

Fachanforderungen Mathematik

Allgemein bildende Schulen

Sekundarstufe I

Sekundarstufe II

Impressum

Herausgeber:

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Straße 16 -22, 24105 Kiel

Kontakt: pressestelle@bimi.landsh.de

Layout: Stamp Media GmbH, Agentur für Kommunikation & Design, Medienhaus
Kiel, Ringstraße 19, 24114 Kiel, www.stamp-media.de

Druck: Schmidt & Klaunig, Druckerei & Verlag seit 1869, Medienhaus Kiel,
Ringstraße 19, 24114 Kiel, www.schmidt-klaunig.de

Kiel, September 2014

Die Landesregierung im Internet: www.schleswig-holstein.de

Diese Druckschrift wird im Rahmen der Öffentlichkeitsarbeit der schleswig-holsteinischen Landesregierung herausgegeben. Sie darf weder von Parteien noch von Personen, die Wahlwerbung oder Wahlhilfe betreiben, im Wahlkampf zum Zwecke der Wahlwerbung verwendet werden. Auch ohne zeitlichen Bezug zu einer bevorstehenden Wahl darf die Druckschrift nicht in einer Weise verwendet werden, die als Parteinahme der Landesregierung zugunsten einzelner Gruppen verstanden werden könnte. Den Parteien ist es gestattet, die Druckschrift zur Unterrichtung ihrer eigenen Mitglieder zu verwenden.

Inhalt

I Allgemeiner Teil.....	5
1 Geltungsbereich und Regelungsgehalt	5
2 Lernen und Unterricht	8
2.1 Kompetenzorientierung	8
2.2 Auseinandersetzung mit Kernproblemen des gesellschaftlichen Lebens	9
2.3 Leitbild Unterricht	10
2.4 Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung.....	10
3 Grundsätze der Leistungsbewertung	13
II Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I.....	16
1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe I	16
1.1 Grundlagen und Lernausgangslage	16
1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung	16
1.3 Didaktische Leitlinien.....	17
1.4 Anforderungsebenen und Anforderungsbereiche	21
1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge	23
2 Kompetenzbereiche	27
2.1 Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen	27
2.2 Die mathematischen Leitideen.....	30
3 Themen und Inhalte des Unterrichts	56
4 Schulinternes Fachcurriculum	62
5 Leistungsbewertung	66
6 Abschlussprüfungen	71
6.1 Die schriftliche Abschlussprüfung	71
6.2 Die mündliche Abschlussprüfung	74
III Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe II.....	75
1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe II an Gymnasien und Gemeinschaftsschulen.....	75
1.1 Grundlagen und Lernausgangslage	75
1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung	75

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

1.3 Didaktische Leitlinien.....	76
1.4 Anforderungsniveaus und Anforderungsbereiche.....	78
1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge.....	78
2 Kompetenzbereiche.....	81
2.1 Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen.....	82
2.2 Die mathematischen Leitideen.....	88
3 Themen und Inhalte des Unterrichts.....	105
4 Schulinternes Fachcurriculum.....	107
5 Leistungsbewertung.....	110
6 Die Abiturprüfung.....	114
6.1 Die schriftliche Abiturprüfung.....	115
6.2 Die mündliche Abiturprüfung.....	118
IV Anhang.....	120

I Allgemeiner Teil

1 Geltungsbereich und Regelungsgehalt

Die Fachanforderungen gelten für die Sekundarstufe I und die Sekundarstufe II aller weiterführenden allgemein bildenden Schulen in Schleswig-Holstein. Sie sind Lehrpläne im Sinne des Schleswig-Holsteinischen Schulgesetzes (SchulG). Die Fachanforderungen gehen von den pädagogischen Zielen und Aufgaben aus, wie sie im SchulG formuliert sind. In allen Fächern, in denen die Kultusministerkonferenz (KMK) Bildungsstandards beschlossen hat, liegen diese den Fachanforderungen zugrunde. Sie berücksichtigen auch die stufenbezogenen Vereinbarungen der KMK.

Die Fachanforderungen sind in einen für alle Fächer geltenden allgemeinen Teil und einen fachspezifischen Teil gegliedert. Der fachspezifische Teil ist nach Sekundarstufe I und Sekundarstufe II unterschieden. Alle Teile sind inhaltlich aufeinander bezogen. Sie stellen den verbindlichen Rahmen für die pädagogische und unterrichtliche Arbeit dar.

In der Sekundarstufe I zielt der Unterricht sowohl auf den Erwerb von Allgemeinbildung als auch auf die Berufsorientierung der Schülerinnen und Schüler ab. Sie können am Ende der neunten Jahrgangsstufe den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, am Ende der zehnten Jahrgangsstufe den Mittleren Schulabschluss oder die Versetzung in die Sekundarstufe II erlangen.

In der Sekundarstufe II zielt der Unterricht auf eine vertiefte Allgemeinbildung, die Vermittlung wissenschaftspropädeutischer Grundlagen und auf das Erreichen der allgemeinen Berufs- und Studierfähigkeit ab. In der Sekundarstufe II können die Schülerinnen und Schüler den schulischen Teil der Fachhochschulreife oder mit bestandener Abiturprüfung die Allgemeine Hochschulreife erlangen.

Am Gymnasium erwerben Schülerinnen und Schüler den Mittleren Schulabschluss mit der Versetzung in die Jahrgangsstufe 11.

Vorgaben der Fachanforderungen

Die Fachanforderungen beschreiben die didaktischen Grundlagen der jeweiligen Fächer und den spezifischen Beitrag der Fächer zur allgemeinen und fachlichen Bildung. Darauf aufbauend legen sie fest, was Schülerinnen und Schüler jeweils am Ende der Sekundarstufe I beziehungsweise am Ende der Sekundarstufe II wissen und können sollen. Aus diesem Grund sind die Fachanforderungen abschlussbezogen formuliert. Die fachlichen Anforderungen werden als Kompetenz- oder Leistungserwartungen beschrieben und mit Inhalten verknüpft.

In den Fachanforderungen für die Sekundarstufe I werden die angestrebten Kompetenzen und die zentralen Inhalte auf drei Anforderungsebenen ausgewiesen:

- **Erster allgemeinbildender Schulabschluss (ESA):**

Die Anforderungsebene beschreibt die Regelanforderungen für den Erwerb des ESA; diese sind in den weiteren Anforderungsebenen enthalten.

- **Mittlerer Schulabschluss (MSA):**

Die Anforderungsebene beschreibt die über den ESA hinausgehenden Regelanforderungen für den Erwerb des MSA.

- **Übergang in die Oberstufe:**

Die Anforderungsebene beschreibt die über den MSA hinausgehenden Regelanforderungen für den Übergang in die Oberstufe.

Der Unterricht in der Sekundarstufe I der Gemeinschaftsschule führt Schülerinnen und Schüler entsprechend ihrem Leistungsvermögen zum Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, zum Mittleren Schulabschluss und zum Übergang in die Oberstufe und muss daher allen Anforderungsebenen gerecht werden.

Der Unterricht in der Sekundarstufe I am Gymnasium zielt auf einen erfolgreichen Übergang in die Oberstufe, so dass die Anforderungen für den Übergang in die Oberstufe vorrangig zu berücksichtigen sind.

Die Fachanforderungen dienen der Transparenz und Vergleichbarkeit. Sie gewährleisten die Durchlässigkeit und Mobilität im Schulwesen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Die Lehrkräfte gestalten den Unterricht und die damit verbundene Unterstützung der Persönlichkeitsentwicklung in eigener pädagogischer Verantwortung. Sie berücksichtigen bei der konkreten Ausgestaltung der Fachanforderungen die Beschlüsse der Schulkonferenz zu Grundsatzfragen und dabei insbesondere die Beschlüsse der Fachkonferenz zur Abstimmung des schulinternen Fachcurriculums. Mit ihren Vorgaben bilden die Fachanforderungen den Rahmen für die Fachkonferenzarbeit in den Schulen. Innerhalb dieser Rahmenvorgaben besitzen die Schulen und auch die Fachkonferenzen Gestaltungsfreiheit bezüglich der Umsetzung der Kontingenzstundentafel, der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte wie auch der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen. Die Fachanforderungen verzichten auf kleinschrittige Detailregelungen. Sie enthalten Vorgaben für die Verteilung von Themen und Inhalten auf die Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I. Diese Vorgaben berücksichtigen die Gestaltungsfreiheit der Schulen im Rahmen der Kontingenzstundentafel.

Aufgabe der schulinternen Fachcurricula ist es, die Kerninhalte und Kompetenzen, die in den Fachanforderungen auf den jeweiligen Abschluss bezogen ausgewiesen sind, über die einzelnen Jahrgangsstufen hinweg aufzubauen.

Die schulinternen Fachcurricula bilden die Planungsgrundlage für den Fachunterricht und enthalten konkrete Beschlüsse über

- anzustrebende Kompetenzen für die einzelnen Jahrgangsstufen
- Schwerpunktsetzungen, die Verteilung und Gewichtung von Unterrichtsinhalten und Themen
- fachspezifische Methoden
- angemessene mediale Gestaltung des Unterrichts
- Diagnostik, Differenzierung und Förderung, Leistungsmessung und Leistungsbewertung
- Einbeziehung außerunterrichtlicher Lernangebote und Ganztagsangebote.

Die Fachcurricula berücksichtigen die Prinzipien des fächerverbindenden und fächerübergreifenden wie auch des themenzentrierten Arbeitens. Die Fachcurricula werden evaluiert und weiterentwickelt.

2 Lernen und Unterricht

Ziel des Unterrichts ist der systematische, alters- und entwicklungsgemäße Erwerb von Kompetenzen. Der Unterricht fördert die kognitiven, emotionalen, sozialen, kreativen und körperlichen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler. Er vermittelt ihnen kulturelle und gesellschaftliche Orientierung und ermuntert sie dazu, eigenständig zu denken und vermeintliche Gewissheiten, kulturelle Wertorientierungen und gesellschaftliche Strukturen auch kritisch zu überdenken. Unterricht trägt dazu bei, Bereitschaft zur Empathie zu entwickeln, und fördert die Fähigkeit, die eigenen Überzeugungen und das eigene Weltbild in Frage zu stellen. Er unterstützt die Schülerinnen und Schüler dabei, Unsicherheiten auszuhalten und Selbstvertrauen zu erwerben.

2.1 Kompetenzorientierung

In den Fachanforderungen wird ein Kompetenzbegriff verwendet, der das Wissen und Können, die Fähigkeiten und Fertigkeiten eines Menschen umfasst. Das schließt die Bereitschaft ein, das Wissen und Können in unterschiedlichen Situationen zur Bewältigung von Herausforderungen und zum Lösen von Problemen anzuwenden. Die Fachanforderungen sind in diesem Sinne auf die Darstellung der angestrebten fachbezogenen Kompetenzen fokussiert.

Über die fachbezogenen Kompetenzen hinaus fördert der Unterricht aller Fächer den Erwerb überfachlicher Kompetenzen:

- **Selbstkompetenz** meint die Fähigkeit, die eigene Situation wahrzunehmen und für sich selbst eigenständig zu handeln und Verantwortung zu übernehmen. Die Schülerinnen und Schüler artikulieren eigene Bedürfnisse und Interessen differenziert und reflektieren diese selbstkritisch. Dazu gehört die Bereitschaft, vermeintliche Gewissheiten, das eigene Denken und das eigene Weltbild kritisch zu reflektieren und Unsicherheiten auszuhalten. Bezogen auf das Lernen bedeutet Selbstkompetenz, Lernprozesse selbstständig zu planen und durchzuführen, Lernergebnisse zu überprüfen, gegebenenfalls zu korrigieren und zu bewerten.
- **Sozialkompetenz** meint die Fähigkeit, die Bedürfnisse und Interessen der Mitlernenden empathisch wahrzunehmen. Schülerinnen und Schüler sind in der Lage, selbstständig und sozial verantwortlich zu handeln. Sie setzen sich mit den

Vorstellungen der anderen kritisch und auch selbstkritisch auseinander, hören einander zu und gehen aufeinander ein. Sie können konstruktiv und erfolgreich mit anderen zusammenarbeiten.

- **Methodenkompetenz** meint die Fähigkeit, Aufgaben selbstständig zu bearbeiten. Schülerinnen und Schüler verfügen über grundlegende Arbeitstechniken und Methoden; dazu gehört auch die sichere Nutzung der Informationstechnologie. Sie wählen Verfahrensweisen und Vorgehensweisen selbstständig und wenden methodische Kenntnisse sinnvoll auf unbekannte Sachverhalte an. Sie können Sachverhalte sprachlich differenziert darstellen.

Die fortschreitende Entwicklung und Ausbildung dieser überfachlichen Kompetenzen ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, Lernprozesse zunehmend selbst zu gestalten, das heißt: zu planen, zu steuern, zu analysieren und zu bewerten.

2.2 Auseinandersetzung mit Kernproblemen des gesellschaftlichen Lebens

Schülerinnen und Schüler werden durch die Auseinandersetzung mit Kernproblemen des soziokulturellen Lebens in die Lage versetzt, Entscheidungen für die Zukunft zu treffen und dabei abzuschätzen, wie sich das eigene Handeln auf andere Menschen, auf künftige Generationen, auf die Umwelt oder das Leben in anderen Kulturen auswirkt. Die Kernprobleme beschreiben Herausforderungen, die sich sowohl auf die Lebensgestaltung des Einzelnen als auch auf das gemeinsame gesellschaftliche Handeln beziehen.

Die Auseinandersetzung mit Kernproblemen richtet sich insbesondere auf:

- Grundwerte menschlichen Zusammenlebens: Menschenrechte, das friedliche Zusammenleben in einer Welt mit unterschiedlichen Kulturen, Religionen, Gesellschaftsformen, Völkern und Nationen
- Nachhaltigkeit der ökologischen, sozialen und ökonomischen Entwicklung: Erhalt der natürlichen Lebensgrundlagen, Sicherung und Weiterentwicklung der sozialen, wirtschaftlichen und technischen Lebensbedingungen im Kontext der Globalisierung
- Gleichstellung und Diversität: Entfaltungsmöglichkeiten der Geschlechter, Wahrung des Gleichberechtigungsgebots, Wertschätzung gesellschaftlicher Vielfalt

- Partizipation: Recht aller Menschen zur verantwortungsvollen Mit-Gestaltung ihrer soziokulturellen, politischen und wirtschaftlichen Lebensverhältnisse

2.3 Leitbild Unterricht

Guter Unterricht

- fördert gezielt die Freude der Schülerinnen und Schüler am Lernen und die Entwicklung fachlicher Interessen
- lässt Schülerinnen und Schüler Selbstwirksamkeit erfahren
- vermittelt Wertorientierungen
- fördert nicht allein die intellektuellen und kognitiven Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, sondern auch ihre sozialen und emotionalen, kreativen und körperlichen Potenziale
- ermöglicht den Schülerinnen und Schülern durch passende Lernangebote, die auf ihre individuellen Voraussetzungen und ihr Vorwissen abgestimmt sind, einen systematischen – alters- und entwicklungsgerechten – Erwerb von Wissen und Können sowie die Chance, Leistungserwartungen zu erfüllen
- fördert und fordert eigene Lernaktivität der Schülerinnen und Schüler, vermittelt Lernstrategien und unterstützt die Fähigkeit zum selbstgesteuerten Lernen
- zielt auf nachhaltige Lernprozesse
- bietet Gelegenheit, das Gelernte in ausreichender Form systematisch einzuüben, anzuwenden und zu festigen.

2.4 Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung

Folgende Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung, die sich aus den pädagogischen Zielen des Schulgesetzes ergeben, sind nicht dem Unterricht einzelner Fächer zugeordnet. Sie sind im Unterricht aller Fächer zu berücksichtigen:

- Inklusive Schule: Die inklusive Schule zeichnet sich dadurch aus, dass sie in allen Schularten und Schulstufen Kinder und Jugendliche mit und ohne Behinderung gemeinsam beschult und ihren Unterricht auf eine Schülerschaft in der ganzen Bandbreite ihrer Heterogenität ausrichtet. Diese Heterogenität bezieht sich nicht allein auf Behinderung oder sonderpädagogischen Förderbedarf. Sie steht generell für Vielfalt und schließt beispielsweise die Hochbegabung ebenso ein wie den Migrationshintergrund oder unterschiedliche soziale Ausgangslagen.

- **Sonderpädagogische Förderung:** Auch die Förderung von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf orientiert sich an den Fachanforderungen. Das methodische Instrument dafür ist der Förderplan, der in Ausrichtung auf die individuelle Situation und den sonderpädagogischen Förderbedarf einer Schülerin oder eines Schülers und in Zusammenarbeit mit einem Förderzentrum erstellt, umgesetzt und evaluiert wird.
- **Durchgängige Sprachbildung:** Die Vermittlung schul- und bildungsrelevanter sprachlicher Fähigkeiten (Bildungssprache) erfolgt im Unterricht aller Fächer. Das Ziel ist, die sprachlichen Fähigkeiten der Kinder und Jugendlichen mit und ohne Migrationshintergrund, unabhängig von ihrer Erstsprache, im Schriftlichen wie im Mündlichen systematisch auf- und auszubauen. Das setzt einen entsprechenden Wortschatz und die Kenntnis bildungssprachlicher grammatischer Strukturen voraus. Die Lehrkräfte planen und gestalten den Unterricht mit Blick auf die Sprachebene Bildungssprache und stellen die Verbindung von Alltags-, Bildungs- und Fachsprache explizit her.

Alle Schülerinnen und Schüler werden an die Besonderheiten von Fachsprachen und an fachspezifische Textsorten herangeführt. Deshalb ist Fachunterricht auch stets Sprachunterricht auf bildungs- und fachsprachlichem Niveau.
- **Kulturelle Bildung:** Kulturelle Bildung ist unverzichtbarer Teil der ganzheitlichen Persönlichkeitsentwicklung, die den Einzelnen zur Mitgestaltung gesellschaftlicher Prozesse befähigt. Der Zusammenarbeit mit professionellen Künstlerinnen, Künstlern und Kulturschaffenden auch an außerschulischen Lernorten kommt hierbei eine besondere Bedeutung zu.
- **Niederdeutsch und Friesisch:** Seinem Selbstverständnis nach ist Schleswig-Holstein ein Mehrsprachenland, in dem Regional- und Minderheitensprachen als kultureller Mehrwert begriffen werden. Für die Bildungseinrichtungen des Landes erwächst daraus die Aufgabe, das Niederdeutsche und das Friesische zu fördern und zu seiner Weiterentwicklung beizutragen.
- **Medienbildung:** Medien sind Bestandteil aller Lebensbereiche; wesentliche Teile der Umwelt sind nur medial vermittelt zugänglich. Schülerinnen und Schüler sollen in die Lage versetzt werden, selbstbestimmt, sachgerecht, sozial verantwortlich, kommunikativ und kreativ mit den Medien umzugehen. Dazu gehört auch die kritische Auseinandersetzung mit dem Bild von Wirklichkeit, das medial erzeugt wird. Schülerinnen und Schüler sollen den Einfluss der Medien

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

reflektieren und dabei erkennen, dass Medien (Nachrichten, Zeitungen, Bücher, Filme etc.) immer nur eine Interpretation, eine Lesart von Wirklichkeit bieten, und sie sollen sich bewusst werden, dass ihr vermeintlich eigenes Bild von Wirklichkeit durch die Medien (mit-)bestimmt wird.

- Berufs- und Studienorientierung: Diese ist integrativer Bestandteil im Unterricht aller Fächer und Jahrgangsstufen. Sie hat einen deutlichen Praxisbezug, zum Beispiel Betriebspraktika, schulische Veranstaltungen am Lernort Betrieb. Die Schulen haben ein eigenes Curriculum zur Berufs- und Studienorientierung, sie gewährleisten in Zusammenarbeit mit ihren Partnern, wie zum Beispiel der Berufsberatung, eine kontinuierliche Unterstützung der beruflichen Orientierung der Schülerinnen und Schüler. Ziel ist, dass alle Schülerinnen und Schüler nach dem Schulabschluss einen beruflichen Anschluss finden.

3 Grundsätze der Leistungsbewertung

Leistungsbewertung wird verstanden als Dokumentation und Beurteilung der individuellen Lernentwicklung und des jeweils erreichten Leistungsstands. Sie erfasst alle in den Fachanforderungen ausgewiesenen Kompetenzbereiche und berücksichtigt sowohl die Prozesse als auch die Ergebnisse schulischen Arbeitens und Lernens. Die Beurteilung von Leistungen dient der kontinuierlichen Rückmeldung an Schülerinnen, Schüler und Eltern, zudem ist sie für die Lehrkräfte eine wichtige Grundlage für Förderungs- und Beratungsstrategien. Die individuelle Leistungsbewertung erfüllt neben der diagnostischen auch eine ermutigende Funktion. Kriterien und Verfahren der Leistungsbewertung werden den Schülerinnen, Schülern und Eltern vorab offengelegt und erläutert. Schülerinnen und Schüler erhalten eine kontinuierliche Rückmeldung über den Leistungsstand. Diese erfolgt so rechtzeitig, dass die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben, aus der Rückmeldung zukünftige Lern- und Arbeitsstrategien abzuleiten.

In der Leistungsbewertung werden zwei Beurteilungsbereiche unterschieden: Unterrichtsbeiträge und Leistungsnachweise.

- Unterrichtsbeiträge umfassen alle Leistungen, die sich auf die Mitarbeit und Mitgestaltung im Unterricht oder im unterrichtlichen Kontext beziehen. Zu ihnen gehören sowohl mündliche als auch praktische und schriftliche Leistungen.
- Leistungsnachweise werden in Form von Klassenarbeiten und Leistungsnachweisen, die diesen gleichwertig sind, erbracht; sie decken die verbindlichen Leistungserwartungen der Fächer und die Kompetenzbereiche angemessen ab. Art und Zahl der in den Fächern zu erbringenden Leistungsnachweise werden per Erlass geregelt.

Besondere Regelungen

- Für Schülerinnen und Schüler mit anerkanntem sonderpädagogischen Förderbedarf, die zieldifferent unterrichtet werden, wird ein Förderplan mit individuell zu erreichenden Leistungserwartungen aufgestellt.
- Werden Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf entsprechend den Anforderungen der allgemein bildenden Schule unterrichtet, hat die Schule der Beeinträchtigung angemessen Rechnung zu tragen

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

(Nachteilsausgleich). Dies gilt ebenso für Schülerinnen und Schüler, die vorübergehend an der Teilnahme am Unterricht beeinträchtigt sind.

- Bei Schülerinnen und Schülern, deren Zweitsprache Deutsch ist, kann die Schule wegen zu geringer Deutschkenntnisse auf eine Leistungsbewertung in bestimmten Fächern verzichten.
- Besonderen Schwierigkeiten im Lesen und Rechtschreiben wird durch Ausgleichs- und Fördermaßnahmen gemäß Erlass begegnet.

Leistungsbewertung im Zeugnis

Die Leistungsbewertung im Zeugnis ist das Ergebnis einer sowohl fachlichen als auch pädagogischen Abwägung der erbrachten Unterrichtsbeiträge und Leistungsnachweise.

Es ist sicherzustellen, dass die Bewertung für die Unterrichtsbeiträge auf einer ausreichenden Zahl unterschiedlicher Formen von Unterrichtsbeiträgen beruht. Bei der Gesamtbewertung hat der Bereich der Unterrichtsbeiträge ein stärkeres Gewicht als der Bereich der Leistungsnachweise. Fachspezifische Hinweise zur Leistungsbewertung werden in den Fachanforderungen ausgeführt.

Vergleichsarbeiten

Vergleichsarbeiten in den Kernfächern sind länderübergreifend konzipiert und an den KMK-Bildungsstandards orientiert. Die Ergebnisse geben Aufschluss darüber, ob und inwieweit Schülerinnen und Schüler die in den Bildungsstandards formulierten Leistungserwartungen erfüllen.

Vergleichsarbeiten dienen in erster Linie der Selbstevaluation der Schule. Sie ermöglichen die Identifikation von Stärken und Entwicklungsbedarfen von Lerngruppen. Die Ergebnisse der Vergleichsarbeiten werden schulintern ausgewertet. Die Auswertungen sind Ausgangspunkt für Strategien und Maßnahmen der Unterrichtsentwicklung.

