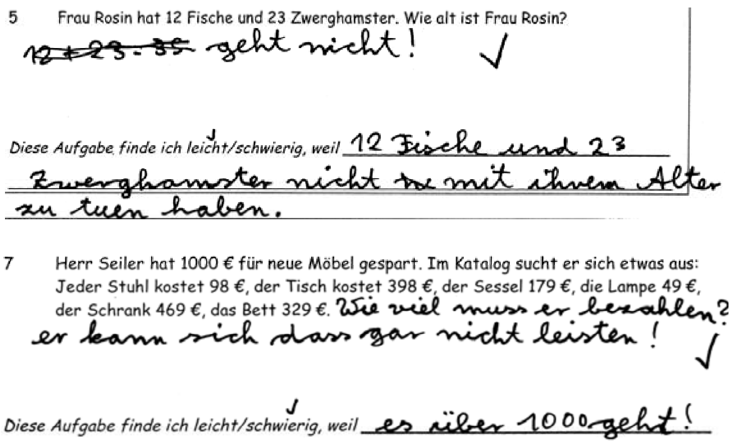
Wie viele Jahre ist Lars Ricken Heute ?.

Bedeutsam machen: Man kann Aufgaben für die Kinder bedeutsam(er) machen, indem man sie in echte Kontexte einbettet, bei dem das Handeln und die Anstrengung, der sich die Kinder unterziehen, einen für sie erkennbaren Sinn haben. Auf dem Schulhof – natürlich mit Genehmigung der Hausmeisterin – Fußball- oder Völkerballfelder abzukreiden, verlangt die Auseinandersetzung mit nicht-trivialen geometrischen Problemen, für die Kinder nach meiner Erfahrung nicht selten interessante Problemlösungen entwickeln („Wie bekommen wir den rechten Winkel hin?“).

Nicht immer sind solche Echt-Situationen herzustellen – mal abgesehen davon, dass sie nicht immer sinnvoll sind. Für den Bereich der Sachtexte etwa hat Erichson (2003) Informationen zusammengetragen, die das Potenzial haben, für Grundschülerinnen und Grundschüler interessant und lesenswert zu sein sowie sie gleichzeitig zum Rechnen anzuregen. Auch Aufgaben, die sich auf die Lebenswelt der Kinder beziehen, ohne dabei zu „kindertümelig“ zu werden, können dazu beitragen, dass Kinder ein Interesse an ihrer Bearbeitung entwickeln (eigene Klasse, Schule, Lehrerinnen, Kinder, Stadt, Fußballverein, …), zum Beispiel Rechengeschichten, in denen die Lehrerinnen und Lehrer der Schule vorkommen …

1 Herr Nowicki kauft sich eine Hose für 50 € und ein Hemd für 25 €.
Wie viel Euro muss er bezahlen? 75 €

Diese Aufgabe finde ich leicht/schwierig, weil 50 + 25 leicht zu rechnen ist.



5 Frau Rosin hat 12 Fische und 23 Zwerghamster. Wie alt ist Frau Rosin?

~~12+23=35~~ geht nicht! ✓

Diese Aufgabe finde ich leicht/schwierig, weil 12 Fische und 23 Zwerghamster nicht ~~zu~~ mit ihrem Alter zu tuen haben.

7 Herr Seiler hat 1000 € für neue Möbel gespart. Im Katalog sucht er sich etwas aus: Jeder Stuhl kostet 98 €, der Tisch kostet 398 €, der Sessel 179 €, die Lampe 49 €, der Schrank 469 €, das Bett 329 €. Wie viel muss er bezahlen?

er kann sich dass gar nicht leisten! ✓

Diese Aufgabe finde ich leicht/schwierig, weil es über 1000 geht!

Die Häkchen hinter den Aufgaben stammen im Übrigen von Expertenkindern – mehr dazu im folgenden Kapitel.

Abschließend: Mal einen „Neustart“ zu machen, kann auch zur Interessensentwicklung beitragen. In vielen Klassen gibt es bekanntlich eine Reihe von Kindern, die richtig aufblühen, wenn man den gängigen Pfad der Arithmetik verlässt und sich auf neues Terrain wie die Geometrie oder die Kombinatorik vorwagt („Wann machen wir endlich wieder Geobrett?“)

5.6 Atmosphäre der Akzeptanz schaffen – gemeinsam lernen: Von Mathekonferenzen und Expertenkindern

Wie im vorangehenden Abschnitt bereits deutlich wurde, ist es nicht unbedingt immer die gute Aufgabe allein, die sämtliche Kinder interessiert und bei ihnen Lernfortschritte anregt. Wichtig ist auch eine förderliche Unterrichtskultur, in der die Schüler sich ernst genommen fühlen und spüren können, dass ihre Sicht der Dinge zu ihrem Recht kommt – genauso wie sie auch die Sichtweisen der anderen akzeptieren in einem Unterricht, in dem von- und miteinander gelernt wird. Hierzu möchte ich mit den Mathekonferenzen und den Expertenkindern zwei Anregungen geben …

Mathekonferenzen: Mathekonferenzen dienen wie die Schreibkonferenzen im Sprachunterricht der Weiterentwicklung der Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit. Die Kinder erhalten in einer Gruppe von drei bis vier Kindern die Gelegenheit, die dokumentierten Vorgehensweisen anderer Schülerinnen und Schüler kennen zu lernen, und sie werden dazu angeregt, ihre eigenen Vorgehensweisen den Mitlernenden auf verständliche Weise vorzustellen.

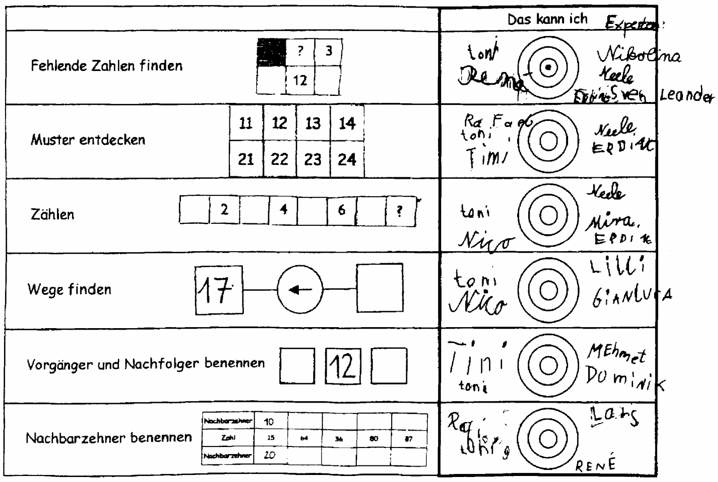
Die individuellen Ansätze werden verglichen bzw. voneinander abgegrenzt und können dadurch zur Weiterentwicklung des eigenen Vorgehens bzw. zur Ergänzung des eigenen Repertoires beitragen. Das „Autorenkind“ und die Mitschüler überprüfen dabei den Entwurf auf inhaltliche wie formale Aspekte, befassen sich also mit Fragen wie beispielsweise „Wie ist das Kind vorgegangen?“, „Warum ist es so vorgegangen?“, „Wie ist das „Autorenkind“ auf die Idee gekommen, *so* vorzugehen?“, „Ist die Erklärung verständlich?“ und natürlich auch: „Ist das Ergebnis richtig?“ bzw. bisweilen bei offeneren Aufgaben: „Könnte es stimmen?“

Mathekonferenzen sind beispielsweise denkbar im Kontext des …

- Erfindens von Rechengeschichten für andere Kinder,
- Beschreibens von Auffälligkeiten, Gemeinsamkeiten oder Besonderheiten,
- Erstellens eines gemeinsamen Produkts wie eines Plakats für eine Ausstellung über Aktivitäten der vorangegangenen Unterrichtseinheit (z.B. zum Thema „Zeichnen mit Hilfsmitteln“),
- Bearbeitens von Problemaufgaben, wie etwa der o.a. Forscheraufgabe zu Altersdifferenzen oder
- Entwickelns bzw. Bewertens von Rechenstrategien, wobei dieses immer auch auf subjektiven Vorlieben und Kompetenzen beruht.

In Sundermann & Selter (2006a) haben wir das Instrument der Mathekonferenzen am Beispiel der halbschriftlichen Addition illustriert. Interessierte Leserinnen finden dort unterrichtsnahe weiterführende Informationen.

Expertenkinder: In Kapitel 5.3 wurde beschrieben, dass Kinder eines zweiten Schuljahres individuelle Lernberichte ausfüllten, um eine Selbsteinschätzung des eigenen Lernstands und so ein Mehr an Transparenz zu gewinnen. Begleitend wurde an der Seitentafel ein großformatiger Lernbericht ausgehängt, in den sich die Kinder, die sich nach der Bearbeitung der entsprechenden Aufgaben in einer der Grundkompetenzen sicher fühlten, als Experten- bzw. Helferkinder eintrugen.



Dass Expertenkinder nominiert wurden, hing mit dem zugrunde liegenden Motto der Unterrichtsorganisation zusammen: „Wenn du nicht weiter weißt, frage zunächst dich selbst, dann ein Expertenkind und erst dann die Lehrerin.“ So wurde zum einen die Lehrerin entlastet und gewann Zeit für individuelle Beobachtung und Förderung. Zum anderen wurde der Unterricht weniger lehrerzentriert, und die Kinder übernahmen ein Stück der Verantwortung für das Gelingen des Lehr-/Lernprozesses.