Vergleichsarbeiten gehen nicht in die Leistungsbewertung der einzelnen Schülerinnen und Schüler ein. Die Teilnahme an den Vergleichsarbeiten ist per Erlass geregelt.

Zentrale Abschlussprüfungen

Im Rahmen der Prüfungen zum Erwerb des Ersten allgemeinbildenden

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Schulabschlusses, des Mittleren Schulabschlusses und der Allgemeinen Hochschulreife werden in einigen Fächern Prüfungen mit zentraler Aufgabenstellung durchgeführt. Die Prüfungsregelungen richten sich nach den Fachanforderungen und den KMK-Bildungsstandards.

II Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I

1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe I

1.1 Grundlagen und Lernausgangslage

Grundlage dieser Fachanforderungen sind die Bildungsstandards der KMK für den Hauptschulabschluss und für den Mittleren Schulabschluss sowie das Kompetenzstufenmodell der KMK. Der Unterricht baut auf den in der Grundschule erworbenen Kompetenzen und durch die Bildungsstandards für die Primarstufe beschriebenen Kompetenzerwartungen auf.

Die Fachanforderungen formulieren Kompetenzerwartungen abschlussbezogen und konkretisieren damit für das Fach Mathematik die drei Anforderungsebenen Erster allgemeinbildender Schulabschluss, Mittlerer Schulabschluss und Übergang in die Oberstufe.

1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung

Kennzeichen mathematischer Arbeitsweise sind präziser Sprachgebrauch, Entwicklung klarer Begriffe, folgerichtige Gedankenführung und Argumentation, systematisches Vorgehen sowie das Erfassen von Zusammenhängen. Die mathematische Fachsprache wird im Laufe der Sekundarstufe I aus umgangssprachlichen Formulierungen entwickelt und beim Arbeiten an geeigneten Lerngegenständen präzisiert. Beim Entdecken von Gesetzmäßigkeiten sowie beim Vergleichen und Reflektieren von Lösungswegen bilden sich Denk- und Handlungsstrategien heraus. Durch Übung in den genannten Arbeitsweisen bilden sich einerseits tragfähige Grundvorstellungen aus, die das Fundament eines Repertoires von Begriffen und mathematischen Verfahren darstellen, andererseits erfahren die Schülerinnen und Schüler eine intensive Schulung des Denkens und des Abstraktionsvermögens.

Die Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik als geistige Schöpfung und als Werkzeug kennen, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrnehmen und verstehen zu können. Die Mathematik dient ferner dem Erwerb weitergehender, insbesondere heuristischer Fähigkeiten. Auf den beiden oberen Anforderungsebenen haben

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

innermathematische Fragestellungen die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie Anwendungen aus der Lebenswelt.

Mit dem Erwerb der Kompetenz, Sachverhalte zu beschreiben und zu analysieren, dabei fachliche Methoden der Mathematik in angemessener Weise anzuwenden und umzusetzen sowie die Ergebnisse strukturiert darzustellen, werden Schülerinnen und Schüler sowohl auf eine Berufsausbildung als auch auf den Unterricht in der Oberstufe vorbereitet.

Die Fachanforderungen Mathematik legen Erwartungen an mathematische Kenntnisse und Kompetenzen für Abschlüsse am Ende der Sekundarstufe I fest, die den Eintritt in eine berufliche Bildung ermöglichen, und definieren zugleich die Anschlussfähigkeit an die Oberstufe. Sie gelten sowohl für den acht- wie den neunjährigen gymnasialen Bildungsgang als auch für die Gemeinschaftsschule.

1.3 Didaktische Leitlinien

Die in den Bildungsstandards beschriebene Kompetenzorientierung ist verbindlich. Die Fachanforderungen formulieren dazu verbindliche Grundsätze für den Unterricht, weisen gleichermaßen verbindlich Kerninhalte aus und zeigen den notwendigen und den zulässigen Gestaltungsrahmen für Konkretisierungen auf, die im schulinternen Fachcurriculum formuliert werden müssen.

Lernumgebungen

Mathematikunterricht muss so geplant werden, dass durch das Arbeiten an den Leitideen allgemeine mathematische Kompetenzen erworben werden. Dazu wählen Lehrkräfte zielgerichtet Lernumgebungen aus. Diese umfassen geeignete mathematische Fragestellungen, Aufgabenformate und Lernformen wie zum Beispiel kooperative Lernformen oder individualisiertes Lernen. Diese Lernumgebungen müssen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen, bereits erworbene Fertigkeiten und Fähigkeiten situationsgerecht zur Lösung von Problemen einzusetzen. Ziele einer derartigen Vorgehensweise sind der kumulative Kompetenzaufbau und die Vernetzung von Inhalten.

Grundvorstellungen

Ein Rückgriff auf vorangegangene Unterrichtsinhalte kann nur bei nachhaltigem Arbeiten erfolgreich sein. Geeignete Lernumgebungen veranlassen Schülerinnen und Schüler, reflektiert Basiswissen abzurufen. Eigenständig und zielgerichtet gelingt ihnen dies eher, wenn im vorangegangenen Unterricht der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen Priorität hatte. Beispielsweise ist in der Leitidee Zahl eine verstehensorientierte Vorgehensweise bei Zahlbereichserweiterungen zwingend, damit die Bedeutung der Zahlen und der Rechenoperationen gedanklich durchdrungen werden kann. Ein überwiegend an Rechenverfahren orientiertes Vorgehen ist demgegenüber äußerst anfällig für Fehlvorstellungen, Verwechslungen und Vergessen. In der Algebra zum Beispiel ist die Interpretation von Variablen und Termen eine notwendige Voraussetzung für eine Einsicht in das formale Rechnen.

Themenstränge

Das Erkennen eines Themenstranges geschieht durch den vertikal ordnenden didaktischen Blick auf Inhalte und das Fällen von Entscheidungen bezüglich Reihenfolge und Schwerpunktsetzungen über mehrere Jahrgangsstufen hinweg. Beispielsweise bietet die Leitidee Messen die Gelegenheit, schon in den Jahrgangsstufen 5 und 6 propädeutisch mit Variablen und Termen für Längen, Flächen- und Rauminhalte zu arbeiten, ehe diese in den Jahrgangsstufen 7 und 8 stärker formal behandelt werden. Der in der Sekundarstufe I wichtige Themenstrang ‚Berechnungen an Körpern‘ berührt die Inhalte Größe, Variable, Term, Gleichung, aber auch Körpernetze, Schrägbilder und andere. Es ist Aufgabe der Fachkonferenz, sich bei der Erarbeitung eines schulinternen Fachcurriculums derartige Themenstränge bewusst zu machen.

Darstellungsebenen

Beim Aufbau von Grundvorstellungen gilt es, an die subjektiven Vorerfahrungen der Lernenden konsequent anzuknüpfen und die Darstellungsebenen enaktiv – ikonisch – symbolisch zu nutzen. Das Hantieren mit konkretem Material steht am Anfang vieler Lernprozesse. Die Sprache ist stets der Mittler beim Wechsel zwischen Darstellungsebenen. Das Zurückgreifen auf konkretes Material verhindert unter anderem, dass aus subjektiven Vorerfahrungen erwachsene Fehlvorstellungen weiter verfolgt werden. Über Handlungen werden Bildsequenzen erzeugt, die in

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

normative Sprache und symbolische Schreibweisen überführt werden. Erst wenn auf Grundvorstellungen zurückgegriffen werden kann, sind die Voraussetzungen dafür geschaffen, dass die Lernenden und die Lehrkraft beim Verwenden von Begriffen inhaltlich das Gleiche, das Normative, darunter verstehen. Die Lehrkraft muss im Unterricht die Fachsprache korrekt und angemessen verwenden. Ziel des Unterrichts ist, dass die Lernenden die Fachsprache auf angemessenem Niveau korrekt verwenden. Auf dem Weg zu diesem Ziel muss die Lehrkraft unterstützend durch Wortschatzarbeit sowie durch Vermittlung von Methoden zum Textverständnis (für das Hören und Lesen) und zur Textproduktion (für das Sprechen und Schreiben) die eigenständige, bewusste schriftliche Fixierung von Lösungsstrategien und Lernergebnissen einfordern und fördern („Lernen auf eigenen Wegen mit eigenen Worten“).

Themenorientiertes Arbeiten

Themenorientiertes Arbeiten ist das bewusste Aufgreifen von Kontexten aus der realen Welt, die sich für das Erarbeiten und zum Teil für das Anwenden mathematischer Inhalte – unter Umständen über einen längeren Zeitraum – eignen. Themen verbinden die fachlichen Konzepte der Mathematik mit lebensweltlichen Vorstellungen und aktuellen Bezügen. Sie stellen eine Brücke zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken her. In diesem Sinne ist themenorientiertes Arbeiten verbindlich. Im Unterricht wird es neben themenorientiertem Arbeiten Phasen geben, in denen Inhalte und mathematische Verfahren lehrgangsartig eingeführt werden oder in denen wiederholt oder geübt wird.

Aufgabenauswahl – Analyse des Lernpotenzials von Aufgaben

Mathematikaufgaben haben im Unterricht grundsätzlich vier verschiedene Funktionen: Lernen, Trainieren, Testen und Nachweisen von Leistungen. Für die Planung und die individuelle Begleitung von Lernprozessen ist die Fähigkeit der Lehrkraft, das Potenzial einer Aufgabe zu analysieren, von entscheidender Bedeutung. Dazu müssen folgende Fragen beantwortet werden: Welche Lösungen sind zu erwarten? Auf welche Grundvorstellungen wird zurückgegriffen? Welche Fehlvorstellungen sind zu erwarten? Welche Kompetenzen werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen? Wodurch initiiert diese Aufgabe einen

Kompetenzzuwachs? Welche Aufgabenvariationen provozieren ein tieferes Verständnis? Wie weit bereitet die Aufgabenstellung Lernschritte und Begriffsbildungen vor?

Lernaufgaben werden vorwiegend bei der Erarbeitung neuer Inhalte eingesetzt. Um möglichst allen Schülerinnen und Schülern den Zugang zu den Inhalten zu ermöglichen, sind offene Aufgabenformate zu bevorzugen, die verschiedene Zugänge, verschiedene Lösungswege und Darstellungen der Lösung zulassen. Offene Lernaufgaben haben zugleich ein diagnostisches Potenzial, um Vorkenntnisse, gegebenenfalls eingeführte Schreibweisen und auch Fehlvorstellungen zu ermitteln. Beim Einsatz offener Aufgabenformate ist es günstig, wenn auf konkretes Material zurückgegriffen werden kann, um gegebenenfalls bei der Bearbeitung der Aufgabe die Darstellungsebenen („Anfassen, Erfassen, Verinnerlichen“) nutzen zu können. Sowohl eine Materialsammlung mit offenen Lernaufgaben als auch die Anschaffung, Aufbewahrung und Verwendung des konkreten Materials sollte den Jahrgangsteams innerhalb der Fachschaft bei der Ausgestaltung des schulinternen Fachcurriculums obliegen.

Trainingsaufgaben sollen nicht ausschließlich auf das isolierte Einüben bestimmter Fertigkeiten zugeschnitten sein, sondern das intelligente Üben unterstützen. Formen des intelligenten Übens sind reflektierendes Üben, Nutzung von strukturierten Aufgaben, entdeckendes Üben, produktives Spielen sowie Einsatz von Fermiaufgaben. Allen fünf Formen liegt jeweils eine übergeordnete Fragestellung zugrunde, deren Beantwortung die erforderliche mathematische Tätigkeit auf ein Ziel orientiert (kognitive Schüleraktivierung); dabei werden häufig prozessbezogene Kompetenzen aktiviert und weitergehende Erkenntnisse gewonnen (didaktischer Mehrwert). Gestufte Aufgabensets sind eine Möglichkeit, differenziert zu üben, dabei die Anforderungsbereiche abzudecken und durch einen gemeinsamen Aufgabenstamm das gemeinsame Lernen zu unterstützen. Blütenaufgaben initiieren darüber hinaus bewusste Aufgabenvariationen durch die Lernenden.

Testaufgaben können im Unterricht zu diagnostischen Zwecken eingesetzt werden. Dabei ist schwerpunktmäßig das Ermitteln von Vorkenntnissen und Fehlvorstellungen, aber nicht das Ermitteln einer Note intendiert.

Leistungsaufgaben müssen valide formuliert sein, um die Leistungen der Lernenden gerecht und praktikabel bewerten zu können (siehe Kapitel II.5). Dabei ist die Bedeutung der auch in Abschlussarbeiten verwendeten Operatoren den Schülerinnen und Schülern von Beginn an zu vermitteln.

Auch wenn an dieser Stelle zwischen den verschiedenen Funktionen von Aufgaben aus systematischen Gründen unterschieden wird, so wird in der Praxis eine Aufgabe häufig mehreren Zwecken dienen. Beispielsweise kann eine gute Trainingsaufgabe Elemente einer Lernaufgabe enthalten oder tiefe diagnostische Einblicke ermöglichen.

Offene Lernaufgaben sowie Aufgaben zum intelligenten Üben sind eine gute Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler auf jeder Anforderungsebene differenziert zu fördern und zu fordern. Diese Aufgabenformate entsprechen am besten dem Grundgedanken des gemeinsamen Lernens. Nach Anforderungsebenen differenzierte Aufgaben ermöglichen es, diesem Anspruch auch bei Leistungsnachweisen zu genügen (siehe Kapitel II.5).

1.4 Anforderungsebenen und Anforderungsbereiche

In den Fachanforderungen für die Sekundarstufe I werden die angestrebten Kompetenzen und die zentralen Inhalte auf drei **Anforderungsebenen** ausgewiesen:

- Erster allgemeinbildender Schulabschluss (ESA),
- Mittlerer Schulabschluss (MSA),
- Übergang in die Oberstufe.

Für die Gestaltung des Unterrichts, die Erstellung von Aufgaben und die Bewertung von Unterrichtsbeiträgen und Leistungsnachweisen sind auf allen drei Anforderungsebenen die folgende Anforderungsbereiche der KMK-Bildungsstandards zu berücksichtigen:

- **Anforderungsbereich I: Reproduzieren**

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

- **Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen**

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

- **Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren**

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten unter anderem mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Im Unterricht müssen für jede Schülerin und jeden Schüler die drei Anforderungsbereiche angemessen angeboten und entsprechende Leistungen von ihnen eingefordert werden. Das ist unabhängig von der Anforderungsebene, auf der die Lernenden sich individuell befinden, zu gewährleisten.

Daraus folgt insbesondere, dass Schülerinnen und Schüler, die auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses erfolgreich arbeiten, auch auf dieser Anforderungsebene mit den drei Anforderungsbereichen konfrontiert werden müssen. Das kann durch die Gestaltung von Lernumgebungen, insbesondere durch die Aufgabenauswahl gewährleistet werden.

Nur wenn über reproduzierende Tätigkeiten hinausgehend im Anforderungsbereich II eigenständig erfolgreich gearbeitet wird, kann von mathematischer Kompetenz gesprochen werden.

Die Berücksichtigung von Anforderungsebenen kann gelegentlich zieldifferenten Unterrichten erfordern. Das gilt auch für die Begabtenförderung und für Schülerinnen und Schüler mit hohem Förderbedarf. Dazu kann es erforderlich sein, eine zusätzliche Betreuung heranzuziehen oder zeitweilig in getrennten Räumen zu arbeiten. In besonders gelagerten Einzelfällen ergeben sich die Anforderungen aus

den im Förderplan genannten Zielen und können von den Fachanforderungen abweichen.

1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge

Der sachgerechte Umgang mit mathematischen Werkzeugen und Hilfsmitteln ist Teil des Unterrichts. Neben dem wissenschaftlichen Taschenrechner und der Formelsammlung dienen in bestimmten Phasen auch die Tabellenkalkulation, das dynamische Geometriesystem und gegebenenfalls das Computer-Algebra-System als mathematisches Werkzeug. Die Einführung in den Gebrauch dieser Werkzeuge ist Gegenstand des Unterrichts.

1.5.1 Einsatz digitaler mathematischer Werkzeuge

Der **wissenschaftliche Taschenrechner** wird eingeführt, nachdem die Einführung der rationalen Zahlen entsprechend weit vorangeschritten ist. Vor diesem Zeitpunkt ist ein punktueller Einsatz von Taschenrechnern möglich, zum Beispiel zur Überprüfung schriftlicher Rechnungen. Die Einführung des wissenschaftlichen Taschenrechners in Jahrgangsstufe 7 ist verbindlich und muss bis zum Ende des Schuljahrs erfolgt sein. Dies umfasst die sachgerechte Bedienung des Gerätes, die kritische Bewertung von Ergebnissen und ihre Rückübersetzung in mathematische Fachsprache und Notation. Die Einführung des Taschenrechners bietet die Gelegenheit, aus einer neuen Perspektive bewusst die Struktur von Termen, die Priorität von Rechenoperationen, die Bedeutung von Klammern und die Darstellung von Zahlen zu durchdenken.

Einerseits sind Details wie Anzeigeformat, Weiterarbeiten mit nicht gerundeten Zwischenergebnissen und Nutzung der Speicher zu behandeln, andererseits muss deutlich werden, wie Ansatz und Ergebnis einer Rechnung angemessen schriftlich zu dokumentieren sind. Die kritische Bewertung von Ergebnissen umfasst sinnvolles Runden, Überschlagsrechnungen sowie Kontrollstrategien. Beispielsweise kann durch eine Testaufgabe mit einfachen Zahlen geprüft werden, ob die geplanten Bedienungsschritte zum erwarteten Ergebnis führen.

Bei der Einführung neuer Rechenarten oder Funktionen (zum Beispiel Potenzrechnung, trigonometrische Funktionen) ist jeweils auch auf die sachgerechte Bedienung des Taschenrechners einzugehen. Ebenso muss die Nutzung von

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Möglichkeiten wie das automatische Erstellen von Wertetabellen für Funktionen und die numerische Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen im Unterricht der Sekundarstufe I behandelt werden.

Die **Tabellenkalkulation** hat eine große Bedeutung in der Lebens- und Arbeitswelt. Bereits ab Jahrgangsstufe 5 gibt es zahlreiche Anlässe, Tabellenkalkulationsprogramme einzusetzen, beispielsweise zur grafischen Darstellung von Daten. Das Rechnen mit absoluten und relativen Zellbezügen („Formeln“) kann propädeutisch den Umgang mit Variablen in Termen vorbereiten. Die Analyse und das eigenständige Schreiben von einfachen Dateien, die mit Zellbezügen rechnen, sind verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Dabei ist es sinnvoll, möglichst das gleiche Tabellenkalkulationsprogramm beizubehalten, um die kompetente Bedienung über die Schuljahre hinweg zu erweitern. Darüber hinaus kann die Tabellenkalkulation als Medium für Approximationen, Simulationen und Visualisierungen eingesetzt werden.

Dynamische Geometriesysteme (DGS) bieten zahlreiche didaktische Vorteile: ein genaues Durchdenken von Konstruktionen, eine vereinfachte symbolische Notation von Konstruktionsbeschreibungen, die dynamische Visualisierung mit dem Zugmodus, genaues Messen zur Vorbereitung von Verallgemeinerungen. Die Bedienung und angemessene Nutzung eines dynamischen Geometriesystems ist verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Dabei ist es sinnvoll, möglichst das gleiche Programm beizubehalten, um die kompetente Bedienung über die Schuljahre hinweg zu erweitern. Darüber hinaus können dynamische Geometriesysteme als Funktionsplotter und für grafische Animationen als Medien eingesetzt werden.

Computer-Algebra-Systeme (CAS) können im Unterricht eingesetzt werden, ihr Einsatz ist jedoch nicht verbindlich vorgeschrieben. Die Geräte oder Programme unterscheiden sich von wissenschaftlichen Taschenrechnern dadurch, dass sie symbolisch (mit Variablen) rechnen können. Ein zeitweiliger Einsatz zu besonderen Zwecken ist möglich, beispielsweise als Funktionsplotter. Didaktisch wertvoll ist die Möglichkeit, Befehle für einzelne Äquivalenzumformungsschritte einzugeben, um das Lösen von Gleichungen zu üben. Die Lehrkraft entscheidet über den zeitweiligen Einsatz des CAS in der Lerngruppe.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Eine ständige Nutzung von CAS-Rechnern ist möglich. Dies setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus. Der Beschluss gilt jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Klasse oder aller Parallelklassen. Bei Klassenarbeiten sind die Vorgaben für den CAS-Einsatz in der schriftlichen Abiturprüfung in ihrer jeweils gültigen Fassung sinngemäß zu beachten. Im Hinblick auf die zentralen Abschlussprüfungen der Sekundarstufe I ist zu gewährleisten, dass die Schülerinnen und Schüler über ausreichende Fertigkeiten im Umgang mit dem wissenschaftlichen Taschenrechner verfügen.

Der Einsatz des CAS ist nur sinnvoll, wenn parallel zu seinem Einsatz ein grundlegendes Verständnis der entsprechenden Objekte und Verfahren im Unterricht vermittelt wird. Hierbei können auch die Möglichkeiten des CAS für Simulationen, Animationen und experimentell entdeckendes Arbeiten genutzt werden. Bei einer Einführung in der Sekundarstufe I ist aus diesem Grund der Zeitpunkt sorgfältig abzuwägen. Einer Einführung in die sachgerechte Bedienung des Geräts kommt eine besonders hohe Bedeutung zu.

Die sachgerechte Nutzung von digitalen Werkzeugen schließt auch die Werkzeugwahl ein. Das bedeutet nicht nur die Entscheidung für die Nutzung eines bestimmten Programms oder einer bestimmten Gerätefunktion, sondern eventuell auch den Verzicht auf Hilfsmittel, weil Schätzen, Skizzieren oder Kopfrechnen schneller zum Ziel führen. In jedem Fall muss der Unterricht so angelegt werden, dass die ausreichende Beherrschung numerischer und algebraischer Verfahren ohne Hilfsmittel sichergestellt ist.

Die technologische Entwicklung wird neue Plattformen für digitale mathematische Werkzeuge hervorbringen. Beispielsweise sind Tabellenkalkulation, dynamisches Geometriesystem und Computer-Algebra-System als Software für Tablet PCs verfügbar.

Über einen zeitweiligen Einsatz entscheidet die Lehrkraft. Der ständige Einsatz neuer Plattformen für mathematische Werkzeuge setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus, die jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der

Klasse oder aller Parallelklassen gelten. Die obigen Bestimmungen zum ständigen Einsatz des CAS-Rechners gelten sinngemäß.

1.5.2 Einsatz von Formelsammlungen

In Abschlussprüfungen dürfen zugelassene Formelsammlungen verwendet werden. Es liegt in der didaktischen Verantwortung der Lehrkräfte, die sachgerechte Verwendung von Formelsammlungen in angemessenem Umfang im Unterricht zu üben. Zu den Merkmalen guter Formelsammlungen gehören die Definition verwendeter Variablen, bei geometrischen Sachverhalten gegebenenfalls die Verdeutlichung an einer Zeichnung sowie Hinweise auf den Gültigkeitsbereich. Die Fachkonferenz entscheidet, welche der zulässigen Formelsammlungen eingesetzt werden soll.

2 Kompetenzbereiche

In den Bildungsstandards wird unterschieden zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen (prozessbezogenen Kompetenzen) und Leitideen, die inhaltsbezogene Kompetenzen beschreiben. Mit dem Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen wird zugleich ein wichtiger Beitrag des Faches Mathematik zum Erwerb überfachlicher Kompetenzen (Methodenkompetenz, Sozial- und Selbstkompetenz) geleistet.

2.1 Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Die Bildungsstandards der KMK weisen sechs allgemeine mathematische Kompetenzen aus und formulieren Kompetenzerwartungen in den drei Anforderungsbereichen I (Reproduktion), II (Zusammenhänge herstellen) und III (Verallgemeinern und Reflektieren).

K1 Mathematisch argumentieren

Dazu gehört, Begründungen eigenständig zu entwickeln, aber auch, Argumentationen nachzuvollziehen, zu hinterfragen und zu bewerten. Für Routineargumentationen können Rechnungen, Verfahren, Herleitungen sowie Sätze, die aus dem Unterricht vertraut sind, herangezogen werden.