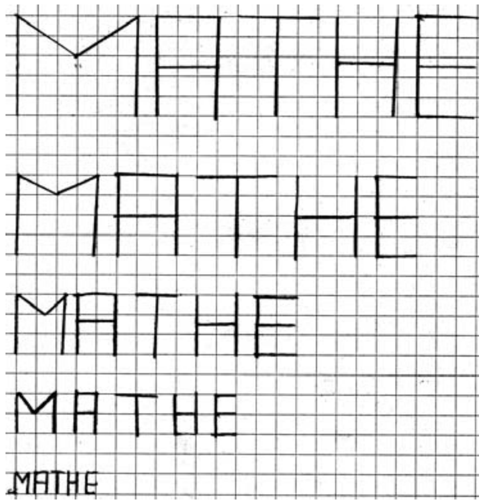
Es trugen sich auch schwächere Schüler als Experten für bestimmte Aufgaben ein. Nicht immer deckte sich deren Einschätzung mit dem nicht so positiven Urteil der Lehrerin, aber es gab andererseits auch Fälle, in denen diese erkannte, dass ein Kind in bestimmten Bereichen über unerwartete Kompetenzen verfügte. Darüber hinaus scheint es unerlässlich, dass die Lehrerin dieses zulässt, um das soziale Lernklima nicht zu gefährden.

6 Schlussbemerkung

Natürlich gibt es keinen Königsweg, um alle Kinder für Mathematik zu interessieren, zumal die Ausprägung bzw. die Nicht-Ausprägung von Interesse sicherlich nicht allein von der Schule abhängig ist. Wie unterschiedlich auch immer die Interessen der einzelnen Kinder einer Schulklasse ausgeprägt sind: Im Umgang damit tut man m.E. gut daran, die Interessensentwicklungen der einzelnen Kinder weniger defizitorientiert denn vielmehr verstärkt kompetenzorientiert wahrzunehmen und sich bei allen möglichen

Schwierigkeiten bei der Verwirklichung seiner Ansprüche auch über die kleinen, großen Erfolge zu freuen.

Zum Beispiel über Tim (vgl. Einleitung), der als Viertklässler seiner Lehrerin zwei Seiten mit selbst gezeichneten geometrischen Mustern überreichte, u.a. dem folgenden …



7 Literatur

Bartnitzky, H. u.a. (2005). Bildungsansprüche von Grundschulkindern – Standards zeitgemäßer Grundschularbeit. In H. Bartnitzky u.a. (Hg.), *Pädagogische Leistungskultur: Materialien für die Klasse 1 und 2. Heft 2*. Frankfurt: Grundschulverband.

Bauer, L. (1989). Interesse als mathematikdidaktische Kategorie. In *Journal für Mathematik-Didaktik* 2 (10), S.141–171.

Baumert, J., Lehmann, R. u.a. (1997). *TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. In *Zeitschrift für Pädagogik* (39), S.223–238.

Dewey, J. (1913). Interest and effort in education. In Boydston, J. A. (Hrsg.), *John Dewey, The Middle Works 1899-1924, volume 7*. Carbondale: SIU Press 1979, S.151–197.

Deutsches PISA-Konsortium (Hg.) (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.

Duncker, L. (1994). Die Entfaltung von Interesse als grundschulspezifische Aufgabe. In *Pädagogische Welt* 7, S.296-300.

Erichson, Christa (2003). *Von Giganten, Medaillen und einem regen Wurm. Geschichten, mit denen man rechnen muss*. Hamburg: Verlag für Pädagogische Medien.

Grolnick, W. S. & Ryan R. M. (1989). Parents' styles associated with children's self-regulation and competence in school. In *Journal of Personality and Social Psychology* (52), S.890–898.

Hartinger, A. & Fölling-Albers, M. (2002). *Schüler motivieren und interessieren. Ergebnisse aus der Forschung. Anregungen für die Praxis*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Hartinger, A. (2005). *Interessen (von Mädchen und Jungen) aufgreifen und weiterentwickeln*. Basispapier zum Naturwissenschaftsmodul G7 des Projekts „SINUS-Transfer Grundschule“. Download unter www.sinus-grundschule.de

Hellmich, F. (2005). *Interessen, Selbstkonzepte und Kompetenzen. Untersuchungen zum Lernen von Mathematik bei Grundschulkindern*. Oldenburg: Didaktisches Zentrum.

Hengartner, E. u.a. (2006). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht*. Klett und Balmer: Zug.

Helmke, A. (1993). Die Entwicklung der Lernfreude vom Kindergarten bis zur 5. Klassenstufe. In *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 2/3 (7), S.77–86.

Hoffmann, L. & Lehrke, M. (1986). Eine Untersuchung über Schülerinteressen an Physik. In *Zeitschrift für Pädagogik* (32), S.189–204.

Jahnke-Klein, S. (2001). *Sinnstiftender Mathematikunterricht für Mädchen und Jungen*. Baltmannsweiler: Schneider.

Kalfki, W. (1994). Schlüsselprobleme als inhaltlicher Kern internationaler Erziehung. In N. Seibert & H. J. Serve (Hg.), *Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend (S.135-161)*. München: PimS.

KMK (Kultusministerkonferenz, 2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München: Luchterhand.

Krapp, A. (1992). Konzepte und Forschungsansätze zur Analyse des Zusammenhangs von Interesse, Lernen und Leistung. In A. Krapp & M. Prenzel (Hg.), *Interesse, Lernen, Leistung (S.9-52)*. Münster: Aschendorff.

Krapp, A. (1998). Entwicklung und Förderung von Interessen im Unterricht. In *Psychologie in Erziehung und Unterricht* (44), S.185–201.

Krapp, A. (2005). Die Bedeutung von INTERESSE für den Grundschulunterricht. In *Grundschulunterricht 10*, S.4–8.

Ministerium für SJK Nordrhein-Westfalen (2003). *Richtlinien und Lehrpläne zur Erprobung für die Grundschule in Nordrhein Westfalen*. Frechen: Ritterbach.

Nührenbörger, Marcus (2001). Das Körperbuch. Material in: Andrea Peter-Koop (Mod.), Größen. *Die Grundschulzeitschrift*, H.141.

Prenzel, M. (1994). Mit Interesse ins 3. Jahrtausend! Pädagogische Überlegungen. In N. Seibert, & H. J. Serve (Hg.), *Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend (S.1314-1339)*. München.

Prenzel, M. (1995). Zum Lernen bewegen. Unterstützung von Lernmotivation durch Lehre. In *Blick in die Wissenschaft* 4 (7), S.58–66.

Prenzel, M. (1997). Sechs Möglichkeiten, Lernende zu demotivieren. In H. Gruber & A. Renkl (Hg.), *Wege zum Können. Determinanten des Kompetenzerwerbs (S.32-44)*. Bern: Huber.

Prenzel, M. & Lankes, E. M. (1989). Wie Lehrer Interesse wecken und fördern können. In Bäuerle, S. (Hg.), *Der gute Lehrer (S.66-81)*. Stuttgart: Metzler.

Prenzel, M. & Lankes, E. M. (1995). Anregungen aus der pädagogischen Interessenforschung. In: *Grundschule* 6, S.12–13.

Schiefele, U. (1991). Interest, learning, and motivation. In *Educational Psychologist* (26), S.299–323.

Selter, Ch. (2006). Mathematik lernen in heterogenen Lerngruppen. In P. Hanke (Hg.), *Grundschule in Entwicklung. Herausforderungen und Perspektiven für die Grundschule heute*. Münster: Waxmann.

Senatsverwaltung für BJS Berlin, Ministerium für BJS Brandenburg, Senator für BW Bremen & Ministerium für BWK Mecklenburg-Vorpommern (2004), *Rahmenlehrplan Grundschule. Mathematik*. Berlin: Wissenschaft und Technik Verlag.

Spiegel, H. & Selter, Ch. (2003). *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.

Stanat, P. & Kunter, M. (2001). Geschlechterunterschiede in Basiskompetenzen. In Deutsches PISA-Konsortium (Hg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich (S.249-269)*. Opladen: Leske + Budrich.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2005). Mit Eigenproduktionen individualisieren. In Reinhold Christiani (Hg.), *Jahrgangsübergreifend unterrichten (S.125-136)*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2005a). *Mathematikleistungen fördern, feststellen und beurteilen*. Basispapier zum Mathematikmodul G9 des Projekts „SINUS-Transfer Grundschule". Download unter www.sinus-grundschule.de

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2006). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2006a). Mathematik. In H. Bartnitzky (Hg.), *Pädagogische Leistungskultur: Materialien für Klasse 3 und 4. Heft 4* (48 Seiten). Frankfurt: Grundschulverband.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2006b). „Das zählt in Mathe" – Transparente Anforderungen, aussagekräftige Rückmeldungen. In *Grundschule aktuell* H. 95, S.9-12.

Todt, E. (1985). Die Bedeutung der Schule für die Entwicklung von Interessen von Kindern und Jugendlichen. In *Unterrichtswissenschaft* (13), S.362–376.

Treffers, A. (1983). Fortschreitende Schematisierung. Ein natürlicher Weg zur schriftlichen Multiplikation und Division im 3. und 4. Schuljahr. In *Mathematik Lehren* H. 1, S.16-20.

Walther, G. u.a. (2003). Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe. In Bos, W. u.a. (Hg.), *Erste Ergebnisse aus IGLU (S.189-226)*. Münster: Waxmann.