- I. I Routineargumentationen wiedergeben, mit Alltagswissen argumentieren
- II. überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern oder entwickeln, Lösungswege beschreiben und begründen, Ergebnisse im Kontext bewerten, Zusammenhänge und Strukturen erläutern
- III. komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln, verschiedene Argumentationen vergleichen und bewerten, Vermutungen begründet äußern und hinterfragen

K2 Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört, Probleme zu erkennen und zu formulieren, Problemlösestrategien auszuwählen, sie einzusetzen sowie Lösungen und Lösungswege zu bewerten.

- I. Routineaufgaben lösen, „sich zu helfen wissen“, einfache Probleme mit bekannten Verfahren lösen, einfache Probleme experimentell lösen

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- II. aus dem Repertoire bekannter Strategien und Verfahren geeignete Lösungsstrategien auswählen, mehrere bekannte Verfahren kombinieren, heuristische Hilfsmittel und Strategien anwenden, Probleme selbst formulieren, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen
- III. anspruchsvolle Probleme lösen, das Finden von Lösungsideen sowie die Lösungswege reflektieren

K3 Mathematisch modellieren

Dazu gehört, passende mathematische Modelle eigenständig zu konstruieren, aber auch, vorgegebene Modelle anzuwenden, zu verstehen und zu bewerten sowie beim Mathematisieren, Interpretieren und Validieren situationsgerecht zwischen Realsituation und mathematischer Beschreibung zu wechseln.

- I. vertraute und direkt erkennbare Modelle nutzen, einfachen Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematische Objekte zuordnen, Resultate am Kontext prüfen
- II. mehrschrittige Modellierungen vornehmen, Ergebnisse einer Modellierung interpretieren und an der Ausgangssituation prüfen, einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen
- III. komplexe oder unvertraute Situationen modellieren, verwendete mathematische Modelle reflektieren und kritisch beurteilen

K4 Mathematische Darstellungen verwenden

Zu den mathematischen Darstellungen gehören unter anderem Diagramme, Graphen, Tabellen, Terme, Gleichungen, Skizzen und Konstruktionen. Zu der Kompetenz, mathematische Darstellungen sachgerecht zu verwenden, gehört unter anderem das Entnehmen von Informationen, aber auch das Auswählen und Wechseln der Darstellungsform sowie das Beurteilen ihrer Aussagekraft.

- I. vertraute, geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen nutzen oder anfertigen
- II. Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen, zwischen Darstellungsformen wechseln

- III. eigene Darstellungen entwickeln, verschiedene Formen der Darstellung zweckentsprechend beurteilen, nicht vertraute Darstellungen lesen und ihre Aussagekraft beurteilen

K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Hierzu gehört, Operationen mit mathematischen Objekten auszuführen, mathematische Werkzeuge wie Zeichengeräte, Taschenrechner, mathematische Software sachgerecht zu verwenden und Informationsquellen wie Formelsammlungen auszuwählen und selbstständig zu verwenden.

- I. Routineverfahren verwenden, mit vertrauten Formeln und Symbolen umgehen, mathematische Werkzeuge in Situationen nutzen, in denen ihr Einsatz geübt wurde
- II. Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen, symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt, mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen, Diagrammen und geometrischen Objekten arbeiten, mathematische Werkzeuge sachgerecht auswählen und einsetzen
- III. Effizienz von Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten, Möglichkeiten/Grenzen mathematischer Werkzeuge reflektieren

K6 Mathematisch kommunizieren

Hierzu gehört, Informationen aus Texten, Wortbeiträgen oder sonstigen Quellen zu entnehmen sowie Überlegungen und Resultate unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache darzulegen.

- I. einfache mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken, aus kurzen, einfachen mathematikhaltigen Texten sowie aus Grafiken und Abbildungen Informationen entnehmen, auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren
- II. Überlegungen, Lösungswege oder Ergebnisse verständlich darstellen, komplexe mathematikhaltige Texte, Grafiken und Abbildungen sinnentnehmend erfassen, die Fachsprache adressatengerecht verwenden,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten eingehen, mit Fehlern konstruktiv umgehen

- III. komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich präsentieren, komplexe mathematische Texte sinnentnehmend erfassen, Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten bewerten

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind untrennbar mit den Leitideen verbunden. Sie werden von den Lernenden in aktiver Auseinandersetzung mit Fachinhalten erworben. Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese unabhängig von speziellen Inhalten in verschiedenen Leitideen eingesetzt werden kann.

Jede dieser Kompetenzen kann beim Arbeiten an praktisch jeder inhaltsbezogenen Kompetenz erworben oder erweitert werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass der Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen ohne weiteres Zutun der Lehrkraft automatisch Nebenprodukt des Unterrichts ist.

Für kompetenzorientierten Unterricht bedeutet dies, dass die Planung sich konsequent an den Prozesskontexten ‚Erfinden/Entdecken‘, ‚Prüfen/Beweisen‘, ‚Überzeugen/Darstellen‘ und ‚Vernetzen / Anwenden‘ orientieren muss.

2.2 Die mathematischen Leitideen

Dieser Abschnitt der Fachanforderungen benennt in Tabellenform Kerninhalte des Mathematikunterrichts so, dass deren einzelne Elemente didaktisch stimmig in Beziehung zueinander stehen. Die Nennung verbindlicher Inhalte ist nach den fünf Leitideen geordnet und erfolgt auf mittlerem Konkretionsgrad.

Es wird auf eine Zuordnung nach Jahrgangsstufen sowie auf Vorgaben zum zeitlichen Umfang von Unterrichtseinheiten verzichtet. Im Vordergrund steht der kumulative Kompetenzaufbau, hier schwerpunktmäßig nach inhaltsbezogenen Kompetenzen innerhalb der Leitideen formuliert.

Im Sinne der besseren Lesbarkeit wurde auf Querverweise verzichtet, vielmehr werden bestimmte Inhalte in verschiedenen Leitideen mehrfach aufgeführt, um Vernetzungen deutlich zu machen. Beispielsweise sind einfache Diagramme sowohl

der Leitidee ‚Funktionaler Zusammenhang‘ als auch der Leitidee ‚Daten und Zufall‘ zugeordnet.

Aufbau der Tabellen

Die Leitideen werden durch die Ausweisung verbindlicher Kerninhalte für die drei Anforderungsebenen konkretisiert; die grundlegenden Anforderungen werden normal gedruckt (Erster allgemeinbildender Schulabschluss), die höheren Anforderungsebenen werden **fett dargestellt (zusätzlich für den Mittleren Schulabschluss)** sowie *kursiv und fett dargestellt (zusätzlich für den Übergang in die Oberstufe)*. Der normal gedruckte Anteil überwiegt und macht deutlich, dass diese Inhalte verbindlich für alle Anforderungsebenen sind und damit die Forderung nach angemessener mathematischer Grundbildung erhoben wird. Durch die Kennzeichnung der Anforderungsebenen werden Mehrfachnennungen vermieden. Gleichzeitig wird der Umfang des gemeinsamen Lernens deutlich. Konkret kann der gleiche Inhalt auf jeder Anforderungsebene durch eine veränderte Aufgabenformulierung bearbeitet werden.

In der linken Spalte wird ausgeführt, über welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler am Ende der Sekundarstufe I verfügen sollen. Diese Kompetenzerwartungen beschreiben die Anforderungen der zentralen Abschlüsse oder die Anschlussfähigkeit zur Oberstufe. Für die Formulierungen in der linken Spalte werden vorzugsweise Operatoren gewählt, um den unterschiedlichen Anforderungsebenen zu entsprechen. Alle Kompetenzbeschreibungen der linken Spalte beziehen sich auf alle Begriffe und Hinweise in den beiden anderen Spalten bis zur nächsten waagerechten Trennlinie.

In der mittleren Spalte werden vorzugsweise durch Nennen von Begriffen mathematische Themen und Inhalte verbindlich ausgewiesen. Die Anordnung entspricht soweit möglich der sachlogischen Reihenfolge. Jedoch beziehen sich, um Doppelungen zu vermeiden, bestimmte Kompetenzbeschreibungen auf mehrere Objekte gleichermaßen. Beispielsweise wird die Kompetenz ‚wechseln situationsgerecht zwischen den vier Darstellungsformen einer Funktion‘ nur einmal aufgeführt, sie wird in verschiedenen Jahrgangsstufen für proportionale, lineare, quadratische, exponentielle und trigonometrische Funktionen erworben oder

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

erweitert. Durch diese Auflistung von Inhalten werden Themenstränge angedeutet, die auf jeden Fall eine konkrete Ausgestaltung im schulinternen Fachcurriculum gemäß den oben ausgeführten verbindlichen Grundsätzen erforderlich machen. Gleiches gilt für Unterrichtseinheiten.

In der rechten Spalte stehen Vorgaben und didaktische Hinweise. Einige Hinweise beziehen sich auf den Aufbau von Grundvorstellungen und auf Vernetzungsmöglichkeiten, andere empfehlen eine didaktisch günstige Vorgehensweise. An einzelnen Stellen befinden sich verbindliche Vorgaben.

Trotz Unterscheidung der Kompetenzbeschreibungen und Inhalte nach Anforderungsebenen kann in der tabellarischen Darstellung nur ansatzweise deutlich werden, durch welche Aufgabenformate sich im Unterricht die Anforderungsebenen abdecken lassen. So ist der Satz des Pythagoras für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, für den Mittleren Schulabschluss und für den Übergang in die Oberstufe relevant. Offene Lernaufgaben sind geeignet, um Eigenschaften eines Dreiecks und Beziehungen zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen handlungsorientiert zu untersuchen. Durch natürliche innere Differenzierung werden beim gemeinsamen Lernen alle Anforderungsebenen angesprochen. Leistungsaufgaben für diese Anforderungsebenen unterscheiden sich dagegen deutlich.

2.2.1 Leitidee 1: Zahl

Aus der Grundschule sind die natürlichen Zahlen und das Operieren mit ihnen vertraut. In der Sekundarstufe I führen Zahlbereichserweiterungen zu den rationalen und den reellen Zahlen. Variablen, Terme und Gleichungen werden eingeführt und vielfältig in Sachzusammenhängen sowie innermathematisch genutzt. Das sachgerechte Operieren basiert auf tragfähigen Grundvorstellungen von diesen mathematischen Objekten.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden einfache zahlentheoretische Kenntnisse an,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- stellen Zahlen auf verschiedene Weisen situationsgerecht dar und wechseln zwischen diesen Darstellungsformen,
- begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen,
- führen Grundrechenarten in den jeweiligen Zahlenbereichen durch,
- berechnen Werte von Termen,
- beschreiben Terme mithilfe von Fachausdrücken,
- nutzen Überschlagstechniken und Rechenvorteile,
- nutzen den Taschenrechner situationsgerecht,
- stellen Anteile situationsgerecht als Brüche oder Prozentsätze dar,
- ziehen die Prozent- und Zinsrechnung zur Lösung realitätsnaher Probleme heran,
- berechnen Werte von gegebenen Termen mit Variablen,
- stellen Terme situationsgerecht auf, **formen sie mithilfe von Rechengesetzen um und interpretieren sie,**
- nutzen den Taschenrechner sowie die Tabellenkalkulation situationsgerecht,
- entscheiden sich für eine geeignete Strategie zur Lösung einer gegebenen Gleichung,
- **nutzen den Taschenrechner zum Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen,**
- stellen aus inner- und außermathematischen Situationen Gleichungen, Ungleichungen **und Gleichungssysteme** auf, lösen sie und interpretieren ihre Lösungsmenge,
- modellieren mit geeigneten Gleichungen Realsituationen,
- **begründen Rechengesetze für Potenzen und wenden diese an,**
- **stellen Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen von Zahlen,**
- **rechnen mit Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise.**

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Teiler und Vielfache
- gemeinsame Teiler und gemeinsame Vielfache
- Teilbarkeitsregeln
- **Verknüpfung von Teilbarkeitsregeln**

- Primzahlen
- **Primfaktorzerlegung**
- natürliche Zahlen:
 - Zahlenstrahl, Anordnung
 - Stellenwerttafel
 - Runden
- rationale Zahlen:
 - Bruch/Bruchzahl
 - Zahlengerade, Anordnung
 - erweitern und kürzen
 - Bruchzahlen als Größen, Anteile, Verhältnisse und Operatoren
 - abbrechende und einfache periodische Dezimalbrüche
 - Stellenwerttafel
 - Runden
 - Prozentsatz
- ganze Zahlen:
 - Betrag, Vorzeichen
 - Zahlengerade, Anordnung
- **reelle Zahlen:**
 - **nicht-abbrechende, nicht-periodische Dezimalzahlen als irrationale Zahlen**
- Ziehen von Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner
- **Quadratwurzeln als symbolische Schreibweise für bestimmte reelle Zahlen**
- **Zahlengerade, Anordnung**
- Kopfrechnen
- schriftliche Rechenverfahren
- schrittweise Berechnung des Werts eines Terms ohne Variablen unter Beachtung der Vorrangregeln
- Umformen von Termen ohne Variablen mithilfe der Klammerregeln;
- Assoziativgesetz, Kommutativgesetz, Distributivgesetz
- Überschlagsrechnungen
- sinnvolles Runden

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz
- Kapital, Zinsen, Zinssatz, **Zinseszins**
- Festlegung der Variablenbedeutung
- Wert eines Terms
- Aufstellen von Termen
- **gleichwertige Terme**
- einfache **und komplexe** Termumformungen
- **Multiplikation von Summen, Faktorisieren**
- **Binomische Formeln, quadratische Ergänzung**
- Probiervorgang zum Lösen von Gleichungen
- gedankliches Anwenden der Umkehroperation beim Lösen von einfachen Gleichungen
- lineare Gleichungen
- Äquivalenzumformungen
- Lösungen von Gleichungen
- einfache Ungleichungen
- **quadratische Gleichungen (quadratische Ergänzung, Faktorisierung)**
- **lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen**
- **mindestens zwei der vier Lösungsverfahren (Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren, Additionsverfahren, grafische Lösung)**
- ***über- und unterbestimmte Systeme***
- **Exponentialgleichungen**
- **Logarithmen**
- **Potenz, Basis, Exponent, Potenzwert**
- **Potenzgesetze**
- **negative und gebrochene Exponenten**
- **wissenschaftliche Schreibweise**

Vorgaben und Hinweise:

Es wird empfohlen, der Bruchrechnung keine umfangreiche, separate Unterrichtseinheit zur Teilbarkeitslehre vorzuschalten. Zahlentheoretische Fragen können im Zusammenhang mit der Bruchrechnung behandelt werden oder als Anwendung in Sachsituationen.

Ein auf Verständnis angelegtes Operieren mit Vielfachen oder Teilern ist der algorithmischen Bestimmung von ggT und kgV vorzuziehen. Das schrittweise Kürzen ist beim praktischen Rechnen in der Regel einfacher als eine separate Bestimmung des ggT als Kürzungszahl und sollte daher bevorzugt werden.

Im fünfjährigen Bildungsgang der Sekundarstufe I entscheidet die Fachschaft, ob als erste Zahlbereichserweiterung die positiven Bruchzahlen oder die ganzen Zahlen eingeführt werden.

Bei der Einführung irrationaler Zahlen kann mit wenigen einfachen Beispielen der Grundgedanke der Approximation verdeutlicht werden.

Für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss genügt es, das Ziehen von Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner als Rechenoperation einzuführen, zum Beispiel im Zusammenhang mit Längenberechnungen.

Das prinzipielle Verständnis der Rechenregeln und das Verständnis für die Struktur von Termen sollte im Vordergrund stehen.

Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses sind die Division von Brüchen und die schriftliche Division mit mehrstelligen Divisoren nicht erforderlich.

Näherungswerte für erwartete Ergebnisse sollten gezielt durch Schätzen und Überschlagen ermittelt und zur Kontrolle von Ergebnissen genutzt werden.

Die Prozentrechnung stellt eine Anwendung der bekannten Berechnung von Bruchteilen (Prozentwerten) durch Multiplikation des Ganzen (Grundwertes) mit dem Anteil (Prozentsatz) dar.

Eine verständnisorientierte Berechnung kann auch mithilfe proportionaler Zuordnungen durchgeführt werden.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Der Schwerpunkt sollte im Aufstellen und Interpretieren von Termen mit Variablen gesetzt werden.

Auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses liegt der Schwerpunkt im Einsetzen von Zahlen und im Berechnen von Werten.

Die Tabellenkalkulation kann propädeutisch für die Einführung von Variablen genutzt werden. Es kann experimentell untersucht werden, welchen Einfluss das Verändern von Variablenwerten (zum Beispiel Verdoppelung oder Erhöhung um 1) auf den Wert eines Terms hat.

Grafische Darstellungen dienen der Veranschaulichung der Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen. Das Lösen von quadratischen Gleichungen sollte zum Beispiel erst nach der Betrachtung von quadratischen Funktionen erfolgen. Beim Lösen quadratischer Gleichungen sollte für die quadratische Ergänzung die gleiche Schreibweise gewählt werden wie beim Überführen quadratischer Funktionen in die Scheitelpunktsform.

Unterrichtsziel ist nicht das schematische Anwenden einer Lösungsformel, sondern ein auf Verständnis basierendes Vorgehen beim Lösen quadratischer Gleichungen mit einem Repertoire an Strategien (zum Beispiel Ausklammern). Die Herleitung einer Lösungsformel ist mithilfe der quadratischen Ergänzung vorzubereiten. Auch eine Einführung in die technische Bedienung des Taschenrechners beim Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen ist Gegenstand des Unterrichts.

Logarithmen sollen nur als Lösungen von Exponentialgleichungen eingeführt werden. Im Sachzusammenhang, zum Beispiel Verdoppelung eines Kapitals, kann auch ein Probiervorgehen als Lösungsstrategie angemessen sein.

Es ist auf die Bedeutung der Bestandteile der wissenschaftlichen Schreibweise (Mantisse, Exponent, Zehnerpotenz) einzugehen. Ziel ist der flexible Umgang mit diesen Zahlen, ohne auf die Dezimalschreibweise zurückgreifen zu müssen.

2.2.2 Leitidee 2: Messen

Aus der Grundschule sind das Messen von Grundgrößen und das Operieren mit ihnen vertraut. In der Sekundarstufe I werden abgeleitete Größen zunächst wie Grundgrößen eingeführt, zum Beispiel durch Auslegen einer Fläche mit Messquadraten. Anschließend werden sie auf das Rechnen mit Grundgrößen zurückgeführt. Die Beschreibung von Längen, Flächen- und Rauminhalten kann zur Einführung von Variablen und Termen genutzt werden. Messungen und Berechnungen an ebenen Figuren und an Körpern vernetzen inhaltsbezogene Kompetenzen der Leitideen Zahl, Messen sowie Raum und Form. Die Fachkonferenz entscheidet, ob die Strahlensätze oder die zentrische Streckung behandelt werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Größen sachgerecht in Anwendungsbezügen, das heißt, sie
 - wählen geeignete Repräsentanten zur Bestimmung von Größen,
 - nutzen alltagsbezogene Repräsentanten als Schätzhilfe,
 - bestimmen und messen Werte von Größen,
 - vergleichen vertraute Größenangaben miteinander,
- wandeln Einheiten um,
- **wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus,**
- führen Additionen und Subtraktionen innerhalb eines Größenbereichs mit unterschiedlichen Maßeinheiten durch und beurteilen die Ergebnisse im Sachzusammenhang,
- vergleichen Flächeninhalte von Figuren, die aus Rechtecken zusammengesetzt sind, miteinander,
- nehmen maßstäbliche Umrechnungen vor,
- bestimmen zu Objekten (insbesondere unregelmäßigen Flächen und Körpern) geeignete Größen wie Länge, Flächeninhalt, Volumen sowie gegebenenfalls Masse,
- zeichnen Winkel, schätzen und messen deren Größen,
- bezeichnen und messen Winkel in ebenen Figuren,
- operieren mit abgeleiteten Größen im Sachzusammenhang,
- nutzen das Koordinatensystem zur Darstellung von ebenen Figuren,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- ermitteln Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe von **Konstruktionen oder geometrischen Sätzen** in ebenen Figuren **und in Körpern**,
- schätzen, messen, bestimmen und vergleichen Umfänge und Flächeninhalte von ebenen Figuren,
- führen Dreiecke und Vierecke auf flächeninhaltsgleiche Rechtecke zurück,
- bestimmen Flächeninhalte von n -Ecken durch Zerlegung oder Ergänzung.
- bestimmen einen Näherungswert der Kreiszahl π ,
- schätzen, messen, bestimmen und vergleichen Oberflächeninhalte und Volumina von Körpern,
- bestimmen Streckenlängen im rechtwinkligen Dreieck,
- **bestimmen oder berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in ebenen Figuren und in Körpern.**

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Länge
- Masse
- Geld
- Zeit
- Flächeninhalt
- Volumen
- Winkel, Scheitelpunkt, Schenkel, Winkelmaß
- **Bezeichnung von Winkeln in der Form Winkel ASB**
- Geschwindigkeit
- Dichte
- Achse
- **Quadrant**
- Koordinaten
- **Winkelsätze**
- **Satz des Thales**
- Kongruenzsätze SSS, SWS, WSW, **SSW**
- Dreieckskonstruktionen
- Umfang und Flächeninhalt von
 - Rechteck, Quadrat

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Dreiecken
- Trapez, Parallelogramm, Drachen, Raute
- n -Ecken
- Kreisumfang, Kreisfläche
- Kreiszahl Pi
- **Flächeninhalt und Umfang von Kreissektoren**
- ***Bogenmaß von Winkeln***
- Umfang und Flächeninhalt von zusammengesetzten ebenen Figuren
- Volumen von
 - Quader, Würfel, Prisma
 - Pyramide
 - Zylinder
 - Kegel
 - Kugel
 - zusammengesetzten Körpern
- Oberflächeninhalt von
 - Quader, Würfel, Prisma
 - **Pyramide**
 - Zylinder
 - **Kegel**
 - **Kugel**
 - zusammengesetzten Körpern aus Quadern, Würfeln, Prismen und Zylindern
 - **zusammengesetzten Körpern mit Pyramiden, Kegeln oder Kugeln**
- Satz des Pythagoras
- **Sinus, Kosinus und Tangens als Längenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck und am Einheitskreis**
- **Sinussatz**
- **Kosinussatz**
- **Strahlensätze oder Zentrische Streckung**

Vorgaben und Hinweise:

Messen ist der Vergleich mit einem Standardmaß. Dieser Messvorgang wird deutlich bei Grundgrößen wie Länge und Masse. Flächeninhalt und Volumen sind abgeleitete

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Größen; im Alltag werden sie meist rechnerisch aus Längenmaßen bestimmt. Für den Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen ist im Unterricht ein realer Messvorgang an den Anfang zu stellen, das heißt das formale Berechnen von Flächeninhalten ist ausführlich durch das Auslegen von Flächen mit Einheitsflächen und das Erarbeiten geeigneter Abzählschemata vorzubereiten. Analog ist bei Volumina vorzugehen.

Ziel ist eine sinnstiftende Auseinandersetzung mit Umwandlungen innerhalb eines Größenbereichs.

Ziel ist die intensive Nutzung des Zerlegungs- und des Ergänzungsprinzips, insbesondere bei der Bestimmung von Flächen- und Rauminhalten.

Im Mittelpunkt steht das gezielte Initiieren von Modellierungsprozessen.

Es sind sowohl der statische als auch der dynamische Winkelbegriff einzuführen. Beim Messen und Zeichnen von Objekten ist auf einen sachgerechten Umgang mit dem Geometriedreieck zu achten.

Auf der Handlungsebene können beispielsweise Masse und Volumen von Körpern bestimmt werden.

Bei Sachaufgaben sind verschiedene Vorgehensweisen gleichermaßen zulässig. Das intuitive Operieren mit Dreisatz und umgekehrtem Dreisatz setzt voraus, dass Grundvorstellungen über den funktionalen Zusammenhang Weg-Zeit oder Volumen-Masse aufgebaut und genutzt werden. Grundvorstellungen dieser Zusammenhänge sind auch Voraussetzung für das formale Arbeiten mit Termen. Durch geeignete Variablendefinitionen kann das Schreiben von Einheiten bei Termumformungen minimiert werden, zum Beispiel ‚ x gibt die Maßzahl der Länge a gemessen in cm an‘.

Die frühe Einführung aller vier Quadranten kann propädeutisch für die Zahlbereichserweiterung genutzt werden.

Fehlende Längen und Winkelgrößen in Figuren werden entweder durch Erschließen und Rechnen oder durch Konstruieren und Messen ermittelt.

Das Bestimmen von Winkelgrößen in Körpern setzt voraus, dass Hilfsebenen genutzt werden. Der Umfangwinkelsatz kann im Rahmen der Differenzierung erarbeitet werden.

Zum Schätzen dienen unter anderem Rasterfolien, zum Messen gehören das Übereinanderlegen von Figuren und die Zerlegungsgleichheit.

Anhand von Termen für Längen, Flächen- und Rauminhalte ist der Umgang mit Variablen in Termen zu schulen.

Eine formale Schreibweise wie $1\text{ m} \cdot 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$ ist erst nach Einstieg in die abstrakte Algebra verständlich; sie wird bei der Erarbeitung von Abzählschemata durch eine gleichwertige Schreibweise wie $3 \cdot 4 \cdot 1\text{ m}^2 = 12\text{ m}^2$ vermieden.

Die Flächeninhaltsbestimmung aller besonderen Vierecke wird auf die Flächeninhaltsbestimmung des Rechtecks zurückgeführt.

Zur Näherung der Kreiszahl Pi ist eine Bestimmung des Verhältnisses von Umfang und Durchmesser auf der Handlungsebene durchzuführen.

Auf der oberen Anforderungsebene können zur Differenzierung verschiedene Approximationsverfahren angewandt werden.

Anhand dieser Thematik ist der Umgang mit Variablen in Termen zu schulen. Die Gemeinsamkeiten aller Prismen sowie aller spitz zulaufenden Körper sind herauszuarbeiten.

Aufgabenformate, die das Interpretieren von Termen schulen, bieten sich im Zusammenhang mit dem Oberflächeninhalt von Körpern an.

Zur Festigung des Verständnisses sollte unter anderem aus gegebenen Größen wie Volumen und Kantenlängen eine fehlende Kantenlänge berechnet werden

(„rückwärts rechnen“ mit Zahlen als Propädeutik für formales Rechnen mit Variablen).

Hier steht die rechnerische Bestimmung von fehlenden Längen und Winkelgrößen in Figuren im Vordergrund. Auch pythagoreische Tripel sowie der Kehrsatz des Pythagoras sind zu thematisieren. Höhensatz und Kathetensatz eignen sich zur Differenzierung.

Alternativ können die zentrische Streckung oder die Strahlensätze behandelt werden. Werden nur die Strahlensätze behandelt, muss in Anwendungsaufgaben deutlich werden, dass der Streckfaktor in Längen, Flächeninhalte und Volumina ähnlicher Figuren linear, quadratisch oder kubisch eingeht.

2.2.3 Leitidee 3: Raum und Form

In der Sekundarstufe I werden Kenntnisse über Figuren und Körper sowie deren Eigenschaften ergänzt und vertieft. Erfahrungen im Zeichnen und Messen werden durch das Konstruieren und das Argumentieren mit geometrischen Überlegungen und Sätzen erweitert. Die Geometrie bietet viele Anlässe für Beweise. Die Fachkonferenz entscheidet, ob dies auf Grundlage einer Abbildungs- oder einer Kongruenzgeometrie geschieht. Im fünfjährigen Bildungsgang der Sekundarstufe I ist die Kongruenzgeometrie zu bevorzugen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben mit geometrischen Begriffen ebene und räumliche Situationen,
- führen geometrische Tätigkeiten sachgerecht aus,
- benennen, zeichnen und charakterisieren besondere Dreiecke und unterscheiden definierende und abgeleitete Eigenschaften,
- benennen, zeichnen **und charakterisieren** Figuren aus dem „Haus der Vierecke“ **und unterscheiden definierende und abgeleitete Eigenschaften**,
- benennen, beschreiben **und charakterisieren** ausgewählte Körper,
- erstellen, zeichnen **und interpretieren** Netze und Schrägbilder,
- **führen geometrische Konstruktionen per Hand aus**,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- führen geometrische Konstruktionen mit dem dynamischen Geometriesystem aus,
- konstruieren Dreiecke aus vorgegebenen Angaben,
- **untersuchen die Bedingungen für die Kongruenz von Dreiecken,**
- ermitteln auf der Handlungsebene den Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke,
- **beweisen den Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke,**
- verwenden Eigenschaften von speziellen Dreiecken zur Bestimmung von Winkelgrößen,
- ***formulieren elementargeometrische Sätze und nutzen diese für Begründungen und Konstruktionen,***
- ***führen an ausgewählten Beispielen geometrische Beweise,***
- **beweisen den Satz des Thales und wenden ihn an,**
- weisen die Gültigkeit des Satzes des Pythagoras **sowie dessen Umkehrung** nach,
- ***formulieren den Ähnlichkeitssatz für Dreiecke und nutzen ihn für Berechnungen und Herleitungen.***

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Punkt
- Strecke – Streckenzug
- Gerade
- Winkel
- Abstand
- Kreislinie, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser
- Achsensymmetrie
- ‚parallel zu‘ und ‚senkrecht auf‘
(***orthogonal zu‘***)
- sachgerechter Umgang mit Geometriedreieck, Zirkel und Lineal
- gleichschenkliges Dreieck
- gleichseitiges Dreieck
- rechtwinkliges Dreieck
- Quadrat

- Raute
- Rechteck
- Parallelogramm
- Trapez
- Drachen
- Quader
- Würfel
- Prisma
- Pyramide
- Kegel
- Zylinder
- Kugel
- **Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal**
- **zusammengesetzte Konstruktionen: Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende**
- Basisobjekte
- abhängige Objekte
- Dreieckskonstruktionen:
SSS, SWS, WSW, **SSW**
- Nebenwinkel
- **Stufenwinkel, Wechselwinkel, Scheitelwinkel**
- Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke
- ***Nebenwinkelsatz***
- ***Scheitelwinkelsatz***
- ***Stufenwinkelsatz***
- ***Wechselwinkelsatz***
- ***Innenwinkelsummensatz für n-Ecke***
- ***Kongruenzsätze für Dreiecke***
- ***Basiswinkelsatz***
- **Satz des Thales**
- **Satz des Pythagoras und seine Umkehrung**
- ***Ähnlichkeitssatz für Dreiecke***

Vorgaben und Hinweise:

Die Fachkonferenz entscheidet, ob entweder Kongruenzgeometrie oder Abbildungsgeometrie behandelt wird. Bei der Entscheidung für die Abbildungsgeometrie sind

Achsenspiegelung,

Drehung,

Punktspiegelung,

Translation

an dieser Schule verbindliche Inhalte.

Die Ausbildung feinmotorischer Fertigkeiten ist angemessen im Unterricht zu berücksichtigen.

Die Untermengenbeziehungen im Haus der Vierecke ermöglichen die Behandlung von All- und Existenzaussagen.

Das Anfertigen und Nutzen von Modellen sollte insbesondere auf der grundlegenden Anforderungsebene zum Aufbau des räumlichen Vorstellungsvermögens genutzt werden.

Für das praktische Ausführen von Konstruktionen können erweiterte Möglichkeiten des Geometriedreiecks verwendet werden. Beim Argumentieren wird dagegen zeitweise der Konstruktionsweg ohne diese Hilfsmittel, nur mit Zirkel und Lineal, in den Mittelpunkt gestellt.

Der Einsatz eines dynamischen Geometriesystems (DGS) fördert ein vertieftes Nachdenken über Konstruktionen. Es kann auch genutzt werden, um optional den Zusammenhang zwischen Winkelhalbierender, Inkreismittelpunkt, Mittelsenkrechte und Umkreismittelpunkt zu visualisieren.

Die Kongruenzgeometrie liefert konstruktiv fehlende Längen und Winkelgrößen in Figuren.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Der hier erwartete Kompetenzerwerb lässt sich am besten mit einem handlungsorientierten, abbildungsgeometrisch ausgerichteten Unterrichtsgang erreichen.

Die in der nachfolgenden Tabellenzeile genannten Inhalte stellen eine Differenzierung für die obere Anforderungsebene dar.

Der hier erwartete Kompetenzerwerb lässt sich zeitsparend mit einem kongruenzgeometrisch ausgerichteten Unterrichtsgang erreichen. Die in der vorhergehenden Tabellenzeile aufgeführten Inhalte werden von den Inhalten dieser Tabellenzeile abgedeckt.

Der Unterschied zwischen Äquivalenzaussagen und Wenn-Dann-Beziehungen mit ihren Umkehrungen sollte deutlich werden.

Aus gegebenen Voraussetzungen sollen über mehrschrittige Argumentationsketten Behauptungen bewiesen werden.

Das „Haus der Vierecke“ bietet zahlreiche Anlässe für kurze Beweise mit ähnlicher Struktur und eröffnet damit die Chance, Beweisstrategien zu thematisieren.

Der Umfangswinkelsatz kann im Rahmen der Differenzierung erarbeitet werden.

Für den Satz des Pythagoras bieten sich im Sinne des gemeinsamen Lernens verschiedene Nachweismöglichkeiten an:

Parkettierung, Ähnlichkeitssätze, Kongruenzbetrachtungen

Alternativ können die zentrische Streckung oder die Strahlensätze behandelt werden.

Werden nur die Strahlensätze behandelt, muss die Ähnlichkeit von Figuren als Begriff unabhängig von der zentrischen Streckung erarbeitet werden.

2.2.4 Leitidee 4: Funktionaler Zusammenhang

In der Sekundarstufe I wird die Grundvorstellung des Funktionsbegriffs aufgebaut, wichtige Funktionsklassen werden eingeführt. Das situationsgerechte Wechseln

zwischen den Darstellungsformen Text, Term, Tabelle und Graph ist wesentliche Voraussetzung für das Modellieren sowie für das Bearbeiten innermathematischer Fragestellungen. Das formale Operieren mit allen Funktionsklassen ist eine wichtige Grundlage für die Oberstufe.

Das intuitive Operieren mit proportionalen Funktionen ist einer ausschließlich formalen Dreisatzrechnung mithilfe von Termen vorzuziehen. Das Lösen von Gleichungen soll auch als Schnittpunktsuche von Funktionsgraphen verstanden werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen Informationen aus einfachen und **komplexen** Diagrammen und Tabellen, stellen Daten grafisch dar und interpretieren sie,
- erkennen und charakterisieren Zuordnungen zwischen Objekten in Tabellen, Diagrammen und Texten,
- lösen einfache und **komplexe** Sachprobleme,
- wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Tabelle, Graph, Diagramm und Text,
- erstellen und interpretieren einfache Diagramme und Graphen,
- nutzen ein Tabellenkalkulationsprogramm zum Auswerten und Darstellen von Daten,
- charakterisieren numerische Zuordnungen anhand qualitativer Eigenschaften des Graphen,
- identifizieren und charakterisieren spezielle Funktionen,
- **verstehen das Lösen von Gleichungen als Nullstellenbestimmung von geeigneten Funktionen und umgekehrt,**
- **lösen graphische Probleme durch Lösen und Aufstellen von Gleichungen,**
- wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Tabelle, Graph, Text und Term,
- **beschreiben für ausgewählte Funktionsklassen die Veränderung des Graphen von f beim Übergang von $f(x)$ zu $f(x) + c$, $c \cdot f(x)$, $f(x + c)$, $f(c \cdot x)$, $f(-x)$, $-f(x)$,**

- modellieren **mit allen Funktionsklassen** Realsituationen.

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Maßstab
- Säulendiagramm
- Balkendiagramm
- Kreisdiagramm
- Zuordnungen, auch nichtnumerische
- wachsende Funktionen
- fallende Funktionen
- proportionale Funktionen
- antiproportionale Funktionen
- Dreisatz, Produktgleichheit, Quotientengleichheit, Proportionalitätsfaktor
- Schreibweise „ $f(x) = \dots$ “
sowie die Begriffe Stelle (Argument) und Wert
- Diagramme
- Graph im Koordinatensystem
- Wertetabellen mit digitalen Werkzeugen
- lineare Funktionen:
 - Gerade
 - lineares Wachstum
 - Steigung, **Steigungsdreieck**
 - **Achsenschnittpunkte**
 - **Funktionsgleichung**
 - **Bedeutung der beiden Parameter in der Funktionsgleichung**
- **quadratische Funktionen:**
 - **Parabel**
 - **Symmetrie**
 - **Scheitelpunkt**
 - **Achsenschnittpunkte**
 - **Normalform**
 - **quadratische Ergänzung und Scheitelpunktsform**
 - **faktorierte Form**

- **Bedeutung der verschiedenen Parameter in den Funktionsgleichungen**
- **Verschiebung in x- bzw. y-Richtung**
- **Streckung in x- bzw. y-Richtung**
- **Spiegelung an der x-Achse bzw. y-Achse**
- **Exponentialfunktionen:**
 - **Graphen**
 - **exponentielles Wachstum**
 - **Funktionalgleichung**
 - **Monotonie**
 - **Achsenschnittpunkt**
 - **Verdoppelungszeit, Halbwertszeit**
 - **asymptotisches Verhalten**
 - **Bedeutung der verschiedenen Parameter in der Funktionsgleichung**
- **Sinus-Funktionen:**
 - **Graphen**
 - **periodische Vorgänge**
 - **Projektion am Einheitskreis**
 - **Bogenmaß**
 - **Bedeutungen der Parameter a , b , c und d in der Funktionsgleichung**
$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$$

Vorgaben und Hinweise:

Der Zuordnungsbegriff kann insbesondere im Zusammenhang mit den Leitideen „Zahl“ und „Daten und Zufall“ vorbereitet werden.

Beim Darstellen von mathematischen Sachverhalten mit Tabellen kann ein intuitiver Zuordnungsbegriff genutzt werden.

Eine tragfähige Grundvorstellung des Funktionsbegriffs ist durch reichhaltige Situationen aufzubauen und darf nicht durch einen zu schnellen Übergang auf proportionale, lineare und antiproportionale Funktionen abgekürzt werden. Dem erhöhten Abstraktionsgrad sollte hier Rechnung getragen werden.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Die Verwendung der Schreibweise „ $f(x) = \dots$ “ ist verbindlich. Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses hat das Beschreiben in Textform untergeordnete Bedeutung. Beim intuitiven Dreisatz wird der Proportionalitätsfaktor verwendet, aber auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses nicht als Begriff explizit benannt.

Diagramme und Graphen sollen sowohl per Hand als auch computerunterstützt erstellt werden. Auch die Möglichkeiten des wissenschaftlichen Taschenrechners zur automatischen Erstellung von Wertetabellen sollen genutzt werden.

Es bietet sich an, die Funktionalgleichungen sowohl in Tabellen als auch in grafischen Darstellungen zu visualisieren; zum Beispiel gilt bei linearen Funktionen $f(x + 1) = f(x) + m$.

Die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors sollte im Zusammenhang mit Anwendungsaufgaben hervorgehoben werden, um das Verständnis des Steigungsbegriffes zu erleichtern.

Beim Lösen quadratischer Gleichungen sollte für die quadratische Ergänzung die gleiche Schreibweise gewählt werden wie beim Überführen quadratischer Funktionen in die Scheitelpunktsform. Die Darstellung quadratischer Funktionen in Normalform, Scheitelpunktsform und gegebenenfalls in faktorisierte Form sind im Hinblick auf die Anschlussfähigkeit zur Oberstufe gleichrangig zu behandeln.

Für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss hat das Beschreiben von Termen in Textform (Wechsel Term – Text) untergeordnete Bedeutung.

Das Verschieben von Parabeln in x- oder y-Richtung kann als Beitrag zur Differenzierung auf der grundlegenden Anforderungsebene handlungsorientiert mithilfe von Parabelschablonen auf Rechenkästchen vollzogen werden.

Speziell bei der Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a_x$ sollte die Funktionalgleichung $f(x + 1) = f(x) \cdot a$ in Analogie zur Dreisatzrechnung mit Operatoren an Tabellen verdeutlicht werden.

Logarithmen sollen nur als Notation für die Lösungen von Exponentialgleichungen

eingeführt werden; es ist keine Behandlung der Logarithmusfunktion intendiert.

Die Kosinusfunktion ergibt sich aus der Funktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ und $a = b = 1$, $c = \frac{1}{2} \text{ Pi}$, $d = 0$.

Der Zusammenhang zwischen der algebraischen Darstellung und dem Graphen soll durch Computereinsatz verdeutlicht werden. Gut geeignet ist ein dynamisches Geometrie-system (DGS) als Funktionsplotter mit Schieberegler für die Parameter.

2.2.5 Leitidee 5: Daten und Zufall

In der Sekundarstufe I werden die Auswertung und Darstellung von Daten sowie das Lesen und Interpretieren grafischer Darstellungen eingeführt. Das Herausarbeiten des Unterschieds zwischen den Begriffen Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit ist von zentraler Bedeutung. Handlungsorientierte, experimentelle Zugänge sowie Simulationen unterstützen theoretische Überlegungen. Das korrekte Beschreiben von Zufallsexperimenten durch Sprache und formale Notation ist die Grundlage stochastischer Berechnungen. Auf dieser Grundlage dient das Baumdiagramm als wichtiges Darstellungsmittel beim Modellieren stochastischer Vorgänge.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- lesen einzelne Werte aus vertrauten Darstellungen ab und ordnen sie vorgegebenen Kategorien zu,
- ergänzen aus gegebenen Daten vertraute Darstellungen,
- nehmen Daten aus vertrauten **und vielfältigen** Situationen auf und stellen diese dar,
- lösen einfache kombinatorische Probleme,
- **planen Zufallsexperimente**, beschreiben sie, führen sie durch und werten sie aus,
- geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an,
- stellen Häufigkeiten von Zufallsexperimenten graphisch dar,
- sagen begründet erwartete absolute Häufigkeiten vorher,
- **analysieren und interpretieren Daten in realitätsbezogenen Situationen**,

- **beurteilen Darstellungen nach Angemessenheit und erstellen adäquate Darstellungsformen,**
- **erklären an einem Beispiel den Unterschied zwischen der relativen Häufigkeit und der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses,**
- **unterscheiden zwischen Ergebnis und Ereignis,**
- ***beurteilen, ob ein Zufallsexperiment ein Laplace-Experiment ist,***
- berechnen die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen,
- geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an und bestimmen deren Wahrscheinlichkeiten,
- ermitteln Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten ***durch theoretische Überlegungen,***
- ***geben zu gegebenen Wahrscheinlichkeiten zugehörige Ereignisse bei Zufallsexperimenten an,***
- **planen zweistufige Zufallsexperimente, führen sie durch und werten sie aus,**
- **berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe der Pfadregeln,**
- **beurteilen Aussagen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten.**

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Strichliste
- absolute Häufigkeit
- Säulendiagramm
- Baumdiagramm
- Zufallsexperiment
- Versuch
- Ergebnis
- **Ergebnismenge**
- Häufigkeitstabelle
- arithmetischer Mittelwert
- relative Häufigkeit
- Kreisdiagramm
- Histogramm
- Wahrscheinlichkeit
- Ereignis

- Gegenereignis
- Additionsregel
- einstufige Laplace-Experimente
- **zweistufiges Zufallsexperiment**
- **Additions- und Multiplikationsregel**

Vorgaben und Hinweise:

Die Auswertung und grafische Darstellung von Daten kann zur Vorbereitung des Zuordnungsbegriffs genutzt werden.

Permutationen und Kombinationen können behandelt werden, ohne die Fachbegriffe einzuführen.

Zur Vereinfachung kann zunächst eine Beschränkung auf Laplace-Experimente vorgenommen werden, ohne den Fachbegriff an dieser Stelle einzuführen.

Auf die vollständige Beschreibung eines Zufallsexperiments ist zu achten, dazu gehören die Anzahl und Art der Versuche sowie die Ergebnismenge. Bei der Durchführung ausgewählter Zufallsexperimente im Unterricht kann mit der Auswertung und Darstellung der gewonnenen Daten der Unterschied zwischen vorhergesagter und tatsächlicher Häufigkeit eines Ergebnisses thematisiert werden.

Als Beispiele für Zufallsexperimente können auch statistische Erhebungen genutzt werden.

Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses müssen die Begriffe Ereignis, Gegenereignis und Additionsregel nicht formal verwendet werden.

Die Beobachtung der Entwicklung der relativen Häufigkeiten bei einer Steigerung der Anzahl der Versuche liefert einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit.

Die Simulation von Zufallsexperimenten mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermöglicht die Durchführung und Auswertung von

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Zufallsexperimenten mit einer großen Anzahl von Versuchen und damit eine Annäherung an die Wahrscheinlichkeit.

Eine zu starke Formalisierung in der Unterscheidung von Ergebnissen und Ereignissen soll vermieden werden. Es geht darum, das Grundverständnis zu fördern.

Es sollten auch Nicht-Laplace-Experimente (zum Beispiel Werfen einer Reißzwecke) im Unterricht durchgeführt werden, um den Unterschied zu verdeutlichen.

Eine Erweiterungsmöglichkeit ist die Behandlung einfacher Bernoulli-Ketten (Galtonbrett).

3 Themen und Inhalte des Unterrichts

In Analogie zur Kontingenzstundentafel, die den Schulen Freiheiten in der Verteilung der Unterrichtsstunden auf die Jahrgangsstufen einräumt, geschieht dies auch für die entsprechende Zuordnung der Inhalte. Auf den folgenden Seiten geben zwei Tabellen den verbindlichen Rahmen für die Verteilung der Inhalte auf Jahrgangsstufen in den Bildungsgängen der Sekundarstufe I vor. Innerhalb dieses Rahmens werden unter anderem die Verteilung der Inhalte auf einzelne Jahrgangsstufen, Reihenfolge und Umfang der Unterrichtseinheiten, Gestaltung von Lernumgebungen, Vernetzungen und Wiederholungen von der Fachschaft diskutiert und im schulinternen Fachcurriculum festgelegt.

In den Tabellen wird unterschieden zwischen einer sechsjährigen Sekundarstufe I (an Gemeinschaftsschulen und an G9-Gymnasien) sowie einer fünfjährigen Sekundarstufe I (an G8-Gymnasien).

In der sechsjährigen Sekundarstufe I ist es nicht zulässig, den Unterricht bis Ende der Jahrgangsstufe 9 auf Inhalte zu beschränken, die für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss ausreichen. Zur Vermeidung curricularer Schwierigkeiten sind einzelne Inhalte in den Jahrgangsstufen 7 bis 9 des sechsjährigen Bildungsgangs in der Sekundarstufe I besonders ausgewiesen. Dazu gehören das Ziehen von Quadratwurzeln als Rechenoperation, einfache Berechnungen am Kreis sowie Berechnungen an Körpern. Diese Inhalte sind Gegenstand des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses. Parallel findet in Jahrgangsstufe 9 eine vertiefte Behandlung von reellen Zahlen und quadratischen Funktionen statt; diese sind nicht Gegenstand des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses. Für die Jahrgangsstufe 10 sind Berechnungen an Kreisen und Kreissektoren und Berechnungen an Körpern erneut ausgewiesen, hier findet die Behandlung mit Blick auf den Mittleren Schulabschluss und die Anschlussfähigkeit an die Oberstufe auf höherem Niveau statt.