Weinert, F. E. & Helmke, A. (1997). *Entwicklung im Grundschulalter*. Weinheim: Psychologische Verlagsunion.

Wittmann, E. Ch. (1994). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E. Ch. Wittmann, & G. N. Müller, *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 (S.157-171)*. Leipzig.

Wittmann, E. Ch. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach auch für den Mathematikunterricht in der Grundschule? In M. Baum, & H. Wielpütz (Hrsg.), *Mathematik in der Grundschule (S.18-46)*. Seelze: Kallmeyer.

8 Anlagenübersicht

Anlage 1: Die Schulfestaufgabe

Anlage 2: Ein Altersrätsel für Expertenkinder

Anlage 3: Treffers, A. (1983). Fortschreitende Schematisierung. In Mathematik Lehren H.1, S.16-20.

Anlage 4: Offenheit mit Konzept. In Selter, Ch. (2006). Mathematiklernen in heterogenen Lerngruppen. In P. Hanke (Hg.), Grundschule in Entwicklung (S.128-144). Münster: Waxmann.

Anlage 1: Beim Schulfest wurden 956 Euro eingenommen. Das Geld wird auf vier Klassen verteilt. (in Anlehnung an: Zahlenbuch 4, S. 14).

1 Tim

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

900 : 4 = 225
+
56 : 4 = 14

225 + 14 = 239€

239€ werden verteilt

2 Nicole

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 239
800 : 4 = 200
~~100 : 4~~
~~60~~ 60 : 4 = ~~1~~15
40 : 4 = 10
~~50 : 4~~
52 : 4 = 13
4 : 4 = 1

Ich habe einfach die Aufgabe aufgeteilt

3 Lisa

900 : 4 = ~~20~~R 100
50 : 4 = 10 R 10
6 : 4 = ~~1~~ R 2
112 : 4 = 28 = 228 / 238 / +1 = 239
~~100 : 4 = 20R~~

239

4 Nico

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 = 40

56 : 4 = 14
800 : 4 = 200
100 : 4 = 25

14 + 200 + 25 = 239

5 Gina

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 = 239

1	2	3	4
~~200€~~	~~200€~~	~~200€~~	200€
~~25€~~	25€	25€	25€

800 : 4 = 200
100 : 4 = 25
40 : 4 = 10
16 : 4 = 4
239

6 Mehmet

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 239
6 : 4 = 1 R2
50 : 4 = 12 R2
800 : 4 = 200
100 : 4 = 25

238 R4 = 239
239€ kriegt jede Klasse

7 Mira

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

~~956 : 2 = 473 : 2 =~~
956 : 2 = 478 : 2 = 239

Ich habe 956 : 2 = 478 ~~hab~~ und dann habe ich 478 : 2 = 239 und das ist das Ergebnis 239

8 Murat

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 =

1000 : 4 = 250
250 - 44 : 4 = 11
250 - 11 = 239

9 Kira

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 14 · 4 = 56   225 · 4 = 900   Das Ergebnis ist = 239.

ich habe 14 + 225 = 239

10 Guiseppe

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können.

956 : 4 = 239
448
224 = 239

1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 100 100 100 100 100 100 100 100 100 100 10 10 10 10 10 5 1 ~~950 : 4 = 74~~ 800 : 4 = 200 240 − 1 = 239 160 : 4 = 40 **11 Nick**	1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 900 : 4 = 225 € 225 + 12 = 239 € 56 : 4 = 12 € Ich habe mir 956 zerlegt in 900 und 56. **12 Milena**
1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 = 239 100 100 100 100 100 100 100 100 100 4 100 K 1 4 100 K 2 4 100 K 3 4 100 K 4 25 100 25 100 25 100 25 100 **13 Phil**	1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 2 239 478 Hälfte 478 Zahl 956 Hälfte : 478 1 Zahl : 956 Hälfte : 239 2 Zahl : 478 **14 Chris**
1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 800 : 4 = ~~40~~ 200 80 : 4 = 20 956 : 4 = 239 36 : 4 = 9 40 : 4 = 10 **15 Jenny**	1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 900 : 4 = 225 56 : 4 = 14 225 + 14 = 239 **16 Lukas**
1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 = 236 956 : 4 = 239 8 15 36  **17 Alex**	1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 956 : 4 = 239 456 446 214 211 210 200 1 211 210 200 2 211 210 200 3 211 210 200 4 239 **18 Cenk**
1 Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Lösungsweg so auf, dass die anderen Kinder ihn verstehen können. 40 : 4 = 10 16 : 4 = 4 10 + 4 14 = 200 · 4 = 800 = 800 + 56 = 856 20 · 4 = 80 + 5 · 4 = 20 = 100 = 856 + 100 = 956 = 239 **19 Dezan**	900 : 4 = 20 R100 50 : 4 = 10 R10 6 : 4 = 1 R 2 112 : 4 = 28 **20 Nikolai**

Ein Altersrätsel für Expertenkinder

Ein Vater und sein Sohn erreichen im gleichen Jahr ein Alter mit *Zahlendreher:*
Der Vater wird 95, der Sohn wird 59. 36

Forscherauftrag:
Gibt es das nur einmal?
Oder gab es das vorher schon einmal?
Oder gab es das vorher sogar schon mehrmals?

Wenn ja: Entdeckst du eine Regelmäßigkeit?

Forscherfeld:

99 98 97 96 95 94 93 92 91 90 69 88 87 86 85

84 83 82 81 80 79 78 77 76 75 74 73 72 71 70 69

68 67 66 65 64 63 62 61 60 59 58 57 56

55 54 53 52 51 40

59 58 57 56 55 54 53 52 51 50 49 48 47

46 45 44 43 42 41 40 39 38 37 36 35

34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21 20

19 18 17 16 15 4

Meine Lösung: Es gibt noch 5 weitere Zahlendreher

So bin ich vorgegangen:
Ich bin von 99 runtergegangen und mir viel auf das beim jeden 11 ein neuer Zahlendreher kommt.

**Fortsetzung: Ein Altersrätsel für Expertenkinder

Forscherauftrag:

Geht das nur mit den Zahlenpaaren
40 - 04, 51 - 15, 62 - 26, 73 - 37, 84 - 48, 95 - 59,
also solchen Zahlenpaaren, bei denen die Differenz 36 beträgt?
Oder entdeckst du noch andere Zahlenpaare?

Ein Vater und sein Sohn erreichen im gleichen Jahr ein Alter mit *Zahlendreher:* Der Vater wird _ _, der Sohn wird _ _.

Probiere aus! Entdeckst du auch hier eine Regelmäßigkeit?

Forscherfeld *(du kannst auch noch die Rückseite benutzen, wenn der Platz nicht reicht):*

74 41 75 57
27 36
12 21
9 16 61 45
31 13
18 17 71 54 ....

Meine Lösung: der Unterschid ist die 9ner reihe

So bin ich vorgegangen:

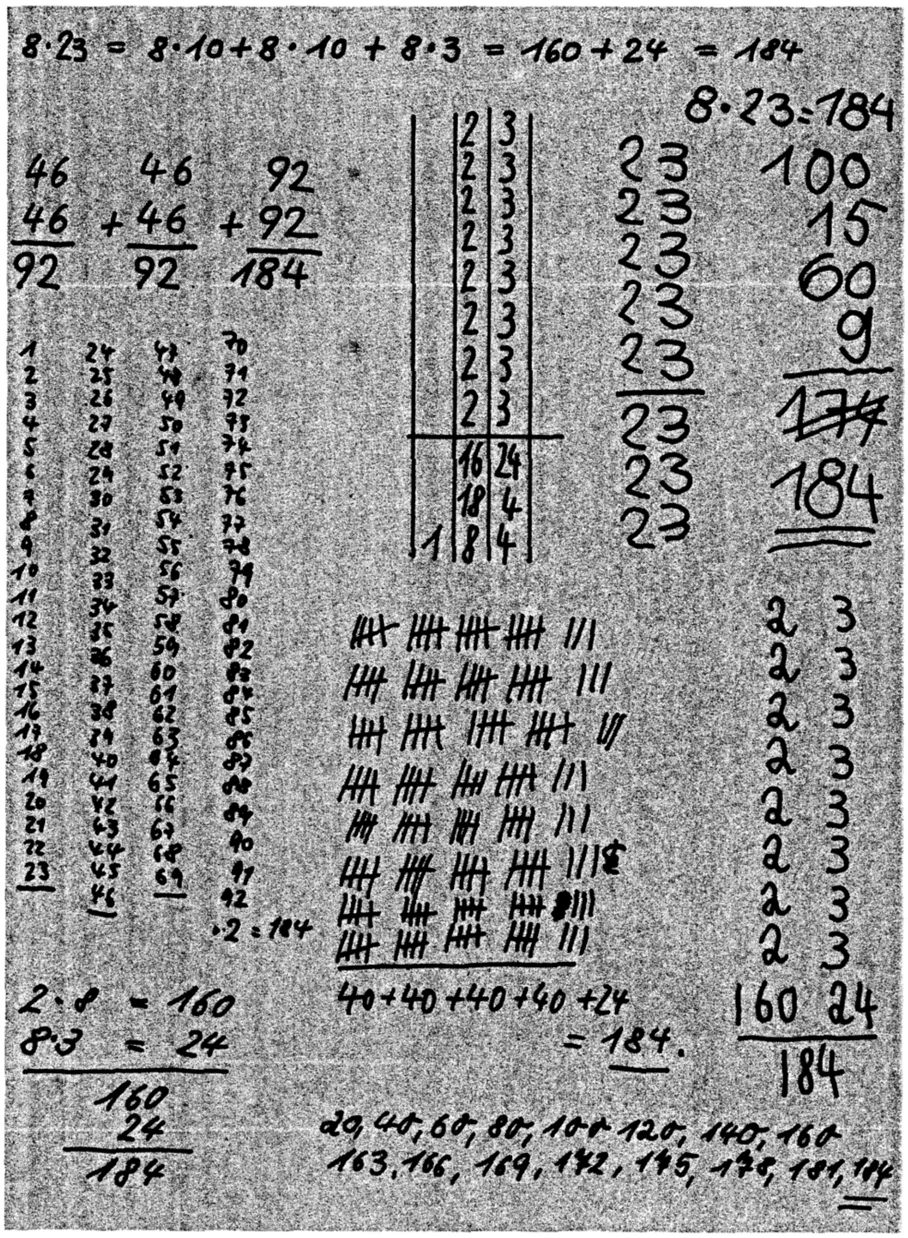
✎ Ich hab ein beisbiel genommen und dann nocheins das war 27 . 9 (die neuner-reihe dann hab ich das beisbiel 13 - 31 es war 18 und dann 15 - 51....

Fortschreitende Schematisierung

ein natürlicher Weg zur schriftlichen Multiplikation und Division im 3. und 4. Schuljahr von A. Treffers

Vor Kontextaufgaben gestellt, „vergessen" Schüler oft das 1×1 zu benutzen. Sie wenden eigene Methoden an. Ausgehend von Beobachtungen des Problemlöseverhaltens von Schülern werden Beispiele zur fortschreitenden Schematisierung vorgestellt, die einen natürlichen Weg aufzeigen durch bedeutungsvolle Rechenhandlungen zu den Algorithmen der schriftlichen Rechenverfahren zu gelangen. Bei einheitlichem Angebot ermöglicht der skizzierte Lehrgang eine Differenzierung nach der Lösungsstrategie.

Abb. 1: 8×23: Lösungen einer Schülergruppe



Eine Frage an Sie

„Der Weihnachtsmann läßt acht Boten im Dorf Geschenke verteilen. Jeder hat einen Sack mit 23 Päckchen. Wieviele Geschenke sind das zusammen?"

Diese Aufgabe wurde am Anfang des dritten Schuljahres gestellt. Einige Lösungen einer Schülergruppe zeigt Abb. 1.

Bitte analysieren Sie vor dem Weiterlesen die Aufgabe mit den verschiedenen Lösungen von Schülern.

Schülerlösungen auf verschiedenen Schematisierungsstufen

Im Titel ist von schriftlicher Multiplikation und Division die Rede. In der Aufgabe kommt kein Rechenzeichen vor und nur eine in Ziffern ausgeschriebene Zahl. Es hätte noch „primitiver" sein können: Das Bild eines Weihnachtsmannes mit acht Gehilfen. Jeder trägt einen Sack, von denen jeder nach Angabe 23 Päckchen enthalten soll.

Die Kinder wären so etwas schon gewöhnt. Etwa aus einem zweiten Schuljahr:

a) Eine Abbildung von 7 Körben, in denen je 6 Eier sichtbar sind. „Wieviele Eier?"

b) Eine Abbildung von 7 Körben mit der Beischrift „In jedem Korb sind 6 Eier. Wieviele Eier?"

c) Ein Text: „Ich habe 7 Körbe; in jedem 6 Eier. Wieviele Eier?"

Vier Schüler wurden zu Fassung b) beobachtet.

① Schüler ① zählte – sehr schnell: 1, 2, 3, 4, 5, 6 mit den Fingern beim ersten Korb, 7, 8, 9, 10, 11, 12 mit den Fingern beim zweiten usw., bis 37, 38, 39, 40, 41, 42 mit dem Finger beim siebten.

② Schüler ② zählte, während sein Finger von dem einen Korb zum nächsten glitt: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42.

③ Schüler ③ tat es wie ②, aber ohne seinen Finger zu verwenden.

④ Schüler ④ sagte: 7·6 = 42.

(Man könnte sich zwischen ① und ② noch eine Variante denken; einen Schüler, der wie ① verfährt, aber ohne den Finger zu verwenden.)

Wie hätten diese Schüler in der Situation a) oder c) reagiert? Wäre ④ in Situation a) zum Addieren übergegangen? Hätte ① die Situation c) als Multiplikation interpretiert oder gar nichts geleistet? Sind ② und ③ doch irgendwie unbewußt vom Einmaleins der Sechs beeinflußt? Statt 1·6 = 6, 2·6 = 12, 3·6 = 18, . . . sagt man eben einfacher 6, 12, 18, . . . auf, während man den Finger oder den Blick auf die Körbe richtet oder sonstwie die Schritte im Multiplikator kontrolliert. Viele Fragen!

① bis ④ ist eine Stufenleiter der Schematisierung ein und derselben Aufgabe. Hätte ich dem noch als ⑤ ein „nacktes“ 7·6 = ? hinzufügen sollen? Nein! ⑤ liegt auf einem anderen Geleis. ⑤ kann schwerer oder leichter als ① bis ④ sein. Das hängt ganz ab von der Stelle im Lernprozeß des betreffenden Schülers, von der Vorgeschichte in dem Lehrsystem, dem er unterworfen war.

Dagegen sind von ① nach ④ fortschreitende Schematisierungen des Lösungsweges sichtbar.

Nun ja, es sind verschiedene Schüler. Aber irgendwann hat ④ es so gemacht wie ① und eines schönen Tages wird ① es so machen wie ④ jetzt. Vielleicht erreicht er es selbständig, vielleicht, indem er es dem anderen absieht, vielleicht, weil der Lehrer einmal verschiedene Schüler im Klassengespräch gefragt hat, wie sie diese oder jene Aufgabe gelöst haben. Alle durchlaufen sie diese Progression der Schematisierung, der eine schneller, der andere langsamer, der eine sprungweise, der andere Schritt für Schritt.

Aber zurück zu der Aufgabe, die Ihnen gestellt wurde! Erstens fiel Ihnen wohl auf, daß die Frage nicht einfach „8·23 =“ lautete. Man sitzt auf dem Geleis von ① nach ④, etwa in der Nähe von ③. Oder doch noch näher zu ②? Den Weihnachtsmann mit seinen Gehilfen kann man sich doch lebhaft vorstellen – die 23 Päckchen allerdings kaum. In dem Lehrgang, von dem hier die Rede ist, fährt man meistens auf diesem Geleis und springt hin und wieder hinüber auf das von ⑤, denn das Rechnen mit kleinen Zahlen sollen sie ja auch lernen. Aber sie tun es integriert. In einen Kontext integriert, wenn sie es lernen und mit Anwendungen integriert.

Zweitens wird Ihnen die Mannigfaltigkeit der Lösungen und Lösungsversuche aufgefallen sein. Sie ist in Wirklichkeit noch größer als in Abb. 1 wiedergegeben:

– mit wiederholter Addition, ohne Verwendung des Einmaleins:
23+23 = 46; 46+23 = 69; 69+23 = . . .

– mit wiederholter Addition nebst Einmaleinssprüngen:
20+20+20+ . . ., 3+3+3+ . . ., 160+24 = 184

– über Zwischenaufgaben, mit oder ohne Einmaleins:
8·23 über 5·23 und 3·23, oder 8·10, 8·20 und 8·3

– nach der Verdoppelungsmethode:
23+23 = 46, 46+46 = 92, 92+92 = 184. Oder aber 23+23+23+23 = 92, 92+92 = 184. Oder: 20+20 = 40, 40+40 = 80, 80+80 = 160, 160+24 = 184

– aufgrund allerlei anderer Zähl- und Rechenstrategien, zum Beispiel des achtmaligen Abtragens von 23 auf einer langen Zahlengeraden, oder als 8·25−8·2, teils ohne das Einmaleins, teils mit ihm.

Drittens werden Sie den geringen Einfluß des erlernten Einmaleins bemerkt haben.

Offenbar ist das Angreifen von Kontextproblemen noch ungenügend mit dem eingeprägten Einmaleins verbunden – wenigstens in dieser Gruppe. Das ist an und für sich nicht schlimm, denn allmählich kommen sie doch dahinter, daß es bequem ist, oft zu wiederholende Additionen durch das Einmaleins zu vereinfachen. Insbesondere drängt sich das dort auf, wo mit Zehnern gerechnet werden muß, etwa bei Aufgaben wie 8·20 und in Griffen von 10 Summanden zugleich wie bei 12·23, 21·23 usw. Im Anfang schätzen wir aber auch informelle Methoden positiv ein, wie das Aufteilen und Verdoppeln. Beim Rechnen mit Kunstgriffen und beim Kopfrechnen behalten sie ja doch ihre Bedeutung. Aber, wie gesagt, in der Unterrichtspraxis zeigt sich, wenn nach einiger Zeit große Zahlen erscheinen, daß fast alle Schüler sich des Einmaleins bedienen.

Fortschreitend Schematisieren

Das Prinzip, das hier anläßlich der schriftlichen Multiplikation beispielhaft auseinandergesetzt wurde, nennen wir: fortschreitend Schematisieren.