**Verteilung der Inhalte auf Jahrgangsstufen bei der sechsjährigen
Sekundarstufe I an der Gemeinschaftsschule und am Gymnasium**

Leitidee L1 Zahl (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- natürliche Zahlen
- Bruchzahlen
- Dezimalzahlen

Leitidee L2 Messen (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- Grundgrößen
- Flächenberechnung an Rechtecken
- Volumenberechnung an Quadern

Leitidee L3 Raum und Form (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache geometrische Figuren und Körper
- Symmetrie
- geometrische Konstruktionen

Leitidee L4 Funktionaler Zusammenhang (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache Zuordnungen in Tabellen und Diagrammen

Leitidee L5 Daten und Zufall (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache statistische Erhebungen
- einfache kombinatorische Fragestellungen
- einstufige Zufallsexperimente

Leitidee L1 Zahl (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- rationale Zahlen
- Prozente und Zinsen
- Variablen und Terme
- lineare Gleichungen
- lineare Gleichungssysteme
- Ziehen von Quadratwurzeln als Rechenoperation

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- reelle Zahlen
- Potenzen
- quadratische Gleichungen

Leitidee L2 Messen (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Flächenberechnung an n-Ecken
- einfache Berechnungen am Kreis
- Berechnungen an Körpern
- Sachaufgaben

Leitidee L3 Raum und Form (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Geometrie an Dreiecken, Vierecken und am Kreis
- Kongruenzsätze
- zentrische Streckungen oder Strahlensätze;
Ähnlichkeit
- Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck
- Körper

Leitidee L4 Funktionaler Zusammenhang (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Funktionen und ihre Darstellungsformen
- proportionale Funktionen
- antiproportionale Funktionen
- Dreisatz
- lineare Funktionen
- quadratische Funktionen

Leitidee L5 Daten und Zufall (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Häufigkeit
- Wahrscheinlichkeit
- mehrstufige Zufallsexperimente
- Beschreibende Statistik

Leitidee L1 Zahl (Jahrgangsstufe 10)

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Logarithmen

Leitidee L2 Messen (Jahrgangsstufe 10)

- Trigonometrie
- Berechnungen an Kreisen und Kreissektoren
- Vertiefung der Berechnungen an Körpern

Leitidee L4 Funktionaler Zusammenhang (Jahrgangsstufe 10)

- trigonometrische Funktionen
- Exponentialfunktionen

Verteilung der Inhalte auf Jahrgangsstufen bei der fünfjährigen Sekundarstufe I am Gymnasium

Leitidee L1 Zahl (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- natürliche Zahlen
- ganze Zahlen ohne Division
- Bruchzahlen
- Dezimalzahlen

Leitidee L2 Messen (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- Grundgrößen
- Flächenberechnung an Rechtecken
- Volumenberechnung an Quadern

Leitidee L3 Raum und Form (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache geometrische Figuren und Körper
- Symmetrie
- geometrische Konstruktionen

Leitidee L4 Funktionaler Zusammenhang (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache Zuordnungen in Tabellen und Diagrammen

Leitidee L5 Daten und Zufall (Jahrgangsstufe 5 / 6)

- einfache statistische Erhebungen
- einfache kombinatorische Fragestellungen
- einstufige Zufallsexperimente

Leitidee L1 Zahl (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- rationale Zahlen
- Prozente und Zinsen
- Variablen und Terme
- lineare Gleichungen
- lineare Gleichungssysteme
- reelle Zahlen
- Potenzen
- quadratische Gleichungen
- Logarithmen

Leitidee L2 Messen (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Flächenberechnung an n-Ecken
- Berechnungen an Kreisen und Kreissektoren
- Berechnungen an Körpern
- Sachaufgaben
- Trigonometrie

Leitidee L3 Raum und Form (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Geometrie an Dreiecken, Vierecken und am Kreis
- Kongruenzsätze
- zentrische Streckungen oder Strahlensätze;
Ähnlichkeit
- Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck
- Körper

Leitidee L4 Funktionaler Zusammenhang (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Funktionen und ihre Darstellungsformen

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- proportionale Funktionen
- antiproportionale Funktionen
- Dreisatz
- lineare Funktionen
- quadratische Funktionen
- trigonometrische Funktionen
- Exponentialfunktionen

Leitidee L5 Daten und Zufall (Jahrgangsstufe 7 / 8 / 9)

- Häufigkeit
- Wahrscheinlichkeit
- mehrstufige Zufallsexperimente
- Beschreibende Statistik

4 Schulinternes Fachcurriculum

Innerhalb der Rahmenvorgaben der Fachanforderungen besitzen die Schulen Gestaltungsfreiheit bezüglich der Umsetzung der Kontingenzstundentafel, der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte wie auch der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen.

Im schulinternen Fachcurriculum dokumentiert die Fachkonferenz ihre Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule. Die Weiterentwicklung des schulinternen Fachcurriculums stellt eine ständige gemeinsame Aufgabe der Fachkonferenz dar.

Im schulinternen Fachcurriculum sind Vereinbarungen zu den in der folgenden Übersicht fett gedruckten Aspekten zu treffen. Darüber hinaus kann die Fachkonferenz auch weitere Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule treffen und im Fachcurriculum dokumentieren.

Beschlüsse zum schulinternen Fachcurriculum

Die Fachkonferenz ist durch das Schulgesetz und die Fachanforderungen gehalten, eine Reihe von Vereinbarungen zu treffen. Darüber hinaus können im Verantwortungsbereich der Fachkonferenz weitere Beschlüsse gefasst werden, die dann die gleiche Verbindlichkeit für die Lehrkräfte besitzen.

Aspekt: Unterrichtseinheiten

Vereinbarungen:

- **Reihenfolge, Zeitpunkt, Dauer und Umfang**
- **didaktische Nutzung von Themensträngen**
- **Formen der Differenzierung**
- **Auswertung und Nutzung zentraler Abschlussarbeiten sowie Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf diese Arbeiten**
- **Auswertung und Nutzung der Ergebnisse von zentralen Vergleichsarbeiten (VERA)**
- **Reihenfolge, Zeitpunkt und Umfang der Behandlung von Inhalten, die für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss relevant sind (Gemeinschaftsschulen)**

Zeitpunkt von Zahlbereichserweiterungen im fünfjährigen Bildungsgang an Gymnasien

- Wahl von Themenkreisen
- Vernetzungen von Inhalten, Nutzung von Inhalten für eine Propädeutik
- Lernumgebungen: Aufgabenformate, Lernformen

Aspekt: Fachsprache

Vereinbarungen:

- **einheitliche Verwendung von Bezeichnungen und Begriffen einheitliche formale Notation**
- Gestaltung von Hilfen zur schriftlichen Fixierung von Lösungsstrategien und Lernergebnissen
- bevorzugte Art der schriftlichen Dokumentation von Lernergebnissen
- Nutzung dieser Aufzeichnungen im Unterricht und zur Leistungsüberprüfung
- Sammlung geeigneter Aufgabenformate zur Förderung der schriftlichen Kommunikation

Aspekt: Fördern und Fordern

Vereinbarungen:

- **Fördermaßnahmen für Schülerinnen und Schüler mit hohem Förderbedarf sowie für besonders begabte Schülerinnen und Schüler**
- Einbettung in ein Förderkonzept der Schule
- Teilnahme an Förderprogrammen und Wettbewerben, Arbeitsgemeinschaften

Aspekt: Medien, Lehr- und Lernmaterial

Vereinbarungen:

- **Anschaffung und Nutzung von Lehr- und Lernmaterial**
- **Nutzung von Medien im Mathematikunterricht**
- Anschaffung und Nutzung, Lagerung und Bestandspflege von Material und Medien

Aspekt: digitale Werkzeuge

Vereinbarungen:

- **wissenschaftlicher Taschenrechner: Zeitpunkt, Art und Umfang der Einführung in Jahrgangsstufe 7**
- **Tabellenkalkulation, dynamisches Geometriesystem: Auswahl und Nutzung der Programme in den Jahrgangsstufen; frei verfügbare Programme sind zu bevorzugen**
- Einigung auf ein bestimmtes Taschenrechnermodell
- Anschaffung und Nutzung weiterer Software
- Anschaffung und Nutzung eines Computer-Algebra-Systems

Aspekt: Hilfsmittel

Vereinbarungen:

- Anschaffung und Nutzung einer zugelassenen Formelsammlung

Aspekt: händische Fertigkeiten, Sicherung von Basiswissen, Nachhaltigkeit

Vereinbarungen:

- **Maßnahmen zur Sicherung von Fertigkeiten, die ohne digitale mathematische Werkzeuge beherrscht werden sollen**
- **Maßnahmen zur Sicherung von Wissensbeständen, die ohne Nachschlagewerke wie Formelsammlungen oder Lexika aus dem Gedächtnis abrufbar sein sollen**
- Berücksichtigung von Kopfübungen, Tests etc. bei der Gestaltung der Lernumgebungen
- Maßnahmen zur Sicherung von Basiswissen und zum nachhaltigen Arbeiten durch Vernetzungen und Wiederholungen

Aspekt: Leistungsbewertung

Vereinbarungen:

- **Grundsätze zur Leistungsbewertung und zur Gestaltung von Leistungsnachweisen**
- **Grundsätze über den Umfang und die Anzahl der Klassenarbeiten unterschiedlicher Dauer in den jeweiligen Jahrgangsstufen**
- Parallelarbeiten

Aspekt: Überprüfung und Weiterentwicklung

Vereinbarungen:

- **Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums durch geeignete Formen der Evaluation**
- **Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums aufgrund geänderter Rahmenvorgaben des für Bildung zuständigen Ministeriums**
- **gegebenenfalls Neufassung von Beschlüssen zum schulinternen Fachcurriculum**
- **Sammlung von Aufgabenstellungen der Klassenarbeiten**

5 Leistungsbewertung

Lernerfolgsüberprüfungen müssen darauf ausgerichtet sein, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der begleitenden Diagnose und Evaluation des Lernprozesses sowie des Kompetenzerwerbs Anlass, die Zielsetzungen und Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen. Für die Schülerinnen und Schüler sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Unterstützung für das weitere Lernen darstellen. Sie dienen damit der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses.

Es sind grundsätzlich alle in Kapitel II.2 ausgewiesenen Kompetenzbereiche bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher und mündlicher und gegebenenfalls praktischer Art sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, das Erreichen der dort aufgeführten Kompetenzerwartungen zu evaluieren. Sie müssen über ein auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte hinausgehen.

Voraussetzung für eine Beurteilung sowie gegebenenfalls eine Leistungsbewertung ist das Beobachten von Schülerhandlungen durch die Lehrkraft. Dies geschieht vor dem Hintergrund erwarteter Kompetenzen, die sich in Form deskriptiver Kriterien formulieren lassen. Beurteilen bedeutet die kritische, wertschätzende und individuelle Rückmeldung auf der Grundlage von deskriptiven Kriterien. In diesem Sinne stehen im Unterricht die Diagnostik und das Feedback unter Berücksichtigung des individuellen Lernprozesses im Vordergrund. Eine Bewertung lässt sich aus einer differenzierten Beurteilung ableiten. Das kann beispielsweise in Form eines Rasters geschehen. Wenn die Bewertung in eine Note mündet, geschieht dies durch eine quantifizierte Einschätzung anhand von deskriptiven Kriterien. Die Note im Zeugnis wird nach fachlicher und pädagogischer Abwägung aus den Ergebnissen der Leistungsnachweise und der Bewertung der Unterrichtsbeiträge gebildet. Dabei geben die Unterrichtsbeiträge den Ausschlag.

Grundsätze zur Beurteilung und Bewertung von Unterrichtsbeiträgen

Die oben ausgeführten Überlegungen zum Beobachten und Beurteilen bilden die Grundlage für den Umgang der Lehrkraft mit allen Ergebnissen von Schüleraktivität. Zu den Unterrichtsbeiträgen zählen unter anderem unterschiedliche Formen der selbstständigen und kooperativen Aufgabenerfüllung. Dazu gehören außer dem Erfassen mathematischer Darstellungen unbedingt auch Texterfassung, Wortbeiträge und Textbeiträge, die sich unter anderem in Form von Lernprozessdokumentationen, Wochenaufgaben und Präsentationen darstellen und einen wichtigen Beitrag zur Erweiterung bestimmter allgemeiner mathematischer Kompetenzen leisten. Einen Beitrag zur Sicherung von Basiswissen leisten Tests, die maximal 20 Minuten dauern dürfen.

Die Lehrkraft initiiert, dass – abhängig von der Unterrichtssituation – die Lernenden für Unterrichtsbeiträge eine kriteriengeleitete Rückmeldung erhalten.

Inhaltsbezogene Rückmeldungen dienen in erster Linie der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses. Gemäß dem Grundsatz der Trennung von Lern- und Leistungssituationen soll nicht jede Beurteilung in eine Bewertung (Note) münden. Das inhaltliche Nachvollziehen von Rückmeldungen sowie gegebenenfalls der Vergleich mit der Selbsteinschätzung und selbst gesetzten Zielen der Lernenden führen zu einem transparenten Bewertungsverfahren.

In Bezug auf die Beurteilung und gegebenenfalls die Bewertung von Unterrichtsbeiträgen gewährleistet die Lehrkraft die Transparenz der Kriterien. Das kann eine gemeinsame Erarbeitung von Kriterien mit der Lerngruppe einschließen. Die Bewertung (und gegebenenfalls die Notengebung) liegt in der Verantwortung der Lehrkraft. Die Bewertung basiert auf einer differenzierten Beurteilung, beispielsweise in Form eines Rasters oder in Textform.

Zusätzlich zu der transparenten Bewertung einzelner Unterrichtsbeiträge muss auch deren Gewichtung im Teilbereich Unterrichtsbeiträge deutlich werden. Tests können in angemessenem Umfang – weniger als ein Drittel – zur Notengebung im Teilbereich Unterrichtsbeiträge herangezogen werden.

Leistungsnachweise

Leistungsnachweise umfassen Klassenarbeiten und zu Klassenarbeiten gleichwertige Leistungsnachweise. Tests gelten nicht als Leistungsnachweise.

Grundsätze für die Erstellung von Klassenarbeiten

Gemäß den in diesen Fachanforderungen formulierten Zielen ist bei Leistungsnachweisen in Form von Klassenarbeiten zu gewährleisten, dass die allgemeinen mathematischen Kompetenzen angemessen berücksichtigt werden. Dazu gehört unter anderem auch das Verfassen von Texten, zum Beispiel zum Beschreiben oder zum Begründen eines mathematischen Sachverhalts, oder das Bearbeiten komplexer Aufgabenstellungen, die Aspekte mehrerer Leitideen oder einen Lebensweltbezug beinhalten.

Geeignete Aufgaben weisen folgende Merkmale auf:

- Unabhängigkeit der Teilaufgaben in Bezug auf fehlende oder falsche Zwischenergebnisse,
- nicht zu viele Teilaufgaben in einer Aufgabe,
- zur Formulierung der Aufgaben werden vorzugsweise die für Abschlussprüfungen vorgeschriebenen Operatoren verwendet,
- die Klassenarbeit muss auch Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen,
- einzelne Teilaufgaben sollen auf anderem Wege als nur durch Berechnungen lösbar sein.

In jeder Klassenarbeit müssen die drei Anforderungsbereiche I (Reproduktion), II (Herstellung von Zusammenhängen und Übertragung des Gelernten auf neue Situationen) und III (Reflexion, Transfer und Verallgemeinerung) einen angemessenen Anteil haben.

Im schulinternen Fachcurriculum werden die hier genannten Grundsätze für die Gestaltung von Klassenarbeiten konkretisiert. Dies kann die Vorgabe einschließen, dass Aufgaben zur inhaltlichen Vernetzung verschiedener Leitideen, zur Einbeziehung länger zurückliegender Unterrichtseinheiten oder ein kurzer hilfsmittelfreier Teil ohne Taschenrechnernutzung enthalten sein sollen.

Differenzierte Leistungsnachweise

Von mathematischer Kompetenz kann erst gesprochen werden, wenn über reproduzierende Tätigkeiten hinausgehend im Anforderungsbereich II eigenständig erfolgreich gearbeitet wird. Auch auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses muss den Lernenden die Möglichkeit gegeben werden, Aufgaben in allen drei Anforderungsbereichen bearbeiten zu können. Wenn auf unterschiedlichen Anforderungsebenen unterrichtet wird, müssen Klassenarbeiten nach Anforderungsebenen differenzierende Anteile enthalten, zwischen denen Schülerinnen und Schüler wählen können. Eine Differenzierung nach allen drei Anforderungsebenen ist nicht zwingend notwendig.

Differenzierende Klassenarbeiten erfordern eine Bewertung, die berücksichtigt, auf welcher Anforderungsebene die Schülerin oder der Schüler überwiegend gearbeitet hat und inwieweit die Kompetenzerwartungen auf dieser Ebene erfüllt wurden. Sofern keine Noten gegeben werden, erfolgt eine differenzierte Bewertung beispielsweise in Form eines Rasters oder in Textform.

Dauer und Anzahl

Die Anzahl der Klassenarbeiten wird per Erlass geregelt, ihre Dauer beträgt 45 bis 90 Minuten. Grundsätze über den Umfang und die Anzahl der Arbeiten unterschiedlicher Dauer in den jeweiligen Jahrgangsstufen werden von der Fachkonferenz im Rahmen dieser Vorgaben festgelegt.

Korrektur und Rückgabe

Die Korrekturanmerkungen müssen eine Lernhilfe bieten. Die Besprechung der Klassenarbeit kann durch ein Lösungsblatt unterstützt werden. Unabhängig davon ist eine inhaltliche Besprechung ausgewählter Schwerpunkte vorzusehen. Die Besprechung bei der Rückgabe von Klassenarbeiten darf sich nicht auf die Leistungsbewertung beschränken.

Bewertung von Klassenarbeiten

Die Fachkonferenz konkretisiert die Grundsätze für die Bewertung von Klassenarbeiten. Dabei sind unter anderem folgende Aspekte zu berücksichtigen:

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Umfang von Aufgabenteilen in den drei Anforderungsbereichen oder Verteilung der erreichbaren Bewertungspunkte auf die Anforderungsbereiche,
- Gestaltungsmöglichkeiten bei Bewertung in Berichtsform, zum Beispiel Kriterien für ein Bewertungsraster,
- bei Bewertung in Notenform Zuordnung von Notenstufen zum Prozentsatz der erreichten Bewertungspunkte,
- bei differenzierten Leistungsnachweisen Verfahrensweise zur Berücksichtigung der Anforderungsebene bei der Bewertung,
- Gewichtung von Aufgabenteilen, die sich auf länger zurückliegende Unterrichtsinhalte beziehen und der Überprüfung von Basiswissen dienen.

Die Beurteilung von Lösungswegen und deren Erläuterung, zum Beispiel durch Texte, muss ein angemessenes Gewicht bei der Bewertung erhalten. Nach Rechenfehlern müssen folgerichtige Ergebnisse angemessen berücksichtigt werden.

Gleichwertige Leistungsnachweise

Gleichwertige Leistungsnachweise entsprechen im Arbeitsumfang einer Klassenarbeit (inklusive Vor- und Nachbereitung). Sie bieten noch stärker als Klassenarbeiten die Möglichkeit, die Anwendung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu fördern und zu fordern.

Die Fachkonferenz berät und beschließt, welche Unterrichtsbeiträge (zum Beispiel: Präsentation, Referat, Portfolio) neben Klassenarbeiten als Leistungsnachweise herangezogen werden können. Sie legt formale (zum Beispiel Aufbau, Struktur) und inhaltliche Anforderungen für gleichwertige Leistungsnachweise fest und berücksichtigt dabei wie in Klassenarbeiten alle drei Anforderungsbereiche (Reproduktion, Herstellung von Zusammenhängen, Transfer und Bewertung). Dies schließt beispielsweise die Zusammenfassung mehrerer Tests zu einem gleichwertigen Leistungsnachweis aus.

Die Fachkonferenz einigt sich ferner auf Beurteilungskriterien. Die Erstellung von Bewertungsbögen wird empfohlen. Mit ihnen lässt sich die Bewertung von Leistungen anhand von Kriterien transparent und arbeitssparend dokumentieren.

6 Abschlussprüfungen

Grundlage der Abschlussprüfungen im Fach Mathematik für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss sind die in den Fachanforderungen beschriebenen Kompetenzerwartungen im Rahmen des vorgegebenen Themenkorridors. Einzelheiten der Gestaltung dieser Abschlussprüfungen sind in den Durchführungsbestimmungen in ihrer jeweils gültigen Fassung geregelt.

Die Aufgaben in der schriftlichen wie in der mündlichen Prüfung sind so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der in den Fachanforderungen und in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen auf der jeweiligen Anforderungsebene erfordert. Die Aufgaben müssen aus dem Unterricht in der Sekundarstufe I erwachsen, wobei ein Schwerpunkt auf den beiden letzten Jahrgangsstufen liegt. Je nach Aufgabenart und Aufgabenstellung können unterschiedliche Akzente gesetzt werden. Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden. Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Die schriftlichen wie die mündlichen Prüfungsaufgaben sind so zu erstellen, dass sie Leistungen in den drei Anforderungsbereichen I Reproduzieren, II Zusammenhänge herstellen und III Verallgemeinern und Reflektieren erfordern.

Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen liegt im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche I und III zu berücksichtigen.

6.1 Die schriftliche Abschlussprüfung

Die schriftliche Prüfung wird mit zentral erstellten Aufgaben durchgeführt und besteht aus zwei Teilen. Im hilfsmittelfreien Teil sind Kurzformaufgaben ohne Formelsammlung und ohne Taschenrechner zu bearbeiten. Jede Aufgabe dieses Teils ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen. Es werden Inhalte aus der gesamten Sekundarstufe I auf der jeweiligen Anforderungsebene angesprochen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Im umfangreicheren zweiten Teil sind mehrere Komplexaufgaben zu bearbeiten, wobei zugelassene Hilfsmittel genutzt werden dürfen. Die Aufgaben werden den Prüflingen schriftlich vorgelegt. Die Schülerinnen und Schüler haben alle Kurzformaufgaben sowie die gewählten Komplexaufgaben zu bearbeiten. Für die Bearbeitung der Komplexaufgaben wird der Arbeitszeit eine zusätzliche Vorbereitungs-, Lese- und gegebenenfalls eine Auswahlzeit vorangestellt.

Die Aufgaben für die schriftliche Prüfung müssen folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Aufgaben sind so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der in den Fachanforderungen beschriebenen Kompetenzen im Rahmen des vorgegebenen Themenkorridors auf der jeweiligen Anforderungsebene erfordert, wobei verschiedene allgemeine mathematische Kompetenzen zu berücksichtigen sind. Die Aufgaben müssen aus dem Unterricht in der Sekundarstufe I erwachsen, wobei ein Schwerpunkt auf den beiden letzten Jahrgangsstufen liegt.
- Der umfangreichere zweite Teil enthält mehrere unabhängig voneinander bearbeitbare Komplexaufgaben. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Mindestens zwei der Aufgaben knüpfen an Lebensweltbezüge an.
- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Die in den ersten vier Spiegelstrichen genannten Vorgaben gelten nicht für den hilfsmittelfreien Teil.
- Die Aufgaben beziehen sich auf alle in den Fachanforderungen genannten Leitideen.
- Bei der Formulierung der Aufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden.
- Jede Komplexaufgabe muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Alle Komplexaufgaben haben dieselbe Zahl von Bewertungspunkten und einen vergleichbaren Bearbeitungsumfang.
- Der Anteil des hilfsmittelfreien Teils darf 40 Prozent der Gesamtpunktzahl nicht überschreiten.

Bestimmungen über zulässige Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Taschenrechner) sowie über die Auswahl und die Anzahl der zu bearbeitenden Komplexaufgaben werden in den Durchführungsbestimmungen sowie im Themenkorridor festgelegt. Für den Mittleren Schulabschluss ist dabei sicherzustellen, dass Inhalte der Leitidee ‚Funktionaler Zusammenhang‘ bearbeitet werden müssen.

Grundlage für die Bewertung der Prüfungsleistungen ist der jeder Aufgabe beiliegende Erwartungshorizont, in dem auf Grundlage einer Musterlösung verbindliche Vorgaben für die Vergabe von Bewertungspunkten ausgeführt werden. Bewertungspunkte können sowohl rein formalen Lösungen zugeordnet sein als auch weiteren, durch Operatoren geforderten Leistungen wie erläuternden, kommentierenden oder begründenden Texten. Dabei können einzelne Bewertungspunkte einzelnen Lösungs- oder Argumentationsschritten zugeordnet sein oder mehrere Bewertungspunkte sind insgesamt einem Lösungsweg oder einer zusammenhängenden Argumentation zugeordnet. Rechnungen, bei denen Taschenrechner eingesetzt werden, müssen angemessen dokumentiert werden. Es hängt von der Aufgabenstellung oder von der Definition des in der Aufgabenstellung verwendeten Operators ab, ob ein reines Notieren der Ergebnisse genügt. Dabei sollten in Aufgabenstellungen Vorgaben für das Runden auf eine bestimmte Stellenzahl vermieden werden, um die eigenständige Wahl einer im Sachzusammenhang sinnvollen Rundung zu ermöglichen.