Es ist integrierter Unterricht nach dem Prinzip des fortschreitenden Schematisierens, wie er von Wiskobas (1) entwickelt wurde. In mannigfacher Weise unterscheidet er sich vom traditionellen Unterricht im schriftlichen Rechnen.

Für den traditionellen Rechenunterricht scheint es charakteristisch zu sein, daß schriftliches Rechnen isoliert unterrichtet wird, in einem Lehrgang, der im großen und ganzen nach dem Prinzip der fortschreitenden Komplikation der Aufgaben vorgeht. Erst lernt man einziffrige Zahlen zu multiplizieren, dann etwa ein- mit zweiziffrigen, dann eine einziffrige Zahl mit einer dreiziffrigen, einziffrige mit vierziffrigen, zwei- mit zweiziffrigen, zwei- mit dreiziffrigen, zwei- mit vierziffrigen usw. Außer von der Länge der Zahlen wird die Komplexität auch von der erforderlichen Zahl von Überträgen bestimmt und von der Stelle, auf der eine etwaige Null steht. Das Kompliziertere kommt an die Reihe, wenn das Einfache recht beherrscht wird. Wohlgemerkt, das sind dann fast ausschließlich nackte Rechenaufgaben, oder mit anderen Worten: das übliche schriftliche Rechnen ist klar getrennt von Kontextaufgaben.

Adry Treffers
Molmweg 47
Baarm/Niederlande
ist Mitarbeiter der Fachgruppe OW&OC an der Universität Utrecht.

Derart eingerichtete Lehrgänge enthalten zur Multiplikation und Division 600 bis 1000 nackte Übungsaufgaben, die etwa 60 bis 100 Stunden Beschlag legen.

Resultat dieses ausgiebigen Trainings: Etwa zwei von drei Schülern beherrschen nach sechs Schuljahren die Algorithmen. Allerdings – und das stellt den Gewinn in Frage – werden beim Lösen von Kontextaufgaben erworbene Prozeduren häufig nicht verwendet, wie zahlreiche Untersuchungen zeigen. Bei Multiplikationsaufgaben treiben die Schüler ziemlich häufig eine Art wiederholten Addierens; bei Kontextproblemen, die eine Division erfordern, bleibt es bei wiederholtem Addieren und Subtrahieren. Wie es anders geht, wurde oben gezeigt.

Der Lehrgang des Multiplizierens

An Stelle eines ausführlichen Unterrichtsentwurfs, der den Rahmen sprengen würde, kann hier der Lernweg nur in groben Zügen aufgezeigt werden.

Im Anfangsstadium des Lehrgangs knüpft man an die verschiedenartigen additiven und multiplikativen Methoden an, deren sich die Schüler bei Kontextaufgaben bedienen.

Die Verwendung des Einmaleins statt der Addition wird dann ausdrücklich angeregt. Ausdrücklich wird auch auf den Nutzen der Strategie der Zehnergriffe im Multiplikator hingewiesen, die manche Schüler ja selber bei Aufgaben wie 12×23 und 21×23 entdecken.

Eine Aufgabe wie:
„In einem Adreßbuch von 62 Seiten stehen auf jeder Seite 45 Namen; wieviele Namen stehen im Buch?"
kann dann folgendermaßen gelöst werden:

10·45 = 450	45 10	450	450
10·45 = 450	10	450	450
10·45 = 450	10	450	450
10·45 = 450	10	450	450
10·45 = 450	10	450	450
10·45 = 450	10	450	450
2700		2700	90
1·45 = 45			2790
1·45 = 45	2·	90	
90		2790	
60·45 = 2700			
2·45 = 90			
62·45 = 2790			

Nach etwa zehn Stunden wird diese Aufgabe von den meisten folgendermaßen behandelt:

45+45+45+ ... wird in Gedanken senkrecht notiert, was mit einer weit ausholenden Handbewegung symbolisiert wird; aus der 62 Zeilen langen Spalte werden sechs Griffe von 10 Summanden hergenommen und aufgeschrieben, darunter noch einmal zwei einzelne, wonach schließlich die Teilergebnisse addiert werden.

Das Aufschreiben geschieht systematisch, die Teilergebnisse werden systematisch ausgerechnet und dann zusammengefaßt.

Die nächsten Phasen, die hier in Sicht kommen, sind weiter verkürzte Rechenweisen, etwa in dieser Abfolge:

60·40 = 2400	60·45 = 2700	62·45
60· 5 = 300	2·45 = 90	2700
2·45 = 90	2790	90
2790		2790

In natürlicher Weise schlagen wir den Weg zum Standardalgorithmus ein: die Kinder übernehmen die bequemeren Rechenmethoden, erstens, weil sie sich den informellen additiven Strategien anschließen, zweitens weil sie die nötige Überzeugungskraft besitzen.

Im Verlauf des Unterrichts zeigte es sich, daß die Schüler nach etwa 15 Unterrichtsstunden

– Multiplikationen mit ziemlich großen Zahlen ausführen konnten

– auf verschiedenen Stufen der Schematisierung arbeiten konnten

– entsprechende Schreibweisen verwendeten.

Damit wird nach etwa 25 Unterrichtsstunden die Standardform erreicht.

Schriftliches Dividieren gemäß fortschreitender Schematisierung

Bei der schriftlichen Division als Pendant zeigt sich Entsprechendes, dann beim wiederholten Abziehen, das sich auch als wiederholtes Zuzählen auffassen läßt: schrittweises Verteilen läßt Reste – einen langen Schwanz, der dann beim Wegnehmen immer größerer Griffe von Zehnern, Hundertern usw. immer kürzer wird.

Auch hier wird der Weg nur in groben Zügen aufgezeigt.

Wir betrachten die fortschreitende Schematisierung des Divisionsalgorithmus in großen Zügen an der Beispielaufgabe: Verteile 324 Briefmarken ehrlich unter vier Kinder; vieviel bekommt jedes einzelne?

Phase 1: Die Verteilung wird konkret ausgeführt, erst stückweise, aber dann schnell mit größeren gleichen Portionen.

Phase 2: Die Verteilung geschieht im Kopf und wird so notiert, daß man ablesen kann, wieviel verteilt und wieviel noch zu verteilen ist. Das kann verkürzt geschehen.

	Rita	Gerd	Rosi	Hans
324				
40	10	10	10	10
284				
40	10	10	10	10
244				
40	10	....	....	....

Phase 3: Die Griffe werden umfangreicher und die Schreibweise wird weiter schematisiert und verkürzt.

	Rita	Gerd	Rosi	Hans
324				
200	50	50	50	50
124				
120	30	30	30	30
4				
4	1	....	....	....
0	81			

Phase 4: Der größtmögliche Griff von Zehnern und Einern wird je Runde verteilt, oder er wird wenigstens angestrebt. Die Schreibweise ähnelt schon mehr der Standardmethode.

324	: 4	80
320		
4		1
4		
0		81

Nach 10–15 Stunden arbeiten die Schüler

6394 : 12	
2400	200
3994	200
2400	100
1594	30
1200	
394	2
360	
34	
24	
10	532 R 10

6394 : 12	500
6000	30
394	
360	
34	
24	2
0	532

auf Stufen, wie in obiger Abb. angegeben, an der Division 6394:12.

Will man nun mit der ganzen Gruppe zu (c) als Endstufe, so wird es noch etwa zehn Stunden erfordern, bis eine wirklich große Anzahl so weit ist.

Für den letzten Schritt zur heute üblichen Standardmethode kommen nochmals zehn Stunden hinzu. Es ist nämlich aus der Literatur und der Praxis bekannt, daß gerade diese Transformationen neue Probleme erzeugen. Begnügt man sich aber mit den angegebenen differenzierten Arbeitsweisen, so ist der Divisionslehrgang nach 20 Stunden beendet.

Schriftliches Rechnen mit Kunstgriffrechnen integriert

Nach der fortschreitenden Schematisierung, die an den Beispielen 23·8 und 324:4 erörtert wurde, erregt die spezifische Rolle der Kontextaufgaben die Aufmerksamkeit – eine Rolle, die durchaus anders liegt als im traditionellen Unterricht des schriftlichen Rechnens, wo nackte Rechenaufgaben im Mittelpunkt stehen. Wo dort von Kontextaufgaben die Rede ist, handelt es sich um „Anwendungen" von Rechenprozeduren, die mittels nackter Rechenaufgaben erlernt worden sind. Mit anderen Worten: Kontextaufgaben sind im üblichen Rechenunterricht oft nicht Einstieg zum Erlernen des schriftlichen Rechnens. Das ist das gerade Gegenteil zum integrierten schriftlichen Rechnen, wo sie bei allen wichtigen Marksteinen dem Antrieb zu Schematisierung

Familie Eichhörnchen sammelt Eicheln und Nüsse

Das ist die
Familie Eichhörnchen.
Sie sammelt Eicheln
für den Winter.

Jedes Eichhörnchen
bringt 12 Eicheln.

Opa Eichhörnchen ist
im letzten Jahr vom
Baum gefallen und
kann nicht mitsammeln.

Dafür soll er aus-
rechnen, wieviele
Eicheln es sind.
Er freut sich,
wenn du ihm hilfst.

Sie sammeln
auch Nüsse.

Oma, Mutter und
Vater Eichhörnchen
bringen jeder 23 Nüsse.

Von den vier Kindern
bringt jedes 18 Nüsse.

Opa Eichhörnchen
soll ausrechnen,
wieviele Nüsse da sind.

Sie haben viele Tage
Eicheln und Nüsse
gesammelt. Jetzt kann
der Winter kommen,
dann werden die Nüsse
verteilt.

Nachdem die Familie Eichhörnchen sehr fleißig
Eicheln und Nüsse gesammelt hatte, waren 1008 Eicheln
und 1656 Nüsse in ihrem Vorratsspeicher. Wie viele
Eicheln und Nüsse kann jedes Eichhörnchen der Familie
im Winter essen?

und Verkürzung dienen. Dahinter steckt die Idee, daß das Erlernen des schriftlichen Rechnens durch Kontextaufgaben erleichtert wird: die Schüler können und werden sich beim Ausführen der Rechenhandlungen etwas Konkretes vorstellen. Andererseits vergrößert sich die Anwendbarkeit durch die organische Verbindung zwischen den formell rechnerischen Prozeduren und den informellen Lösungsmethoden der Kinder bei Kontextaufgaben, die von Anfang an herrscht.

Das „integriert" steht aber nicht nur für die Beziehung zwischen schriftlichem Rechnen und Anwenden, sondern ebensowohl für die zum flexiblen Rechnen, dem Kunstgriffrechnen und Schätzen. Systematische Aufmerksamkeit soll sicher dem vorgreifenden Schätzen des Ergebnisses gewidmet werden. Kunstgriffe, die auf allerlei Eigenschaften und Regeln beruhen, sollen nicht vernachlässigt werden. Es ist nicht einmal so schwierig, da tatsächlich viel an Kunstgriffen verfügbar ist – Schätzen, Rechnen mit Nullen, Distributivität . . .

① Maren, Kerstin und Torsten bekommen jeden Sonntag ihr Taschengeld für die nächste Woche. Maren ist die Jüngste, sie bekommt 6 DM, Kerstin bekommt 7 DM, Torsten, als der Älteste, bekommt 12 DM. Wieviel bekommen die Kinder zusammen in einem Jahr? (Das Jahr hat 52 Sonntage.)
② Maren, Kerstin und Torsten haben für den Urlaub Taschengeld gespart. Maren hat 35 DM, Kerstin 48 DM und Torsten 62 DM. Sie fahren mit ihren Eltern nach Österreich. Bei der Bank bekommen sie für 1 DM 7 Österreichische Schillinge. Wieviel Schillinge bekommen die Kinder, wenn sie ihre Gespartes umtauschen?
③ Im Landschulheim werden an die Kinder 108 Äpfel verteilt. Es sind 36 Kinder. Wieviele Äpfel bekommt jedes Kind?
④ Simone soll für Vater, Mutter, Oma, Opa, für ihren Bruder und sich selber die Weihnachtsteller mit Äpfeln, Apfelsinen, Nüssen und Lebkuchenherzen belegen. Sie hat 12 Äpfel, 18 Apfelsinen, 216 Nüsse und 4 Beutel mit jeweils 24 Lebkuchenherzen. Wieviele Äpfel, Apfelsinen, Nüsse und Lebkuchenherzen bekommt jeder auf seinen Teller gelegt?
⑤ Zur Weihnachtsfeier kauft die Lehrerin 3 Kartons mit jeweils 24 Negerküssen. In der Klasse sind 18 Kinder. Wieviele Negerküsse bekommt jedes Kind?

Mit der Anreicherung des schriftlichen Rechnens durch Schätzen und flexibles Rechnen wird auch beabsichtigt, einer ganz auf Algorithmen gerichteten Zielsetzung entgegenzuwirken. Gerade im 3. bis 4. Schuljahr, wo der Unterricht so stark durch das regelgesteuerte Handeln des schriftlichen Rechnens bestimmt wird – wenigstens im üblichen Aufbau – liegt die Herausbildung eines un- oder antimathematischen Verhaltens nahe. Doch gibt es noch einen anderen Grund zur Integration des Schätzens und flexiblen Rechnens in das schriftliche Rechnen: so läßt sich häufig der auf die Dauer hemmenden Neigung zur additiven Lösung von Kontextaufgaben entgegenwirken. Das Schätzen selber spielt übrigens auch eine Rolle beim Verkürzen der partiellen Prozeduren.

Kurzum, allerlei gewichtige Argumente sprechen dafür, Schätzen, Kunstgriffe, flexibles Rechnen und das Lösen von Kontextaufgaben in den Aufbau des schriftlichen Rechnens einzubeziehen.

Zusammenfassung

Integrierter Unterricht im schriftlichen Rechnen, dessen Lehrgang nach dem Prinzip fortschreitender Schematisiserung von Rechenhandlungen eingerichtet ist, bildet sozusagen das Spiegelbild des traditionellen isolierten Unterrichts gemäß fortschreitender Komplizierung. Die Einzelschritte unterscheiden sich dann nicht nach äußerlicher Komplexität etwa hinsichtlich der Zahlengröße, sondern nach der Stufe der Schematisierung und dem Maße der Verkürzung, die in den Rechenhandlungen erreicht ist. Das schließt in sich, daß die Schüler schon von Anfang an mit recht großen Zahlen rechnen, dann allerdings auf der entsprechenden Stufe von Schematisierung und Verkürzung. Im Laufe der Zeit werden dieselben Aufgaben immer kürzer notiert und schneller berechnet. Die Dauer des Lehrgangs kann von Schüler zu Schüler variieren. Das erstrebte Endziel braucht nicht für alle Schüler übereinzustimmen. Einer heterogen zusammengesetzten Gruppe kann man dieselben Aufgaben stellen, die nach differenzierten Prozeduren gelöst werden.

1. Der Lehrgang fängt zwanglos mit einer Art geschickter Benutzung des Einmaleins (auch der Zehn) an; im weiteren Verlauf spielt das Schätzen eine wichtige Dauerrolle.

2. Kontextaufgaben sind die Quelle des Algorithmisierungsprozesses. Sie verleihen ja den Rechenhandlungen Bedeutung und dienen dem Ausführen der Prozeduren als Stütze.

3. Man knüpft an den informellen Methoden der Kinder zum Lösen von Kontextaufgaben an. Bei der Betrachtung der Methoden im Gruppengespräch wird zur Anwendung der geeignetesten Methoden angeregt. Kurzum, es ist ein natürlicher Weg, der zu den entsprechenden Algorithmen hin eingeschlagen wird, die sich auf ihm allmählich entwickeln.

4. Von Anfang an werden Aufgaben mit ziemlich großen Zahlen gestellt. Die Kinder lösen sie verschiedenartig: Einheit im Angebot, Differenzierung nach der Lösungsstufe.

5. Schriftliches Rechnen wird mit Kunstgriffrechnen verknüpft.

6. Im Laufe des Lehrgangs findet immer stärkere Schematisierung und Verkürzung statt.

7. Die Endstufen sind entsprechend den Endzielen variabel.

Das wäre eine Skizze von Aufbau des schriftlichen Rechnens, dessen große Linien eigentlich schon im Anfang dieses Jahrhunderts von Kühnel (2) gezogen wurden. Die Resultate sind erheblich besser als beim traditionellen Aufbau (3).

Anmerkungen

(1) A. Dekker, H. ter Heege, A. Treffers: Cýferend vermenigvuldigen en delen volgens Wiskobas. Vakgroep OW & OC, Rýksuniversiteit Utrecht, Publ. 1, 1982.

Methoden, die dieser ähneln, findet man mehrfach vorgeschlagen. Aber entweder wird das fortschreitende Schematisieren eher erzwungen (die Phasen folgen einander zu schnell, den Kindern wird wenig überlassen), oder es fehlt ganz an Steuerung und Sicht auf die Phasen, oder man lehnt bewußt die Steuerung zur Standardmethode hin ab.

(2) J. Kühnel: Neubau des Rechenunterrichts II. Leipzig, Klinkhardt, 1925.

M. Wertheimer: Productive thinking. New York, Harper 1945. Erweitert: London, Associated Book Publishers 1966.

(3) Das ergibt sich aus zahlreichen niederländischen Forschungsarbeiten und Erfahrungen in Versuchsschulen. Der Zeitgewinn beim schriftlichen Rechnen beträgt über 50 %, wobei allerdings die Aufmerksamkeit für flexibles Rechnen abgezogen werden muß. Es gibt so gut wie keine Versager, wenn man weniger verkürzte Algorithmen – hauptsächlich bei der Division – gestattet. Eine allgemeine Zusammenfassung, siehe Fußnote (1).

Anlage 4:

aus Selter, Ch. (2006): Mathematiklernen in heterogenen Lerngruppen. In: P. Hanke (Hg.): Grundschule in Entwicklung. Münster: Waxmann, S. 128-144, dort Kap. 4.

4 Offenheit mit Konzept

Als in dem zweiten Schuljahr, dem auch Nina und Sven angehörten, die unterrichtliche Behandlung des Einmaleins anstand, führte die Lehrerin zunächst eine schriftliche Standortbestimmung durch (vgl. Sundermann & Selter 2006, S. 21ff.). Standortbestimmungen dienen der fokussierten Ermittlung individueller Lernstände. Sie versorgen einerseits die Lehrpersonen in einer alltagstauglichen Weise strukturierte Informationen über die Kompetenzen und Defizite der einzelnen Kinder; mit ihnen kann man sich zudem einen Überblick über das Leistungsvermögen der Lerngruppe in der Zusammenschau verschaffen. Die Standortbestimmungen geben aber nicht nur der Lehrerin eine Grundlage für die Planung des nachfolgenden Unterrichts und für individuelle Förderung, sondern sie tragen des Weiteren dazu bei, dass die Kinder in zunehmendem Maße Transparenz über ihr eigenes Lernen erhalten können (Was kann ich schon? Was muss ich noch lernen?)