Abweichende Lösungswege, die zu einer gleichwertigen Lösung führen, sind mit der vollen Punktzahl zu bewerten. Nach Rechenfehlern müssen folgerichtige Ergebnisse angemessen berücksichtigt werden. Entsprechend sind Texte zu bewerten, in denen nach fehlerhaften Überlegungen schlüssig weiter argumentiert wird und die deshalb zu Ergebnissen führen, die von der Musterlösung abweichen. Punkte für reine

Antwortsätze, die nur ein bereits notiertes Ergebnis im Zusammenhang eines Satzes wiedergeben, werden nicht vergeben.

6.2 Die mündliche Abschlussprüfung

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der fünf Leitideen. Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden und das mathematische Arbeiten in der Sekundarstufe I auf der jeweiligen Anforderungsebene hinreichend erfasst wird.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge Lösungswege erläutern, mathematische Sachverhalte darstellen sowie im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen. Die Prüferin oder der Prüfer legt dem Prüfungsausschuss vor der Prüfung einen schriftlichen Erwartungshorizont vor, in dem die erwarteten inhaltlichen Ergebnisse skizziert werden.

Bei der Bewertung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen,
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen,
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen,
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf.

Kommt ein Prüfling im Verlauf der mündlichen Prüfung nicht über die reine Reproduktion gelernten Wissens hinaus, so kann die Note nicht besser als „ausreichend“ sein. Soll die Leistung mit „sehr gut“ beurteilt werden, so müssen im Vortrag oder im Verlauf des Gesprächs auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

III Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe II

1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe II an Gymnasien und Gemeinschaftsschulen

1.1 Grundlagen und Lernausgangslage

Grundlage für den Mathematikunterricht in der Oberstufe sind die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife. Der Unterricht in der Oberstufe baut auf den in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und durch die Fachanforderungen für die Sekundarstufe I beschriebenen Kompetenzerwartungen auf. Die in der Sekundarstufe I erworbenen prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind daher unverzichtbare Grundlage für die Arbeit in der Oberstufe. Sie können somit auch Bestandteil der Abiturprüfung sein.

Das Fach Mathematik leistet einen grundlegenden Beitrag zur Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler bis zur Allgemeinen Hochschulreife und damit zu den Bildungszielen der Oberstufe. Die Fachanforderungen bilden das Bindeglied zwischen den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife und den schulinternen Fachcurricula.

Der Unterricht im Kernfach Mathematik findet auf erhöhtem Anforderungsniveau statt (vergleiche Kapitel III.1.4).

1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung

Kennzeichen mathematischer Arbeitsweise sind präziser Sprachgebrauch, Entwicklung klarer Begriffe, folgerichtige Gedankenführung und Argumentation, systematisches Vorgehen sowie das Erfassen von Zusammenhängen. Durch Übung in diesen Arbeitsweisen erfahren die Schülerinnen und Schüler eine intensive Schulung des Denkens und des Abstraktionsvermögens. Sie lernen verschiedene Formen mathematischer Betrachtungs- und Vorgehensweisen kennen, wodurch sich geistige Beweglichkeit und Offenheit für unterschiedliche Fragestellungen und Sichtweisen weiterentwickeln. Beim Entdecken von Gesetzmäßigkeiten sowie beim Vergleichen und Reflektieren von Lösungswegen bilden sich Denk- und Handlungsstrategien heraus.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Die Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik als geistige Schöpfung kennen und als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrnehmen und verstehen zu können. Die Mathematik dient ferner dem Erwerb weitergehender, insbesondere heuristischer Fähigkeiten. Innermathematische Fragestellungen haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie Anwendungen aus der Lebenswelt.

Mit dem Erwerb der Kompetenz, komplexe Sachverhalte zu analysieren und dabei fachliche Methoden der Mathematik in angemessener Weise anzuwenden sowie die Ergebnisse strukturiert darzustellen, werden Schülerinnen und Schüler auf das wissenschaftliche Arbeiten in der Hochschule vorbereitet.

1.3 Didaktische Leitlinien

Die in den Bildungsstandards beschriebene Kompetenzorientierung ist verbindlich. Die Fachanforderungen formulieren dazu verbindliche Grundsätze für den Unterricht, weisen gleichermaßen verbindliche Kerninhalte aus und zeigen den notwendigen und den zulässigen Gestaltungsrahmen für Konkretisierungen auf, die im schulinternen Fachcurriculum formuliert werden müssen.

Ziel des Unterrichts ist es, den Erwerb der inhaltsbezogenen Kompetenzen stets mit der Erweiterung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu verknüpfen, das mathematische Grundverständnis zu fördern und den flexiblen und vernetzten Einsatz der Mathematik im Alltag zu vergegenwärtigen.

Dazu wählen Lehrkräfte zielgerichtet Lernumgebungen aus. Diese umfassen geeignete mathematische Fragestellungen, Aufgabenformate und Lernformen. Sie müssen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen, bereits erworbene Fertigkeiten und Fähigkeiten situationsgerecht zur Lösung von Problemen einzusetzen. Ziele einer derartigen Vorgehensweise sind der kumulative Kompetenzaufbau und die Vernetzung von Inhalten.

Geeignete Lernumgebungen veranlassen Schülerinnen und Schüler, reflektiert Basiswissen abzurufen. Mathematisch kompetent zu sein bedeutet, verfügbares Basiswissen auf neuartige Problemstellungen eigenständig und zielgerichtet

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

übertragen zu können. Dazu müssen die Lernenden über tragfähige Grundvorstellungen mathematischer Begriffe verfügen und fachliche Methoden beherrschen.

So soll sich beispielsweise die Einführung des Skalarprodukts nicht auf das formale Rechenverfahren beschränken, sondern die geometrische Bedeutung der Rechenoperation, nämlich die orientierte Länge der Projektion eines Vektors auf einen Einheitsvektor ins Zentrum stellen. Bei weitergehenden Fragestellungen (zum Beispiel Abstandsbestimmungen) sollte dann auf diese Grundvorstellung zurückgegriffen werden.

Ein nachhaltiger Lerneffekt ist besonders dann zu erwarten, wenn im Unterricht tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut, Inhalte und Kompetenzen vernetzt und Phasen intelligenten Übens integriert werden.

Themenorientiertes Arbeiten ist das bewusste Aufgreifen von Kontexten aus der realen Welt, die sich für das Erarbeiten und zum Teil für das Anwenden mathematischer Inhalte – unter Umständen über einen längeren Zeitraum – eignen. Themen verbinden die fachlichen Konzepte der Mathematik mit lebensweltlichen Vorstellungen und aktuellen Bezügen. Sie stellen eine Brücke zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken her. In diesem Sinne ist themenorientiertes Arbeiten verbindlich. Im Unterricht wird es neben themenorientiertem Arbeiten Phasen geben, in denen innermathematisch Inhalte und Verfahren lehrgangsartig eingeführt werden oder in denen wiederholt oder geübt wird.

Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten im Fach Mathematik erfordert, dass die Schülerinnen und Schüler zunehmend selbstständig arbeiten, eigenständig Informationsquellen erschließen, heuristisch und systematisch Problemstellungen einer Lösung zuführen, Ergebnisse kritisch überprüfen und kooperativ zusammenarbeiten.

1.4 Anforderungsniveaus und Anforderungsbereiche

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife unterscheiden das grundlegende und das erhöhte **Anforderungsniveau**. Der Unterricht im Kernfach Mathematik findet auf erhöhtem Anforderungsniveau statt. Das grundlegende Anforderungsniveau ist relevant für Abiturprüfungen gemäß APVO-EW (Externenprüfung).

Für die Gestaltung des Unterrichts, die Erstellung von Aufgaben und die Bewertung von Unterrichtsbeiträgen und Leistungsnachweisen sind die folgenden

Anforderungsbereiche der KMK-Bildungsstandards zu berücksichtigen:

- **Anforderungsbereich I** umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.
- **Anforderungsbereich II** umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.
- **Anforderungsbereich III** umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge

Der sachgerechte Umgang mit mathematischen Werkzeugen und Hilfsmitteln ist Teil des Unterrichts. Neben dem wissenschaftlichen Taschenrechner und der Formelsammlung dienen in bestimmten Phasen auch die Tabellenkalkulation, das dynamische Geometriesystem sowie gegebenenfalls das Computer-Algebra-System als mathematisches Werkzeug. Die Einführung in den Gebrauch ausgewählter Werkzeuge ist Gegenstand des Unterrichts.

1.5.1 Einsatz digitaler mathematischer Werkzeuge

In der Oberstufe ist die Nutzung des **wissenschaftlichen Taschenrechners** verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Die Geräte müssen Mindestanforderungen erfüllen, die in den Bestimmungen zur Durchführung der schriftlichen Abiturprüfung festgelegt sind. Die sachgerechte Bedienung des Taschenrechners sowie die angemessene schriftliche Dokumentation von Ansatz und Ergebnis einer Rechnung müssen im Unterricht behandelt werden.

Tabellenkalkulationsprogramme und **dynamische Geometriesysteme (DGS)** sind im Unterricht der Oberstufe im Zusammenhang mit geeigneten Unterrichtsgegenständen einzusetzen.

Computer-Algebra-Systeme (CAS) können im Unterricht eingesetzt werden. Über einen zeitweiligen Einsatz entscheidet die Lehrkraft. Sollen CAS-Rechner anstelle von wissenschaftlichen Taschenrechnern ständig genutzt werden, setzt dies entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus. Der Beschluss gilt dann jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematiklerngruppe oder der Jahrgangsstufe. In der Oberstufe ist damit die für alle Lernenden verbindliche Entscheidung verbunden, im Abitur speziell für CAS entwickelte Prüfungsaufgaben zu bearbeiten. Darüber ist bis zum Eintritt der Schülerinnen und Schüler in die Qualifikationsphase die Fachaufsicht im für Bildung zuständigen Ministerium zu informieren.

Bei Klassenarbeiten sind die Vorgaben für den CAS-Einsatz in der schriftlichen Abiturprüfung in ihrer jeweils gültigen Fassung zu beachten.

Einer Einführung in die sachgerechte Bedienung des Geräts kommt eine besonders hohe Bedeutung zu.

Die sachgerechte Nutzung von digitalen Werkzeugen schließt auch die Werkzeugwahl ein. Das bedeutet nicht nur die Entscheidung für die Nutzung eines bestimmten Programms oder einer bestimmten Gerätefunktion, sondern eventuell auch den Verzicht auf Hilfsmittel. In jedem Fall muss der Unterricht so angelegt

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

werden, dass die ausreichende Beherrschung numerischer und algebraischer Verfahren ohne Hilfsmittel sichergestellt ist.

Die technologische Entwicklung wird neue Plattformen für digitale mathematische Werkzeuge hervorbringen. Beispielsweise sind Tabellenkalkulation, dynamisches Geometriesystem und Computer-Algebra-System als Software für Tablet PCs verfügbar.

Über einen zeitweiligen Einsatz neuer Plattformen für mathematische Werkzeuge anstelle von wissenschaftlichen Taschenrechnern entscheidet die Lehrkraft. Der ständige Einsatz setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus, die jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematiklerngruppe oder Jahrgangsstufe gelten. Zusätzlich ist dafür die Genehmigung der Fachaufsicht im für Bildung zuständigen Ministerium einzuholen.

1.5.2 Einsatz von Formelsammlungen

In der Abiturprüfung dürfen zugelassene Formelsammlungen verwendet werden. Es liegt in der didaktischen Verantwortung der Lehrkräfte, die sachgerechte Verwendung von Formelsammlungen in angemessenem Umfang im Unterricht zu üben.

Die Fachkonferenz entscheidet, welche der zulässigen Formelsammlungen eingesetzt werden.

2 Kompetenzbereiche

In den Bildungsstandards wird unterschieden zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen (prozessbezogenen Kompetenzen) und Leitideen, die inhaltsbezogene Kompetenzen beschreiben. Mit dem Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen wird zugleich ein wichtiger Beitrag des Faches Mathematik zum Erwerb überfachlicher Kompetenzen (Methodenkompetenz, Sozial- und Selbstkompetenz) geleistet.

In der Oberstufe werden die prozessbezogenen Kompetenzen, deren Grundlagen in der Sekundarstufe I gelegt wurden, weiterentwickelt. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden durch die Verbindung mit neuen Inhaltsfeldern in zunehmend komplexen und kognitiv anspruchsvollen Lernsituationen vertieft.

Grundlage für die Beschäftigung mit mathematischen Fragestellungen bilden die Kompetenzen, mathematisch kommunizieren und argumentieren zu können. Dies setzt Kompetenzen im Umgang mit mathematischen Symbolen, Verfahren und Modellen sowie mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen voraus. Inbegriffen ist auch die Nutzung geeigneter mathematischer Vorstellungen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen am Ende des Mathematikunterrichts Kompetenzen im mathematischen Modellieren und mathematischen Problemlösen erworben haben. Das Lernen in Kontexten, der Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten und Methoden sowie die Auswahl geeigneter Lösungsstrategien sind dabei eng verzahnt. Die Bewältigung mathematischer Probleme erfordert das permanente Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind daher untrennbar mit den Leitideen verbunden. Sie werden von den Lernenden in aktiver Auseinandersetzung mit Fachinhalten erworben. Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese unabhängig von speziellen Inhalten in verschiedenen Leitideen eingesetzt werden kann.

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden in den klassischen Sachgebieten Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik ausgeführt.

2.1 Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife werden sechs allgemeine mathematische Kompetenzen unterschieden:

- K1: Mathematisch argumentieren
- K2: Probleme mathematisch lösen
- K3: Mathematisch modellieren
- K4: Mathematische Darstellungen verwenden
- K5: Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen
- K6: Mathematisch kommunizieren

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen mögen unterschiedlich anspruchsvoll erscheinen. Die mit diesen Kompetenzen verbundenen Tätigkeiten können jedoch – je nach Art der Aufgabenstellung – in jedem der drei Anforderungsbereiche liegen.

Mathematisch kompetentes Handeln kann für jede der sechs Kompetenzen in drei Phasen eingeteilt werden. Diese Phasen sind nicht mit den drei Anforderungsbereichen gleichzusetzen. Im Folgenden werden für die einzelnen Phasen typische Tätigkeiten genannt, um die prozessbezogenen Kompetenzerwartungen beispielhaft darzustellen.

K1: Mathematisch argumentieren

Überlegen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- unterstützen oder hinterfragen Vermutungen beispielgebunden,
- stellen Überlegungen an, sammeln Argumente und präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

Begründen

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- nutzen mathematische Regeln oder Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen,
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
- nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis),
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise.

Beurteilen

Die Schülerinnen und Schüler

- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch,
- erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie,
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie,
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit.

K2: Probleme mathematisch lösen

Erkunden

Die Schülerinnen und Schüler

- recherchieren Informationen,
- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme,
- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation,
- analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- wählen heuristische Hilfsmittel (zum Beispiel Skizzen, informative Figuren, Tabellen, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen,
- erkennen Muster und Beziehungen.

Lösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (zum Beispiel Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zurückführen auf einfachere Probleme, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern),
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen,
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.

Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler

- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,
- interpretieren Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten,
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz,
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- variieren Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung.

K3: Mathematisch modellieren

Strukturieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.

Mathematisieren

Die Schülerinnen und Schüler

- übertragen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Beschreibungen,
- übersetzen zwischen sprachlichen Formulierungen, symbolischer Sprache und Fachsprache,
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung zu der konkreten Fragestellung innerhalb des mathematischen Modells,
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu.

Validieren

Die Schülerinnen und Schüler

- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender) Modelle für die Beantwortung der Fragestellung,
- verbessern aufgestellte Modelle,
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen des Modells.

K4: Mathematische Darstellungen verwenden

Auswerten

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen Daten aus verschiedenen Darstellungen,
- werten Darstellungen nach vorgegebenen und selbstentwickelten Kriterien aus,
- erfassen Zusammenhänge und Entwicklungen von Daten,
- gehen mit Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständlich um,
- erkennen Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungsformen und bewerten deren Interpretationsspielräume.

Auswählen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus,
- wechseln situationsgerecht zwischen verschiedenen Darstellungsformen,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen verschiedener mathematischer Darstellungsformen,
- wählen geeignete Werkzeuge zur Erstellung mathematischer Darstellungen aus.

Erstellen

Die Schülerinnen und Schüler

- fertigen Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen problemadäquat an,
- verändern gegebene Darstellungen,
- entwickeln individuelle Darstellungen, um eigene Überlegungen zu strukturieren und zu dokumentieren,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zur Anfertigung von Darstellungen.

K5: Mit Mathematik symbolisch, formal und technisch umgehen

Formalisieren

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen symbolische und formale Schreibweisen,
- verwenden Variablen, Terme und Gleichungen zum Beschreiben von Sachverhalten,
- wählen situationsgerecht mathematische Schreibweisen aus,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge zielgerichtet zur Darstellung mathematischer und geometrischer Objekte.

Anwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden elementare Rechen- und Lösungsverfahren an,
- wählen problemadäquat mathematische Lösungsverfahren aus,
- beherrschen komplexe mathematische Verfahren,
- bearbeiten mathematische Aufgabenstellungen zielgerichtet und effizient unter Berücksichtigung grundlegenden Regelwissens,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, Zirkel, geometrische Modelle, Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Funktionenplotter, dynamische Geometriesysteme und gegebenenfalls Computer-Algebra-Systeme.

Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler

- bewerten verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren,
- begründen Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge.

K6 Mathematisch kommunizieren

Rezipieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen,
- beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.

Produzieren

Die Schülerinnen und Schüler

- formulieren eigene Überlegungen und Fragestellungen und beschreiben eigene Lösungswege,
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notationen auf angemessenem Niveau,
- begründen die Auswahl einer geeigneten Darstellungsform,
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar,
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie, auch unter Nutzung geeigneter Medien.

Diskutieren

Die Schülerinnen und Schüler

- greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,

- nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

2.2 Die mathematischen Leitideen

Nach den Vorgaben der Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife werden die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen in fünf Leitideen zum Ausdruck gebracht, die auf den Leitideen der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss aufbauen.

L1: Algorithmus und Zahl

L2: Messen

L3: Raum und Form

L4: Funktionaler Zusammenhang

L5: Daten und Zufall

Sie werden inhaltlich ausgeführt in den klassischen Sachgebieten Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Bestimmte Inhalte dieser Sachgebiete werden gleichzeitig mehreren Leitideen zugeordnet. Damit werden bewusst verschiedene, im Unterricht zu berücksichtigende Aspekte dieser Inhalte betont.

In der linken Spalte wird ausgeführt, über welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler am Ende der Oberstufe verfügen sollen. Diese Kompetenzerwartungen beschreiben die Anforderungen der Abiturprüfung. In diesen Beschreibungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen unter Verwendung geeigneter Operatoren mit den Leitideen in Verbindung gebracht. Alle Kompetenzbeschreibungen der linken Spalte beziehen sich auf alle Begriffe und Hinweise in den beiden anderen Spalten bis zur nächsten waagerechten Trennlinie.

In der mittleren Spalte werden vorzugsweise durch das Nennen von Begriffen mathematische Themen und Inhalte verbindlich ausgewiesen. Die Anordnung entspricht soweit möglich der sachlogischen Reihenfolge. Jedoch beziehen sich, um Doppelungen zu vermeiden, bestimmte Kompetenzbeschreibungen auf mehrere Objekte gleichermaßen.

In den beiden ersten Spalten sind diejenigen Kompetenzen oder Inhalte **fett dargestellt**, die über das grundlegende Anforderungsniveau hinausgehen und für das Kernfach Mathematik verbindlich sind.

In der rechten Spalte stehen Vorgaben und didaktische Hinweise. Einige Hinweise beziehen sich auf den Aufbau von Grundvorstellungen, andere auf die erwartete Durchdringungstiefe oder auf mögliche Verknüpfungen mit anderen Bereichen. An einzelnen Stellen befinden sich verbindliche Vorgaben.

2.2.1 Leitidee 1: Algorithmus und Zahl

In der Oberstufe werden mit Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 neue algebraische Objekte und Operationen eingeführt, die über die aus der Sekundarstufe I bekannten Zahlbereiche hinausgehen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen per Hand einfache Gleichungen, die sich durch Anwenden von Umkehroperationen lösen lassen,
- lösen per Hand einfache Gleichungen, die sich durch Faktorisieren oder Substituieren auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen,
- bestimmen mit dem Taschenrechner Lösungen von Gleichungen,
- führen das Lösen von Gleichungen auf die Nullstellenbestimmung bei Funktionen zurück,
- berechnen näherungsweise Nullstellen von Funktionen,
- wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungssystemen aus,
- berechnen per Hand die Lösungsmengen von einfachen linearen Gleichungssystemen mit einem algorithmischen Verfahren,
- bestimmen mit dem Taschenrechner Lösungen von Gleichungssystemen,
- nutzen Grenzwerte zur Bestimmung von Ableitungen und Integralen,
- rechnen mit n-Tupeln und wenden die Rechengesetze eines Vektorraumes an,
- nutzen die Rechengesetze für Skalarprodukt **und Vektorprodukt** zum Berechnen und Umformen von Termen sowie zum Lösen von Vektorgleichungen.

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Gleichungen n-ten Grades
- Exponentialgleichungen
- trigonometrische Gleichungen
- grafische Lösungsverfahren
- Newtonverfahren
- Gleichungssystem
- lineares Gleichungssystem
- Einsetzungsverfahren
- Additionsverfahren
- über- und unterbestimmte Gleichungssysteme
- Koeffizientenmatrix
- Grenzwerte von Folgen von Funktionswerten reeller Funktionen
- Limes
- der 2-dimensionale Vektorraum \mathbb{R}^2
- der 3-dimensionale Vektorraum \mathbb{R}^3
- Nullvektor
- Gegenvektor
- Addition von Vektoren
- Multiplikation von Vektoren mit Skalaren
- Vektorgleichungen
- Linearkombination
- lineare Abhängigkeit
- lineare Unabhängigkeit
- Skalarprodukt
- **Vektorprodukt**

Vorgaben und Hinweise:

Die Polynomdivision muss nicht unterrichtet werden.

Isolierte Unterrichtseinheiten zur Gleichungslehre sind nicht vorgesehen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Beim Lösen schwieriger Gleichungen mit dem Taschenrechner sind Fragen der Startwertproblematik und der Anzahl der Lösungen zu thematisieren.

Es sollte plausibel gemacht werden, warum sich bei Zeilenumformungen die Lösungsmenge des Gleichungssystems nicht ändert.

Bei der Umformung von Koeffizientenmatrizen soll der Grundgedanke des Gauß-Algorithmus angesprochen werden.

Es reicht die intuitive Erfassung des Grenzwertbegriffes. Die Schreibweise „lim“ kann auch ohne formale Definition verwendet werden.

Durch die Interpretation von Vektoren als Verschiebungen kann auf ihre Definition als Äquivalenzklasse (Pfeilklassse) verzichtet werden.