Das generelle Ergebnis der Standortbestimmung überraschte nicht: So gab es Kinder, die das Einmaleins offensichtlich schon vollständig beherrschten, und andere, die noch nicht über die Grundvorstellungen des Multiplizierens zu verfügen schienen. Da die Multiplikation und die Division ein recht umfangreiches Themenfeld darstellen, entschied die Lehrerin sich zu einer Zweiteilung des Arbeitspensums. Phase 1 diente der Grundlegung des multiplikativen Rechnens, hier befassten sich die Schülerinnen und Schüler u. a. mit ausgewählte Situationen, bildliche Darstellungen und Kontextaufgaben, die als ‚Ausgangspunkte' des Lernprozesses dienten. Außerdem wurde die Basis für die Ausbildung tragfähiger Grundvorstellungen geschaffen, indem die Schüler die *wesentlichen* wechselseitigen Zusammenhänge zwischen Zahlensatz, Handlung, Bild und Text ausbildeten bzw. vertieften.

Die Kinder mussten alle Aufgaben des Pflichtbereichs bearbeiten, sie konnten dieses aber in ihrer eigenen Geschwindigkeit tun. Sie schloss mit einer Zwischenprüfung ab, zu der sich diejenigen anmelden konnten, die die ihr Pensum erfüllt hatten. Hierzu verschaffte sich die Lehrerin einen Überblick über die von den Kindern einzureichenden Arbeiten; außerdem sollten die Kinder anhand einiger Aufgaben nachweisen, dass die Anzahl der Punkte in rechteckigen Punktfelddarstellungen strukturiert, also nicht zählend, ermitteln konnten.

Im Anschluss daran erhielten sie – wie auch in Phase 1 – einen Arbeitsplan für die zweite Phase, der in der ersten Spalte die von den Kindern im Verlauf der nächsten drei Wochen zu behandelnden Aufgabengruppen angab. Die Aufgabengruppen 6 bis 9 bildeten den Pflichtbereich des zweiten Arbeitsplans. Durch die Angabe eines Sternchens wurden die Aufgaben der weiterführenden Anforderungen kenntlich gemacht. Diese waren nicht von allen Kindern verpflichtend zu bearbeiten.

Lernbericht Teil 2

Einmaleins-Forscherheft

von: ________________________

Aufgaben	angefangen	erledigt	Lernbericht
			Das kann ich
6. Einmaleins-Plan a) *mal 10, mal 5, mal 2:* Mb., S. 70, S. 71 und AH., S. 36, *S. 37 b) *mal 3, mal 6, mal 9:* Mb., S. 72, S. 73 und AH., S. 38, S. 39 c) *mal 4, mal 8, mal 7:* Mb., S. 74, S. 75 und AH., S. 40, S. 41	❑	❑	◎
7. Üben für den Einmaleins-Pass Forscherheft S. 8 bis S. 22	❑	❑	◎
8. Schulbuchseiten erfinden Diese Forscherblätter liegen auf dem Mathetisch aus.	❑	❑	◎
9. Geteiltaufgaben Mb., S. 78, S. 79 und AH., S. 42, S. 43 Mb., S. 80, S. 81 und AH., S. 44, S. 45, Nr. 1, 2 *3 Forscherheft S. 23 bis S. 26	❑	❑	◎
*** Forscheraufträge** Diese Forscherblätter liegen auf dem Mathetisch aus.	❑	❑	◎
*** Entdeckungen an der Einmaleins-Tafel** Mb., S. 98, S. 99 und AH., S. 54, S. 55 Diese Forscherblätter liegen auf dem Mathetisch aus.	❑	❑	◎
*** Die Einmaleins-Ergebnis-Tafel** Diese Forscherblätter liegen auf dem Mathetisch aus.	❑	❑	◎
*	❑	❑	◎

Bist du bereit für die Prüfung zum Einmaleins-Pass? ❑ ja ❑ nein, ich möchte noch üben

In der ersten Spalte erhielten die Kinder zudem Informationen, wo sie die zugehörigen Aufgaben im Mathematikbuch (Mb; verwendet wurde aufgrund seiner konzeptionellen Ausgereiftheit das ‚Zahlenbuch') bzw. im Arbeitsheft (AH) finden konnten. Des Weiteren finden sich Hinweise, welche Aufgaben aus dem Forscherheft (Sammlung von Arbeitsblättern) erledigt werden sollten und der Hinweis, dass einige Forscherblätter auf dem AB-Tisch bereit lagen. In den Spalten 2 und 3 machten die Kinder Kreuze, wenn sie die Aufgaben begonnen bzw. erledigt hatten, so dass sie eine Übersicht über ihr Arbeitspensum hatten. Nach Abschluss der jeweiligen Arbeiten trugen sie zum Zwecke der Erhöhung der Transparenz über ihren eigenen Lernprozess in einer Zielscheibe ein, wie gut sie ihres Erachtens die jeweilige Aufgabe bewältigt hatten. In das Leerfeld in der letzten Zeile konnten die Kinder dann noch eine selbst gewählte Zusatzaufgabe eintragen.

Die Kinder konnten nun – wie in Phase 1 – innerhalb des grob vorgegebenen Zeitrahmens die Reihenfolge und den Zeitpunkt der Behandlung selbst bestimmen. Ebenso war ihnen frei gestellt, ob sie die Sternchen-Aufgaben bearbeiteten oder nicht. Auch hier bildete eine Prüfung den Abschluss. Insbesondere in einem geöffneten Unterricht, in dem nicht alle Kinder zur gleichen Zeit und in gleichem Tempo mit den gleichen Aufgaben befasst sind, tragen solche Kristallisationspunkte zur Information für die Lehrerin (Wer kann was, wer was noch nicht?) und als Orientierung und Motivation für die Kinder dazu bei, dass der Unterricht nicht in Beliebigkeit und damit ‚Leistungsschwäche' abdriftet.

Die Beschreibung einer typischen Unterrichtsstunde soll nun illustrieren, wie die Kinder und die Lehrerin arbeiteten. Es soll deutlich werden, dass die Kinder nicht nur beschäftigt sind, sondern ausgehend von ihren individuellen Vorerfahrungen Lernfortschritte machen können.

> Die Stunde beginnt mit einer Blitzrechenübung zum Einmaleins am Hunderterpunktefeld. Die Lehrerin erläutert daran anschließend, dass die Kinder in ihrem Einmaleinsheft weiter arbeiten, aber darüber hinaus sich auch mit weiterführenden Forschungsaufgaben oder Blitzrechenübungen am Computer (nicht auf das Einmaleins beschränkt) befassen können.
>
> Nachdem einige kleinere organisatorische Fragen geklärt worden sind, holen sich die Kinder ihr Material und beginnen individuell oder zu zweit zu arbeiten. Dabei benutzen sie auch Seitentische, einige von ihnen arbeiten auf dem Boden. Zu Beginn der Arbeitsphase kommen einige Kinder zur Lehrerin, um ihr etwas zu zeigen oder sie etwas zu fragen. Bei einem Gang durch die Klasse kann man feststellen, was die einzelnen Kinder tun. Einige Beispiele:
>
> Timo und Lili befassen sich mit Knobelaufgaben, die zu den weiterführenden Anforderungen gehörten. Sie rechnen jeweils zwei zusammengehörige Aufgaben aus (1+3 und 2·2; dann 3+5 und 2·4; dann 5+7 und 3·4; dann 7+9 und 4·4), sollen dann die nächsten beiden Aufgabenpaare finden, ebenfalls berechnen und aufschreiben, was ihnen auffällt. Sie notieren, dass es bei beiden Aufgaben stets die Ergebnisse der Viererreihe seien, außerdem: dass bei den untereinenander stehenden Plusaufgaben beide Summanden immer um 2 größer würden und dass bei den ebenfalls untereinander stehenden Malaufgaben der zweite Faktor ebenfalls stets um 2 wachse: „2, 4, 6, 8, 10, und so weiter."
>
> René sitzt mit seinem Mathematikbuch auf dem Boden und berechnet bzw. erinnert die Aufgaben der sog. kurzen Reihen (auch Kernaufgaben genannt), z. B. 1·3, 2·3, 5·3 und 10·3, die den Kindern als Stützpunktaufgaben dienen können, um die anderen Aufgaben des Einmaleins abzuleiten. Davor hat eine andere Aufgabe behandelt, bei der es jeweils um das Berechnen von Aufgabe und Tauschaufgabe ging.
>
> Nina und Patricia sitzen an einem Seitentisch und arbeiten zum selbst gewählten Thema Geheimschriften. Sie wollen in einigen Tagen eine Schatzsuche organisieren und haben zu dem Zweck aus Kindersachbüchern, von der Lehrerin zur Verfügung gestellten Unterrichtsmaterialien (Sundermann & Selter 2003) sowie dem Internet eine Reihe von Geheimschriften zusammen getragen und davon ausgehend selbst welche erfunden (zum Beispiele eine, bei der jeder Buchstabe durch eine bestimmte Farbe codiert wird), mit deren Hilfe sie ihre Geheimbotschaften verschlüsseln. Sie haben zu dem Zeitpunkt die Einmaleins-Zwischenprüfung bereits bestanden und auch schon einige Aufgaben aus dem zweiten Teil des Forscherheftes bearbeitet. Die beiden Kinder haben das Einmaleinslernen für den Moment beiseite gestellt.
>
> Lukas ermittelt die Anzahlen von Punkten, die im Rechtecksmuster (als Teile des Hunderter-Punktefeldes) angeordnet sind, also zum Beispiel in der 6·7 Anordnung. Die Lehrerin sieht beim Herumgehen – keinesfalls zu ihrer Überraschung –, dass Lukas noch häu-

fig dazu neigt, die Anzahlen durch Abzählen einzelner Punkte zu ermitteln. Die Lehrerin hat Zeit, sich zu ihm zu setzen, und ihn dazu anzuregen, wieder verstärkt die Strukturen der Punktefelder auszunutzen.