2.2.2 Leitidee 2: Messen

In der Oberstufe wird das Messen als universelles Werkzeug zum Quantifizieren und Vergleichen um die Ableitung, das Integral sowie das Skalar- und das Vektorprodukt erweitert. Die Leitidee „Messen“ ist in besonderem Maße mit anderen Leitideen verknüpft.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen die mittlere Änderungsrate und deuten sie im Sachzusammenhang,
- erläutern den Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten,
- deuten die lokale Änderungsrate im Sachzusammenhang,
- nutzen die Definition des Differenzialquotienten, um die lokale Änderungsrate numerisch zu bestimmen,
- deuten den Schnittwinkel zwischen den Graphen als Winkel zwischen den Tangenten an die Graphen im Schnittpunkt,
- deuten die Schreibweise des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Folge verfeinerter Messergebnisse,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- bestimmen den Inhalt von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt werden, und deuten diese Flächeninhalte im Sachzusammenhang,
- **bestimmen den Rauminhalt von Rotationskörpern,**
- bestimmen Abstände, Winkel, Flächen- und Rauminhalte von Objekten im \mathbb{R}^3 ,
- nutzen das Skalarprodukt zur Längenbestimmung projizierter Vektoren und zur Winkelbestimmung,
- **nutzen das Vektorprodukt zur Bestimmung von Flächeninhalten,**
- werten Daten aus, indem sie geeignete Lage- und Streumaße auswählen und anwenden,
- deuten den Median und den arithmetischen Mittelwert als mögliche Ergebnisse von Messprozessen zur Bewertung von Daten,
- entwickeln mögliche Terme zur Beschreibung der Streuung,
- deuten den Term der Varianz als ein mögliches Ergebnis eines Messprozesses zur Erfassung der Streuung von Daten,
- berechnen und deuten Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen.

Verbindliche Themen und Inhalte:

- mittlere Änderungsrate
- Differenzenquotient einer Funktion
- Sekantensteigung
- lokale Änderungsrate
- Differenzenquotient
- Differenzialquotient
- Tangentensteigung
- Differenzierbarkeit
- Schnittwinkel von Graphen
- Approximation von Flächeninhalten
- bestimmtes Integral
- **uneigentliches Integral**
- **Rotationskörper**
- **Rotationsvolumen**
- Betrag von Vektoren

- Skalarprodukt
- Maß des Winkels zwischen Vektoren, zwischen Geraden, zwischen Geraden und Ebenen sowie zwischen Ebenen
- **Vektorprodukt**
- **Flächeninhalt von Dreiecken und Parallelogrammen**
- **Spatvolumen**
- **Abstand zwischen Punkten, Geraden und Ebenen**
- Normalenformen
- **Lotfußpunktverfahren**
- Median (Zentralwert)
- arithmetischer Mittelwert
- Spannweite
- Varianz
- Standardabweichung
- Erwartungswert
- Varianz
- Standardabweichung

Vorgaben und Hinweise:

Zum Aufbau einer Grundvorstellung des Steigungsbegriffs sollten die Schülerinnen und Schüler zur Bestimmung von Sekantensteigungen zunächst Zeichnungen heranziehen. Für Visualisierungen sollte ein dynamisches Geometriesystem (DGS) genutzt werden.

Der Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten sollte durch Grenzwertprozesse intuitiv erfasst und mit dem DGS veranschaulicht werden. Auch mithilfe der Tabellenkalkulation kann das Verständnis des Grenzwertprozesses unterstützt werden. Dabei sollten links-, rechts- und beidseitige Grenzwertprozesse betrachtet werden.

Es genügt, Rechteckstreifen zur Approximation zu betrachten.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Es sollen auch Sachprobleme betrachtet werden, bei denen ein negativer Integralwert im Sachzusammenhang eine Bedeutung hat.

Es soll ein intuitives Verständnis von uneigentlichen Integralen gewonnen werden.

Es genügt, die Rotation um die x-Achse zu betrachten.

Bereits vor Einführung des Skalarprodukts sollen Beträge von Vektoren mit dem Satz des Pythagoras bestimmt werden.

Auf grundlegendem Niveau müssen mit Normalenformen keine Abstandsberechnungen durchgeführt werden.

Mittelwert und Streuung sollten auch an von Schülerinnen und Schülern durchgeführten Zufallsexperimenten ermittelt werden.

Es genügt, einfache Verteilungen zu betrachten, bei denen die Zufallsgröße nur wenige verschiedene Werte annehmen kann, um den Grundgedanken des Erwartungswertes und des Streumaßes herauszuarbeiten.

2.2.3 Leitidee 3: Raum und Form

In der Oberstufe wird das räumliche Vorstellungsvermögen erweitert. Die algebraische Beschreibung von geometrischen Objekten im Raum ermöglicht Berechnungen von Eigenschaften und Lagebeziehungen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen geometrische Objekte im (kartesischen) Koordinatensystem dar,
- reduzieren geometrische Situationen auf aussagekräftige Skizzen,
- beschreiben geometrische Objekte mithilfe von Vektoren,
- interpretieren Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum als Ortsvektoren oder Verschiebungen,
- führen elementare Operationen mit Vektoren aus und interpretieren diese geometrisch,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- stellen Vektoren als Linearkombination anderer Vektoren dar und deuten diese geometrisch,
- untersuchen Vektoren auf lineare Abhängigkeit und deuten diese geometrisch,
- deuten das Skalarprodukt **und das Vektorprodukt** geometrisch,
- beschreiben Geraden, Ebenen **und Kugeln** im \mathbb{R}_3 ,
- untersuchen die Lagebeziehung von Geraden **und Ebenen** und bestimmen die zugehörigen Schnittmengen,
- interpretieren das Lösen linearer Gleichungssysteme als Schnittproblem,
- **untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen zu Kugeln.**

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Punkte, Strecken, Polygone, Körper
- Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum
- Addition von Vektoren
- Multiplikation von Vektoren mit Skalaren
- Linearkombination
- Skalarprodukt
- **Vektorprodukt**
- lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit
- Geradengleichung
- Ebenengleichung
- Parameterform
- Koordinatenform
- Normalenform
- **Kugelgleichung**
- Lagebeziehungen von Geraden zu Geraden, **Geraden zu Ebenen und Ebenen zu Ebenen**
- **Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen zu Kugeln**
- **Tangentialebenen**

Vorgaben und Hinweise:

Das räumliche Vorstellungsvermögen soll auch durch Modelle und den Einsatz von dynamischen Geometrieprogrammen gefestigt werden.

Anhand von ausgewählten Beispielen sollen die Eigenschaften geometrischer Objekte mithilfe algebraischer Methoden analysiert und beschrieben werden.

Die Kugelgleichung soll lediglich als ein weiteres Beispiel einer algebraischen Darstellung einer speziellen Punktmenge eingeführt werden.

Bei der Untersuchung von Lagebeziehungen bietet sich die Koordinatenform an.

2.2.4 Leitidee 4: Funktionaler Zusammenhang

In der Oberstufe werden die in der Sekundarstufe I vermittelten Kenntnisse über Funktionen und ihre Eigenschaften vertieft und insbesondere um die infinitesimalen Methoden der Differenzial- und Integralrechnung erweitert.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge,
- stellen funktionale Zusammenhänge in verschiedenen Formen dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Graph, Tabelle, Term und verbaler Beschreibung,
- beschreiben die Veränderung des Graphen von f beim Übergang von $f(x)$ zu $f(x) + c$, $c \cdot f(x)$, $f(x + c)$, $f(c \cdot x)$,
- bestimmen Funktionen oder Parameter in Funktionstermen aus Bedingungen an die Funktion oder deren Ableitungen,
- deuten die Ableitung als lokale Änderungsrate und interpretieren sie in Sachzusammenhängen,
- **deuten die Ableitung im Zusammenhang mit der lokalen Approximation einer Funktion durch eine lineare Funktion,**
- interpretieren die Ableitungsfunktion im Sachzusammenhang,
- entwickeln Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt,
- deuten die zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- deuten das Vorzeichen der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion,
- bilden Ableitungen der Funktionen der oben genannten Funktionsklassen,
- charakterisieren die e-Funktion als eine Funktion, die sich selbst als Ableitung hat,
- nutzen die Ableitungsfunktionen (auch höherer Ordnung) zur Klärung des Monotonieverhaltens und der Bestimmung von charakteristischen Punkten des Graphen einer Funktion,
- lösen Optimierungsprobleme mit Mitteln der Analysis,
- deuten das bestimmte Integral in Sachzusammenhängen, zum Beispiel als aus der Änderungsrate rekonstruierter Bestand,
- begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung inhaltlich als Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff,
- berechnen bestimmte Integrale mittels Stammfunktionen und Näherungsverfahren,
- **nutzen die ln-Funktion als Stammfunktion von $f(x) = 1/x$ und als Umkehrfunktion der e-Funktion,**
- deuten Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Funktionen und nutzen diese zur Beschreibung stochastischer Situationen,
- **beschreiben Binomialverteilungen näherungsweise durch Anpassung einer standardisierten „Glockenfunktion“ $\Phi_{0;1}(x)$,**
- verstehen die Parametergleichung einer Geraden (Ebene) im \mathbb{R}^3 als eine Funktion $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ ($\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$) und modellieren so Bewegungen im Raum.

Verbindliche Themen und Inhalte:

- ganzrationale Funktionen
- Wurzelfunktion
- $f(x) = 1/x$
- $f(x) = x_q$ mit q ist Element von \mathbb{Q}
- Exponentialfunktionen
- e-Funktion
- **ln-Funktion**
- Sinusfunktion

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Kosinusfunktion
- Verknüpfungen
- Verkettungen
- Funktionenscharen
- Verschiebung in x- bzw. y-Richtung
- Streckung in x- bzw. y-Richtung
- Spiegelung an der x- bzw. y-Achse
- lokale Änderungsrate
- Differenzialquotient
- Tangentensteigung
- Ableitung
- Newton-Verfahren
- Ableitungsfunktion
- Stetigkeit
- Differenzierbarkeit
- grafisches Differenzieren
- Skizzieren von Stammfunktionen
- Wendepunkte als Punkte des Graphen mit lokal extremer Steigung
- Links-, Rechtskrümmung
- Wendepunkt als Punkt, in dem sich die Krümmungsrichtung des Graphen ändert
- Ableitungsregeln zu den oben genannten Funktionsklassen
- Summenregel
- Faktorregel
- Potenzregel
- Produktregel
- **Kettenregel**
- Eigenschaften der e-Funktion
- Monotonie
- Hochpunkt, Tiefpunkt
- Wendepunkt
- Sattelpunkt
- notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen
- Ortskurven von charakteristischen Punkten

- Definitionsbereich
- lokale und globale Extrema
- Randextrema
- Integrand
- Integralwert
- Integralfunktion
- Stammfunktion
- Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung
- Rechteckmethode
- Integrationsregeln: Additivität, Linearität, **partielle Integration, Substitution an einfachen Beispielen**
- **Exponentialgleichungen**
- Zufallsgröße
- Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Erwartungswert
- Standardabweichung
- Standardnormalverteilung

$$\varphi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

- Normalverteilung

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Parametergleichung von Geraden oder Ebenen

Vorgaben und Hinweise:

Die Unterscheidung der Begriffe Stelle, Funktionswert und Punkt ist deutlich herauszuarbeiten.

Um die funktionale Abhängigkeit zu betonen, ist die in der Sekundarstufe I eingeführte Schreibweise „f(x) = ...“ beizubehalten.

Wertetabellen können schnell mit entsprechenden Funktionen des Taschenrechners erstellt werden.

Es genügt ein intuitives Verständnis der Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

An dieser Stelle soll die gedankliche Umkehrung des Differenzierens thematisiert werden, der Integralbegriff folgt erst später.

Motivation für die Einführung der Eulerschen Zahl e kann die Suche nach Funktionen sein, die sich selbst als Ableitung haben.

Zur Bestimmung der Werte bestimmter Integrale sollen auch digitale Werkzeuge eingesetzt werden.

Die Berechnung der minimalen Entfernung von zwei sich auf Geraden bewegenden Objekten führt beispielsweise auf eine Bestimmung des globalen Minimums der vom gemeinsamen Parameter abhängigen Entfernungsfunktion.

Auch in Computer-Algebra-Systemen werden Parameterformen von Geraden und Ebenen als Funktionen aufgefasst.

2.2.5 Leitidee 5: Daten und Zufall

In der Oberstufe werden die in der Sekundarstufe I vermittelten Grundlagen der Stochastik und Statistik durch die Behandlung von bedingten Wahrscheinlichkeiten, Zufallsgrößen und deren Verteilungen erweitert.

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Zufallsexperimente und zugehörige Ereignisse mithilfe der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung,
- nutzen eine präzise mathematische Schreibweise zur Notation von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen und versprachlichen diese,
- modellieren und lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen,
- untersuchen Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit,
- nutzen Zufallsgrößen und deren Verteilungen zur Modellierung von realen Situationen,

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- interpretieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Prognose von zu erwartenden Häufigkeitsverteilungen,
- interpretieren Kenngrößen von Zufallsgrößen in Bezug auf die vorliegende Situation,
- verwenden den Computer zur Simulation von Zufallsexperimenten,
- bearbeiten reale Problemstellungen, indem sie mit diskreten Zufallsgrößen modellieren,
- **interpretieren die Bedeutung der in der Funktionsgleichung einer Normalverteilung auftretenden Parameter,**
- **beurteilen, wann eine binomialverteilte Zufallsgröße durch eine Normalverteilung angenähert werden kann,**
- **berechnen Näherungswerte von Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen und nutzen dazu die Normalverteilungsfunktion des Taschenrechners,**
- **konzipieren Hypothesentests und interpretieren die Fehler 1. und 2. Art (Testen),**
- **ermitteln aus einem Stichprobenergebnis/Testergebnis ein Vertrauensintervall für die zugrunde liegende Wahrscheinlichkeit (Schätzen).**

Verbindliche Themen und Inhalte:

- Zufallsexperiment
- Ergebnis
- Ergebnismenge
- Laplace-Experiment
- Ereignis
- Ereignismenge
- Gegenereignis
- Vereinigungen und Schnitte von Ereignissen
- relative Häufigkeit
- Wahrscheinlichkeit
- Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten (Axiome von Kolmogorov)
- Baumdiagramm

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- inverses Baumdiagramm
- Vierfeldertafel
- bedingte Wahrscheinlichkeit
- stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen
- Zufallsgröße als Abbildung von der Ergebnismenge in die reellen Zahlen
- Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Häufigkeitsverteilung
- Histogramm
- Berechnung von Wahrscheinlichkeiten der Form $P(X=k)$ und $P(k_1 \text{ kleiner-gleich } X \text{ kleiner-gleich } k_2)$
- Mittelwert
- Erwartungswert
- Varianz und Standardabweichung als Streuungsmaße
- Funktionen zur Erzeugung von Zufallszahlen in Tabellenkalkulationsprogrammen
- Funktionen der Tabellenkalkulation zur Auswertung der durch Simulation gewonnenen Daten
- diskrete Verteilung
- Urnenmodell: Ziehen mit Zurücklegen
- Bernoulli-Experiment
- Bernoulli-Kette
- Binomialverteilungen mit Erwartungswert und Standardabweichung
- Urnenmodell: Ziehen ohne Zurücklegen
- Hypergeometrische Verteilung
- Normalverteilung

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Standardnormalverteilung

$$\varphi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} x^2}$$

- die Gaußsche Integralfunktion $\Phi_{0,1}$
- Bedingung und Näherungsformel von Moivre und Laplace:

$$P(X \leq k) \approx \Phi_{0,1}\left(\frac{k+0,5-\mu}{\sigma}\right)$$

- **zweiseitiger Hypothesentest**

- **Nullhypothese**
- **Fehler 1. und 2. Art**
- **Signifikanzniveau**
- **Verwerfungsbereich**
- **Konfidenzintervall**
- **rechtsseitiger und linksseitiger Hypothesentest**

Vorgaben und Hinweise:

Ereignisse sollen als Teilmengen der Ergebnismenge eingeführt werden.

Der Vereinigungsmenge von Ereignissen (Oder-Ereignis) oder der Schnittmenge von Ereignissen (Und-Ereignis) kommt eine besondere Bedeutung zu.

Ziel soll das sichere Modellieren mit den genannten Darstellungen sein, nicht unbedingt die Formel von Bayes.

Auf eine präzise Notation und Versprachlichung der bedingten Wahrscheinlichkeiten ist zu achten.

Es sollte mit einfachen Zufallsgrößen begonnen werden, die nicht binomial- oder hypergeometrisch verteilt sind.

Es muss erkannt werden, dass $X=k$ eine Teilmenge der Ergebnismenge ist.

Ausgehend vom Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung kann die allgemeine Berechnung des Erwartungswertes motiviert werden.

Zur Berechnung von Erwartungswert und Varianz von Zufallsgrößen mit vielen Werten bietet sich der Einsatz einer Tabellenkalkulation an.

Es bietet sich an, durch Simulation gewonnene Häufigkeitsverteilungen mit theoretisch überlegten Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu vergleichen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Zur Bestimmung von (auch kumulierten) Wahrscheinlichkeiten soll der Taschenrechner genutzt werden. Auf die Nutzung von Tabellen soll so weit wie möglich verzichtet werden.

Die Normalverteilung soll lediglich der Approximation von Binomialverteilungen dienen. Normalverteilte Zufallsgrößen müssen nicht betrachtet werden. Der Aspekt der Normalverteilung als Dichtefunktion muss nicht thematisiert werden.

Über die Eigenschaften der Funktion $\Phi_{0,1}$ können die Sigmaregeln thematisiert werden.

Es empfiehlt sich, die Bezeichnung

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

zu verwenden.

Die Näherungsformel von Moivre und Laplace kann dann durch

$$P(X \leq k) \approx \int_{-\infty}^{k+0,5} \varphi_{\mu,\sigma}(x) dx = \Phi_{\mu,\sigma}(k+0,5) = \Phi_{0,1}\left(\frac{k+0,5-\mu}{\sigma}\right)$$

dargestellt werden.

Während es beim zweiseitigen Hypothesentest zunächst um die Bestimmung eines Verwerfungsbereichs zu einer angenommenen und zu testenden Wahrscheinlichkeit geht (Testen), stellt sich beim Schätzen die Frage, für welche angenommenen Wahrscheinlichkeiten das Stichprobenergebnis nicht im Verwerfungsbereich liegt.

Bei einseitigen Hypothesentests kommt es auch auf eine Begründung der gewählten Teststrategie (links- oder rechtsseitiger Test) an. Auch sollte bei einseitigen Hypothesentests den Schülerinnen und Schülern deutlich werden, dass unendlich viele Zufallsgrößen X_p betrachtet werden müssen.

3 Themen und Inhalte des Unterrichts

Der Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler erfolgt im Rahmen eines Spiralcurriculums. Durch die Wiederaufnahme von Inhalten vorhergehender Jahrgangsstufen, die in eine Erweiterung um neue Inhalte eingebettet ist, wird zugleich eine Wiederholung erreicht.

Die folgende Tabelle gibt Auskunft darüber, welche Inhalte der Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik in welchem Jahr der Oberstufe zu behandeln sind. Die Fachschaft entscheidet über Reihenfolge, Dauer und Umfang der entsprechenden Unterrichtseinheiten.

Analysis (Einführungsjahr):

- Differenzialrechnung
- Extrempunkte
- Wendepunkte

Geometrie (Einführungsjahr):

- Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3
- Geraden und Ebenen
- Lagebeziehungen

Stochastik (Einführungsjahr):

- Grundbegriffe der Stochastik
- bedingte Wahrscheinlichkeit
- Zufallsgröße, Erwartungswert, Streuungsmaße

Analysis (1. Jahr der Qualifikationsphase):

- Integralrechnung
- e-Funktion
- Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung an ausgewählten Funktionsklassen

Geometrie (1. Jahr der Qualifikationsphase):

- Skalarprodukt
- Vektorprodukt
- Abstände

Stochastik (1. Jahr der Qualifikationsphase):

- Binomialverteilung
- Hypergeometrische Verteilung
- Normalverteilung

Analysis (2. Jahr der Qualifikationsphase):

- Funktionenscharen
- Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung an ausgewählten Funktionsklassen

Geometrie (2. Jahr der Qualifikationsphase):

- Kreis und Kugel
- Vertiefung der analytischen Geometrie

Stochastik (2. Jahr der Qualifikationsphase):

- Signifikanztest
- Schätzen von Wahrscheinlichkeiten

4 Schulinternes Fachcurriculum

Die Fachanforderungen geben mit verbindlich formulierten Grundsätzen für den Unterricht und verbindlichen Kerninhalten einen Rahmen vor. Innerhalb der Rahmenvorgaben der Fachanforderungen besitzen die Schulen Gestaltungsfreiheit bezüglich der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte wie auch der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen.

Im schulinternen Fachcurriculum dokumentiert die Fachkonferenz ihre Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule. Die Weiterentwicklung des schulinternen Fachcurriculums stellt eine ständige gemeinsame Aufgabe der Fachkonferenz dar.

Im schulinternen Fachcurriculum sind Vereinbarungen zu den in der folgenden Übersicht **fett gedruckten Aspekten** zu treffen. Darüber hinaus kann die Fachkonferenz auch weitere Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule treffen und im Fachcurriculum dokumentieren.

Beschlüsse zum schulinternen Fachcurriculum

Die Fachkonferenz ist durch das Schulgesetz und die Fachanforderungen gehalten, eine Reihe von Vereinbarungen zu treffen. Darüber hinaus können im Verantwortungsbereich der Fachkonferenz weitere Beschlüsse gefasst werden, die dann die gleiche Verbindlichkeit für die Lehrkräfte besitzen.

Aspekt: Unterrichtseinheiten

Vereinbarungen:

- **Reihenfolge, Dauer und Umfang**
- **didaktische Nutzung von Themensträngen**
- **Auswertung und Nutzung zentraler Abschlussarbeiten sowie Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf diese Arbeiten**

Aspekt: Fachsprache

Vereinbarungen:

- **einheitliche Verwendung von Bezeichnungen und Begriffen**

- **einheitliche formale Notation**

Aspekt: Fördern und Fordern

Vereinbarungen:

- **Fördermaßnahmen für besonders begabte Schülerinnen und Schüler sowie für Schülerinnen und Schülern, die Unterstützung bei der Erfüllung der Leistungsanforderung in der Oberstufe benötigen**
- Einbettung in ein Förderkonzept der Schule
- Teilnahme an Wettbewerben, Förderprogrammen

Aspekt: Medien, Lehr- und Lernmaterial

Vereinbarungen:

- **Anschaffung und Nutzung von Lehr- und Lernmaterial**
- **Nutzung von Medien im Mathematikunterricht**
- Anschaffung und Nutzung, Lagerung und Bestandspflege von Material und Medien

Aspekt: digitale Werkzeuge

Vereinbarungen:

- **Nutzung erweiterter Möglichkeiten des wissenschaftlichen Taschenrechners**
- **Tabellenkalkulation, dynamisches Geometriesystem: Auswahl und die Nutzung der Programme in den Jahrgangsstufen; frei verfügbare Programme sind zu bevorzugen**
- Einigung auf ein bestimmtes Taschenrechnermodell
- Anschaffung und Nutzung weiterer Software
- Anschaffung und Nutzung eines Computer-Algebra-Systems

Aspekt: Hilfsmittel

Vereinbarungen:

- **Anschaffung und Nutzung einer zugelassenen Formelsammlung**

Aspekt: händische Fertigkeiten, Sicherung von Basiswissen, Nachhaltigkeit

Vereinbarungen:

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- **Maßnahmen zur Sicherung von Fertigkeiten, die ohne digitale mathematische Werkzeuge beherrscht werden sollen**
- **Maßnahmen zur Sicherung von Wissensbeständen, die ohne Nachschlagewerke wie Formelsammlungen oder Lexika aus dem Gedächtnis abrufbar sein sollen**
- Maßnahmen zur Sicherung von Basiswissen und zum nachhaltigen Arbeiten durch Vernetzungen und Wiederholungen

Aspekt: Leistungsbewertung

Vereinbarungen:

- **Grundsätze zur Leistungsbewertung und zur Gestaltung von Leistungsnachweisen**
- Parallelarbeiten

Aspekt: Überprüfung und Weiterentwicklung

Vereinbarungen:

- **Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums durch geeignete Formen der Evaluation**
- **Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums aufgrund geänderter Rahmenvorgaben des für Bildung zuständigen Ministeriums**
- **gegebenenfalls Neufassung von Beschlüssen zum schulinternen Fachcurriculum**
- Sammlung von Aufgabenstellungen der Klassenarbeiten

5 Leistungsbewertung

Lernerfolgsüberprüfungen müssen darauf ausgerichtet sein, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der begleitenden Diagnose und Evaluation des Lernprozesses sowie des Kompetenzerwerbs Anlass, die Zielsetzungen und Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen. Für die Schülerinnen und Schüler sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Unterstützung für das weitere Lernen darstellen. Sie dienen damit der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses.