Murat fragt Mehmet: „Wie geht das?“ „Du musst immer einen Strich machen von der Aufgabe zum Ergebnis, so!“ Murat geht wieder zu seinem Platz und arbeitet an einer Aufgabe, bei der Malaufgaben und Ergebnisse der Aufgaben miteinander zu verbinden sind. Er verrechnet sich einmal und verbindet demzufolge zwei Felder falsch miteinander. Somit bleiben eine Aufgabe und ein Ergebnis übrig, die nicht zueinander passen. Daraufhin geht er wieder zu Mehmet. Murat weiß, dass Mehmet als Expertenkind für die Aufgaben fungiert. Die Kinder haben sich für Aufgaben, bei denen sie sich sicher fühlten, als Expertenkinder in einem Plakat eingetragen, das für alle Kinder einsehbar an der Tür hängt.

Sarah und Anna sitzen an einer Aufgabe, bei der sie ausgehend von den kurzen Reihen die Ergebnisse von anderen Aufgaben ermitteln können. So steht zum Beispiel die Aufgabe 6·3 unter 5·3 oder 9·7 unter 10·7. Die Lehrerin bittet sie, dieses am Ende der Stunde allen Kindern vorzustellen und zu erklären.

Sven sitzt am Rechner und übt das Blitzrechnen (Krauthausen 2002). Er hat aber keine Aufgaben des Einmaleins ausgewählt, sondern er rechnet rückwärts in Zweierschritten (48, 46, 44, …). Neben ihm sitzt Marc an einem anderen Computer und befasst sich mit Aufgaben des Typs ‚346 000 plus wie viel ist eine Million?’ „Das Einmaleins kann ich schon lange.“

Timo und Dennis sitzen an der Aufgabe, möglichst viele Malaufgaben mit dem Ergebnis 100 zu finden. Nach einiger Zeit sind sie sich sicher, alle Möglichkeiten gefunden zu haben, weil „zu 3, 6, 7, 8 und 9 gibt es keine Malaufgabe, die 100 ergibt.“

Steffi und Mira haben sich zur Prüfung für den Einmaleinspass angemeldet. Die Lehrerin stellt ihnen eine Reihe von Aufgaben. Da sie diese schnell und richtig beantworten können, bekommen sie einen Stempel in ihren Pass.

Cem und Peter sitzen in einer Ecke des Klassenzimmers und stellen sich zu Übungszwecken gegenseitig Aufgaben aus dem Förderkurs zum Blitzrechnen (Wittmann & Müller 1998). Sie wollen sich auch demnächst zur Einmaleins-Prüfung anmelden. Allerdings müssen sie dazu auch noch einige Aufgaben ihres Arbeitsplans erledigen. Auch die anderen Schülerinnen und Schüler der Klasse arbeiten an einer der Aufgaben des Arbeitsplans.

Am Ende der Stunde kommen die Kinder im Stuhlkreis vor der Tafel zusammen und Sarah und Anna erläutern ‚ihren’ Trick. Die Lehrerin unterstützt dies, indem sie selbst am OHP an Punktfeldern illustriert, wie die Aufgaben 5·4 und 6·4 zusammenhängen.

In dieser Stunde sind zwei kürzere Phasen gemeinsamen Arbeitens zu beobachten. An anderen Tagen gibt es durchaus auch längere Phasen, in denen Lehrerin mit der gesamten Klasse oder Teilen von ihr zusammen an einer Thematik arbeitet. Wie beispielsweise Punktefelder zu interpretieren, Einmaleinstabellen aufgebaut sind oder mit Geteiltaufgaben (1·1 umgekehrt) umzugehen ist, erschließt sich den meisten Kindern nicht von selbst. Auch gibt es manchmal die Notwendigkeit, mit mehreren Kindern Dinge noch einmal durchzusprechen, die die anderen Schülerinnen und Schüler bereits kennen bzw. beherrschen.

Entlastend ist in diesem Zusammenhang auch eine Regel, die die Kinder vom ersten Schultag an internalisiert haben: ‚Wenn du nicht weiter weißt, frage zunächst dich selbst – sprich: schau genau hin, versuche dich zu erinnern, ob du etwas Vergleichbares schon einmal gesehen hast. Wenn du dann immer noch nicht weiter weißt, bitte ein anderes

Kind oder – falls es ein solches gibt – ein Expertenkind, es dir zu erklären. Erst wenn du danach nicht weiter kommst, frage die Lehrerin.'

Was trägt nun dazu bei, dass die Schülerinnen und Schüler hier Lernfortschritte machen und nicht bloß beschäftigt werden? In meinen Augen sind es die folgenden fünf Punkte:

- Zum Einsatz kommen qualitätvolle Aufgaben, die zeitgemäßen Vorstellungen von aktiv-entdeckendem Lernen sowie beziehungsreichem Üben entsprechen. Da viele von ihnen offen, informativ bzw. prozessbezogen sind (vgl. Sundermann & Selter 2006, S. 73ff.), erlauben sie den Kindern – ausgehend von deren individuellen Kompetenzen und Defiziten – individuelle Zugänge und Bearbeitungsmöglichkeiten.
- Eingebettet sind die Aufgaben in ein schlüssiges, fachdidaktisch fundiertes Konzept. Die einzelnen Aufgaben sind aufeinander abgestimmt (z. B. in Bezug auf verwendete Veranschaulichungen) und decken das gesamte Spektrum ab (Einführung, materialgestütztes Üben, Ausbau von Rechenstrategien, strukturiertes Üben, automatisierendes Üben).
- Der verwendete Arbeitsplan enthält Grundanforderungen und weiterführende Anforderungen. Er gibt der Lehrerin im geöffneten Unterricht die Sicherheit, dass alle Kinder zumindest Aufgaben aus dem Bereich der grundlegenden Anforderungen bearbeiten. Den Kindern bietet er eine unerlässliche Orientierung und Motivation.
- Die Kontrolle der Lernfortschritte erfolgt regelmäßig. Die Kinder kontrollieren selbst, indem sie Lösungsblätter benutzen oder auf das ‚Zahlenbuch mit Lösungen' zurückgreifen; außerdem treffen sie sich regelmäßig zu Mathekonferenzen oder tauschen bisweilen ihre Arbeiten zur gegenseitigen Durchsicht aus. Die Lehrerin beobachtet die einzelnen Kinder beim Herumgehen, sichtet von Fall zu Fall die Arbeitsprodukte der Kinder; zudem findet an zwei Zeitpunkten im Lernprozess eine Prüfung statt, nach deren Bestehen die Kinder eine Bestätigung erhalten.
- Schließlich sind eingespielte Rituale mit verantwortlich für eine produktive Arbeitsatmosphäre: das tägliche Blitzrechnen zu Stundenbeginn, die Übernahme von kleineren Unterrichtsphasen durch die Kinder – zum Beispiel durch Präsentationen von Rätseln oder Knobelaufgaben zum Einmaleins, so dass Eigenproduktionen der Kinder wieder in den Unterricht zurück fließen –, die Mathekonferenzen, die Arbeit im beständig wachsenden Einmaleinsforscherheft oder die Existenz von Expertenkindern.

Programmträger: IPN, Kiel
Projektleitung: Prof. Dr. Manfred Prenzel
www.ipn.uni-kiel.de

SINUS-Transfer Grundschule
Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer
Tel. +49(0)431/880-3136
cfischer@ipn.uni-kiel.de
www.sinus-grundschule.de

Programmkoordination für die Länder durch das Ministerium für Bildung und Frauen des Landes Schleswig-Holstein (MBF)
MR Werner Klein (SINUS-Transfer Grundschule)
http://landesregierung.schleswig-holstein.de

Landeskoordinatorenausbildung durch das Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung
StD Christoph Hammer; gemeinsam mit dem IPN
www.isb.bayern.de

Serverbetreuung: Zentrum zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts der Universität Bayreuth (Z-MNU)
Leitung: Prof. Dr. Peter Baptist
http://zmnu.uni-bayreuth.de

Hinweis: Die Modulbeschreibungen sind während der Laufzeit des Programms SINUS-Transfer Grundschule (2004-2009) entstanden.
Die Liste der Kooperationspartner galt für diesen Zeitraum. Im Nachfolgeprogramm *SINUS an Grundschulen* sind die Kooperationen anders strukturiert.

ISBN für diese Modulbeschreibung (Mathematik G7)
978-3-89088-186-7