Es sind grundsätzlich alle in Kapitel III.2 ausgewiesenen Kompetenzbereiche bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher und mündlicher und gegebenenfalls praktischer Art sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, die Erreichung der dort aufgeführten Kompetenzerwartungen zu evaluieren. Sie müssen über ein auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte hinausgehen.

Voraussetzung für eine Beurteilung sowie gegebenenfalls eine Leistungsbewertung ist das Beobachten von Schülerhandlungen durch die Lehrkraft. Dies geschieht vor dem Hintergrund erwarteter Kompetenzen, die sich in Form deskriptiver Kriterien formulieren lassen. Eine Bewertung lässt sich aus einer differenzierten Beurteilung ableiten. Bei der Leistungsbewertung von Schülerinnen und Schülern wird die Note im Zeugnis nach fachlicher und pädagogischer Abwägung aus den Ergebnissen der Leistungsnachweise und der Bewertung der Unterrichtsbeiträge gebildet. Dabei geben die Unterrichtsbeiträge den Ausschlag.

Grundsätze zur Beurteilung und Bewertung von Unterrichtsbeiträgen

Zu den Unterrichtsbeiträgen zählen unter anderem unterschiedliche Formen der selbstständigen und kooperativen Aufgabenerfüllung, Wort- und Textbeiträge, schriftliche Übungen, Tests, deren Dauer 20 Minuten nicht überschreiten darf, sowie

umfangreichere Formen, wie zum Beispiel Lernprozessdokumentationen, Wochenaufgaben und Präsentationen.

Die Lehrkraft initiiert, dass – abhängig von der Unterrichtssituation – die Lernenden für Unterrichtsbeiträge eine kriteriengeleitete Rückmeldung erhalten. Die Lehrkraft gewährleistet die Transparenz der Kriterien. Das kann eine gemeinsame Erarbeitung von Kriterien mit der Lerngruppe einschließen. Die Bewertung liegt in der Verantwortung der Lehrkraft.

Da die Unterrichtsbeiträge bei der Leistungsbewertung den Ausschlag geben, muss die Gewichtung einzelner Arten von Unterrichtsbeiträgen innerhalb dieses Teilbereiches transparent gestaltet werden.

Leistungsnachweise

Leistungsnachweise umfassen Klassenarbeiten und zu Klassenarbeiten gleichwertige Leistungsnachweise. Tests gelten nicht als Leistungsnachweise.

Grundsätze für die Erstellung von Klassenarbeiten

Über ihre unmittelbare Funktion als Instrument der Leistungsbewertung hinaus sollen Klassenarbeiten im Laufe der Oberstufe auch zunehmend auf die inhaltlichen und formalen Anforderungen des schriftlichen Teils in der Abiturprüfung vorbereiten. In der Einführungsphase ist dabei der Gestaltungsspielraum größer; mit zunehmender Nähe zum Abitur orientieren sich die Aufgaben stärker am Format der Prüfungsaufgaben (siehe Kapitel III.6). Dies bedeutet:

- Die Klassenarbeit ist so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis verschiedener allgemeiner mathematischer Kompetenzen erfordert.
- Die Klassenarbeiten können in Analogie zur schriftlichen Abiturprüfung einen hilfsmittelfreien Teil enthalten, dessen Umfang ein Drittel der gesamten Klassenarbeit nicht überschreiten darf. Jede Aufgabe dieses Teils ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen.
- Die Klassenarbeit setzt sich aus mehreren unabhängig voneinander bearbeitbaren Aufgaben zusammen. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen.

Mindestens eine der Aufgaben knüpft an Lebensweltbezüge an.

- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Die Klassenarbeit soll sich nach Möglichkeit auf mindestens zwei der drei Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik beziehen.
- Bei der Formulierung der Aufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden.
- Die Klassenarbeit muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Beim Einsatz digitaler Werkzeuge sind eine Dokumentation des Ansatzes und eine angemessene Darstellung und Interpretation der Lösung erforderlich.

Dazu gehören gegebenenfalls Hinweise auf Besonderheiten der Berechnung, zum Beispiel auf eine numerische Näherungslösung oder die Existenz weiterer Lösungen.

Daneben kann es in angemessenem Umfang Aufgabenteile geben, die explizit die Ausführung eines Rechenverfahrens per Hand verlangen.

Dauer und Anzahl

Anzahl und Dauer der Klassenarbeiten in der Oberstufe werden per Erlass geregelt.

Korrektur und Rückgabe

Die Korrekturanmerkungen müssen eine Lernhilfe bieten. Die Besprechung bei der Rückgabe von Klassenarbeiten darf sich nicht auf die Leistungsbewertung beschränken. Eine inhaltliche Besprechung ausgewählter Schwerpunkte ist vorzusehen.

Bewertung von Klassenarbeiten

In der Oberstufe orientiert sich die Bewertung an den Vorschriften, die für die Bewertung der Prüfungsarbeiten im Abitur gelten. In der Einführungsphase ist dabei der Gestaltungsspielraum größer; mit zunehmender Nähe zum Abitur sind die Abiturmaßstäbe strenger anzulegen.

Da in Klassenarbeiten neben der Verdeutlichung des fachlichen Verständnisses auch die Darstellung bedeutsam ist, muss diesem Sachverhalt bei der Leistungsbewertung hinreichend Rechnung getragen werden. Dies schließt die fachlich vollständige Argumentation ein.

Die Fachkonferenz konkretisiert diese Grundsätze für die Bewertung von Klassenarbeiten.

Gleichwertige Leistungsnachweise in der Oberstufe

Im Sinne einer Übung für Klausursituationen, insbesondere für die Abiturprüfung, sollte im Kernfach Mathematik vom Einsatz gleichwertiger Leistungsnachweise sparsam Gebrauch gemacht werden. Bezüglich Umfang und Notwendigkeit von Fachkonferenzbeschlüssen zu formalen und inhaltlichen Bewertungskriterien gelten die gleichen Bestimmungen wie in der Sekundarstufe I.

6 Die Abiturprüfung

Für die Abiturprüfung gelten die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife nach Maßgabe dieser Bestimmungen. Grundlage für die Abiturprüfung sind die in den Fachanforderungen des Faches Mathematik der Sekundarstufe I und die in den Fachanforderungen des Faches Mathematik der Oberstufe beschriebenen Kompetenzerwartungen. Die Fachanforderungen legen auch mögliche Arten von Aufgaben und Kriterien für die Leistungsbewertung fest.

Auf der Grundlage der Fachanforderungen erlässt das für Bildung zuständige Ministerium Regelungen für die Durchführung der Abiturprüfungen, die auch thematische Vorgaben enthalten können.

Die Abiturprüfung im Kernfach Mathematik findet an allgemein bildenden Schulen auf erhöhtem Anforderungsniveau statt. In der Abiturprüfung gemäß APVO-EW (Externenprüfung) können auch Fachprüfungen auf grundlegendem Anforderungsniveau erfolgen.

Die Prüfungsaufgabe in der schriftlichen wie in der mündlichen Abiturprüfung ist so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der beschriebenen Kompetenzen erfordert, wobei verschiedene allgemeine mathematische Kompetenzen zu berücksichtigen sind. Sie muss aus dem Unterricht in der Qualifikationsphase erwachsen und darf sich nicht auf ein Schulhalbjahr beschränken. Bei der Formulierung der Prüfungsaufgabe sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden. Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Die schriftliche wie die mündliche Prüfungsaufgabe ist so zu erstellen, dass sie Leistungen in den drei Anforderungsbereichen I (Reproduzieren), II (Zusammenhänge herstellen) und III (Verarbeiten komplexer Sachverhalte; Verallgemeinern und Reflektieren) erfordert.

Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen liegt im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche I und III zu berücksichtigen. Im Prüfungsfach auf grundlegendem Anforderungsniveau sind die Anforderungsbereiche I und II, im Prüfungsfach auf erhöhtem Anforderungsniveau die Anforderungsbereiche II und III stärker zu akzentuieren.

Unterschiedliche Anforderungen in der Prüfungsaufgabe auf grundlegendem und auf erhöhtem Anforderungsniveau ergeben sich vor allem im Hinblick auf die Komplexität des Gegenstands, im Grad der Differenzierung und der Abstraktion der Inhalte, im Anspruch an die Beherrschung der Fachsprache und der Methoden sowie an die Selbstständigkeit bei der Lösung der Aufgaben.

6.1 Die schriftliche Abiturprüfung

Die Prüfungsaufgabe für die schriftliche Prüfung muss folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Prüfungsaufgabe ist so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der in den Fachanforderungen beschriebenen Kompetenzen erfordert, wobei verschiedene allgemeine mathematische Kompetenzen zu berücksichtigen sind. Sie muss aus dem Unterricht in der Qualifikationsphase erwachsen.
- Die Prüfungsaufgabe setzt sich aus mehreren unabhängig voneinander bearbeitbaren Aufgaben zusammen. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Mindestens eine der Aufgaben knüpft an Lebensweltbezüge an.
- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Eine Ausnahme von den oben genannten Vorgaben bildet der hilfsmittelfreie Teil der Prüfungsaufgabe, der sich auf alle drei in den Bildungsstandards genannten Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik bezieht und dessen Umfang ein Drittel der gesamten Prüfungsaufgabe nicht überschreiten darf. Der hilfsmittelfreie Teil setzt sich aus Einzelaufgaben zusammen. Jede Einzelaufgabe ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

- Die komplexen Aufgaben der Prüfungsaufgabe beziehen sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik.
- Bei den komplexen Aufgaben sind sachgebietsübergreifende Aufgabenteile möglich, die den Schwerpunkt der Aufgabe jedoch nicht verändern.
- Mindestens ein Drittel der Prüfungsaufgabe muss sich auf Analysis beziehen.
- Bei der Formulierung der Aufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden.
- Die Prüfungsaufgabe muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Für die Beurteilung der Prüfungsleistungen sind sowohl die rein formale Lösung als auch das zum Ausdruck gebrachte mathematische Verständnis maßgebend. Daher sind erläuternde, kommentierende und begründende Texte unverzichtbare Bestandteile der Prüfungsleistung. Dies gilt auch für die Dokumentation des Einsatzes digitaler Werkzeuge.

Die Benotung der Arbeiten erfolgt nach folgendem Bewertungsschlüssel:

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 95 bis 100** entspricht der Note „sehr gut“ und den Notenpunkten 15.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 90 bis 95** entspricht der Note „sehr gut“ und den Notenpunkten 14.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 85 bis 90** entspricht der Note „sehr gut“ und den Notenpunkten 13.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 80 bis 85** entspricht der Note „gut“ und den Notenpunkten 12.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 75 bis 80** entspricht der Note „gut“ und den Notenpunkten 11.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 70 bis 75** entspricht der Note „gut“ und den Notenpunkten 10.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 65 bis 70** entspricht der Note „befriedigend“ und den Notenpunkten 9.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 60 bis 65** entspricht der Note „befriedigend“ und den Notenpunkten 8.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 55 bis 60** entspricht der Note „befriedigend“ und den Notenpunkten 7.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 50 bis 55** entspricht der Note „ausreichend“ und den Notenpunkten 6.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 45 bis 50** entspricht der Note „ausreichend“ und den Notenpunkten 5.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 40 bis 45** entspricht der Note „ausreichend“ und den Notenpunkten 4.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 33 bis 40** entspricht der Note „mangelhaft“ und den Notenpunkten 3.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 26 bis 33** entspricht der Note „mangelhaft“ und den Notenpunkten 2.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **über 19 bis 26** entspricht der Note „mangelhaft“ und den Notenpunkten 1.

Ein prozentualer Anteil der erreichten Bewertungseinheiten bezogen auf die erreichbaren Bewertungseinheiten von **bis 19** entspricht der Note „ungenügend“ und den Notenpunkten 0.

Mangelhafte Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen oder unzureichende oder falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text sind als fachliche Fehler zu werten. Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu zwei Notenpunkten.

6.2 Die mündliche Abiturprüfung

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik. Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass mehrere Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden, so dass mathematisches Arbeiten in der Oberstufe hinreichend erfasst wird.

Die Aufgabenstellung muss einen einfachen Einstieg erlauben und so angelegt sein, dass unter Beachtung der Anforderungsbereiche, die auf der Grundlage eines Erwartungshorizontes den Aufgabenteilen zugeordnet werden, grundsätzlich jede Note erreichbar ist.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge mathematische Sachverhalte im freien Vortrag darstellen und im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen.

Die Prüferin oder der Prüfer legt dem Prüfungsausschuss vor der Prüfung einen schriftlichen Erwartungshorizont vor, in dem die erwarteten inhaltlichen Ergebnisse skizziert werden. Dabei ist anhand der unten stehenden Kriterien im Hinblick auf die vorgelegte Aufgabenstellung zu konkretisieren, wann Leistungen mit „ausreichend“ und wann sie mit „gut“ bis „sehr gut“ bewertet werden sollen. Darüber hinaus werden im Erwartungshorizont Aussagen zu den unterrichtlichen Voraussetzungen und zur Selbstständigkeit der Prüfungsleistung getroffen.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Bei der Bewertung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen,
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen,
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen,
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf.

Kommt ein Prüfling im Verlauf der mündlichen Prüfung nicht über die reine Reproduktion gelernten Wissens hinaus, so kann die Note nicht besser als „ausreichend (4 Punkte)“ sein. Soll die Leistung mit „sehr gut“ beurteilt werden, so muss dem Prüfungsgespräch ein eigenständiger Vortrag vorausgehen. Im Vortrag oder im Verlauf des Gesprächs müssen auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

IV Anhang

Operatoren im Fach Mathematik

Im Folgenden werden Operatoren erläutert, die im Fach Mathematik in Abschlussprüfungen verwendet werden. Diese Operatoren können hinsichtlich ihrer Bedeutung durch Zusätze (zum Beispiel „rechnerisch“ oder „grafisch“) spezifiziert werden. Zugelassene Hilfsmittel dürfen zur Bearbeitung verwendet werden, sofern dem kein entsprechender Zusatz entgegensteht.

Sofern durch den Operator nichts anderes bestimmt ist, ist bei der Bearbeitung der Aufgabe das Vorgehen so zu dokumentieren, dass es für eine fachkundige Person nachvollziehbar ist. Im Einzelfall können auch hier nicht aufgeführte Operatoren eingesetzt werden, wenn davon auszugehen ist, dass sich deren Bedeutung aus dem Kontext ergibt (zum Beispiel auswerten, beschriften, darstellen).

Diese Operatoren gelten für Gymnasien, Gemeinschaftsschulen und Berufliche Gymnasien. (Stand August 2014)

Im Zuge der Entwicklung ländergemeinsamer Abituraufgaben oder aufgrund von Festlegungen durch die KMK kann es im Laufe der Jahre Veränderungen geben.

Operator: angeben, nennen

Erläuterungen:

Die erfragten Objekte, Sachverhalte, Begriffe oder Daten werden ohne Erläuterungen, Begründungen oder Lösungswege mitgeteilt oder notiert.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Gib die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 - 4 = 0$ an.

Geben Sie drei Punkte an, die in der Ebene E liegen.

Nennen Sie drei Aspekte, die den Verlauf des Graphen charakterisieren.

Operator: auflösen

Erläuterungen:

Gleichungen werden unter Angabe von wesentlichen Zwischenschritten in eine äquivalente Form gebracht. Ziel ist im Allgemeinen eine Form, aus der ein Variablen-

oder Parameterwert unmittelbar abzulesen ist. Ziel kann auch eine vorgegebene Form sein.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Löse die Gleichung nach x auf.

Lösen Sie die Matrixgleichung ... nach der Matrix X auf.

Operator: begründen

Erläuterungen:

Ein Sachverhalt wird auf Gesetzmäßigkeiten oder kausale Zusammenhänge zurückgeführt.

Hierbei sind mathematische Regeln und Beziehungen zu nutzen.

Auch bei der Verwendung mathematischer Syntax ist eine geschlossene Antwort erforderlich, die auch Textanteile enthält. Die Angabe einer Formel oder Ähnliches genügt hier nicht. Aufgrund der verschiedenen Ausprägungen des Operators „begründen“ ergeben sich Überschneidungen mit „beweisen“ und „zeigen“, wobei dort formale oder rechnerische Aspekte eine höhere Bedeutung haben.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Begründe, warum eine quadratische Gleichung höchstens zwei Lösungen haben kann.

Begründen Sie, dass die Funktion nicht mehr als drei Wendestellen haben kann.

Begründen Sie, warum von einer binomialverteilten Zufallsgröße ausgegangen werden kann.

Operator: berechnen

Erläuterungen:

Ergebnisse werden von einem Ansatz ausgehend auf rechnerischem Wege gewonnen.

Auch die Nutzung des Taschenrechners ist zulässig.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen 5 cm und 7 cm.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A .

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Operator: beschreiben

Erläuterungen:

Sachverhalte oder Verfahren werden in Textform unter Verwendung der Fachsprache in vollständigen Sätzen dargestellt.

Hier sind auch Einschränkungen möglich:

„Beschreiben Sie in Stichworten“.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Beschreibe, wie man einen auf zwei Stellen genauen Näherungswert für Pi bestimmen kann.

Beschreiben Sie einen Lösungsweg.

Operator: bestimmen, ermitteln

Erläuterungen:

Ergebnisse werden durch Nutzung mathematischer Überlegungen oder Verfahren gewonnen.

Alle Werkzeugebenen, das heißt auch die Nutzung des Taschenrechners sowie das Ablesen aus gegebenen Diagrammen, Skizzen, Abbildungen und so weiter sind zulässig.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Bestimme dasjenige Rechteck mit dem Umfang 20 cm, welches den größten Flächeninhalt hat.

Bestimmen Sie aus diesen Werten die Koordinaten der beiden Punkte.

Ermitteln Sie den Schnittpunkt.

Operator: beurteilen

Erläuterungen:

Zu einem Sachverhalt wird eine selbstständige Bewertung unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formuliert.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Beurteile, ob das Spiel fair ist.

Beurteilen Sie, wie gut die vorgeschlagene

Funktion das Problem modelliert.

Operator: beweisen, widerlegen

Erläuterungen:

Aussagen oder Sachverhalte werden unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen bestätigt oder falsifiziert, gegebenenfalls unter Verwendung von Gegenbeispielen.

Verwendete Variablen werden eingeführt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Beweise: Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen halbieren, dann sind die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander.

Beweisen Sie, dass die vier Mittelpunkte der Seiten des Vierecks in einer Ebene liegen.

Beweisen oder widerlegen Sie die gegebene These.

Operator: entscheiden

Erläuterungen:

Unter mehreren Möglichkeiten werden eine oder mehrere ausgewählt.

Eine Begründung der Entscheidung wird gesondert gefordert.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Entscheide, welche der folgenden Geradengleichungen die abgebildete Gerade beschreibt.

Entscheiden Sie, welche der Ihnen bekannten Verteilungen zur Problemstellung passt.

Entscheiden und begründen Sie, welche der Alternativen die kostengünstigere ist.

Operator: ergänzen, vervollständigen

Erläuterungen:

Ein teilweise vorgegebener Entwurf oder Sachverhalt wird nach Vorgaben erweitert oder weiterentwickelt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Ergänzen Sie die Gleichung so, dass die Lösungsmenge leer ist.

Vervollständigen Sie die Wertetabelle.

Operator: erläutern

Erläuterungen:

Sachverhalte oder Verfahren werden in angemessener Textform nachvollziehbar und verständlich dargestellt und gegebenenfalls durch zusätzliche Informationen und Beispiele veranschaulicht.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Erläutere den Zusammenhang zwischen den Parametern a , u und v in der Parabelgleichung $f(x) = a(x-u)^2 + v$ und der Lage der zugehörigen Parabel im Koordinatensystem.

Erläutere den fachlichen Zusammenhang der Begriffe rationale Zahlen, irrationale Zahlen und reelle Zahlen.

Erläutern Sie den Unterschied zwischen einem Ergebnis und einem Ereignis bei einem Zufallsexperiment.

Operator: erstellen

Erläuterungen:

Zu einem Sachverhalt wird eine mathematische Darstellung in fachlich korrekter, meist vorgegebener Form angefertigt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Erstelle zu dem durchgeführten Zufallsexperiment eine Häufigkeitstabelle.

Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Operator: herleiten

Erläuterungen:

Die Entstehung oder Entwicklung eines gegebenen Sachverhalts aus allgemeineren Sachverhalten wird nachvollziehbar dargestellt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Leite die Gleichung für den Flächeninhalt des Trapezes her.

Leiten Sie die gegebene Gleichung der Stammfunktion her.

Operator: interpretieren

Erläuterungen:

Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung werden rückübersetzt auf das ursprüngliche Problem.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Berechne die Nullstellen der quadratischen Funktion und interpretiere das Ergebnis.
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Operator: klassifizieren

Erläuterungen:

Objekte oder Sachverhalte werden nach vorgegebenen oder selbstständig zu wählenden Kriterien unter Benennung des Ordnungsschemas in Klassen eingeteilt.

Eine Begründung der vorgegebenen oder selbst gewählten Kriterien wird gegebenenfalls gesondert gefordert.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Klassifizieren Sie die Graphen der Schar.

Operator: modellieren

Erläuterungen:

Zu einem realen Sachverhalt wird ein mathematisches Modell entwickelt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Modellieren Sie den Sachverhalt durch eine geeignete Funktion.

Operator: skizzieren

Erläuterungen:

Die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes oder einer Struktur werden grafisch angemessen dargestellt – eventuell als Freihandzeichnung; in der Regel ohne Berücksichtigung eines Maßstabs.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Skizziere das in der Aufgabe beschriebene Grundstück.

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f .

Skizzieren Sie die drei Objekte unter Berücksichtigung der gegenseitigen Lage.

Operator: untersuchen, prüfen

Erläuterungen:

Sachverhalte oder mathematische Objekte werden nach vorgegebenen oder selbst gewählten Aspekten analysiert und nach fachlich üblichen, sinnvollen Kriterien dargestellt.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Dabei müssen unter Umständen selbstständig Fallunterscheidungen vorgenommen werden.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Untersuche, in wie viele Gebiete drei Geraden die Zeichenebene zerlegen.

Untersuchen Sie, ob es eine Funktion der Schar gibt, deren Graph keinen Hochpunkt besitzt.

Prüfen Sie, ob die beiden Graphen Berührungspunkte haben.

Operator: vergleichen

Erläuterungen:

Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten werden

Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermittelt und dargestellt.

Eine Beurteilung wird gegebenenfalls gesondert gefordert.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Vergleiche die beiden Lösungsverfahren. (Ein lineares Gleichungssystem wird mit dem Gleichsetzungsverfahren und dem Einsetzungsverfahren gelöst.)

Vergleichen Sie den Verlauf der Graphen der Funktionen f_a für positive und für negative Parameter a .

Vergleichen Sie die Entwicklung der beiden Populationen in den ersten zehn Tagen.

Vergleichen Sie die beiden Lösungsverfahren und beurteilen Sie deren Genauigkeit.

Operator: zeichnen, konstruieren

Erläuterungen:

Eine hinreichend exakte Abbildung wird – gegebenenfalls maßstabsgetreu – angefertigt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Zeichne den Graphen der Funktion.

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in einem geeigneten Koordinatensystem.

Operator: zeigen, nachweisen

Erläuterungen:

Eine Aussage oder ein Sachverhalt wird nach gültigen Schlussregeln, mit

Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigt.

Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I/Sekundarstufe II

Teile der Argumentationskette können ohne Herleitung aus den eingeführten Hilfsmitteln gewonnen werden.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Zeige, dass das Dreieck gleichschenkelig ist.

Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C auf einer Geraden liegen.

Weisen Sie nach, dass die beiden gefundenen Vektoren orthogonal zueinander sind.

Operator: zuordnen

Erläuterungen:

Zwischen den Objekten zweier Mengen

wird nach sinnvollen Kriterien eine Beziehung hergestellt.

Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe:

Ordnen Sie jedem Graphen eine der vorgegebenen Funktionsgleichungen zu.