



Schleswig-Holstein  
Ministerium für Allgemeine und  
Berufliche Bildung, Wissenschaft,  
Forschung und Kultur

# Fachanforderungen Mathematik

Allgemeinbildende Schulen

Sekundarstufe I

Sekundarstufe II

2. überarbeitete Auflage

## Impressum

Herausgeber: Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur  
Brunswiker Straße 16-22, 24105 Kiel

Layout: Stamp Media GmbH, Agentur für Kommunikation & Design, Medienhaus Kiel, Ringstraße 19, 24114 Kiel, [www.stamp-media.de](http://www.stamp-media.de)

Druck: Schmidt & Klaunig, Druckerei & Verlag seit 1869, Medienhaus Kiel, Ringstraße 19, 24114 Kiel, [www.schmidt-klaunig.de](http://www.schmidt-klaunig.de)  
Kiel, Juni 2024, 2. überarbeitete Auflage

Die Landesregierung im Internet: [www.schleswig-holstein.de](http://www.schleswig-holstein.de)

Diese Druckschrift wird im Rahmen der Öffentlichkeitsarbeit der schleswig-holsteinischen Landesregierung herausgegeben.

Bestellungen können unter [www.fachanforderungen.de](http://www.fachanforderungen.de) aufgegeben werden.

Sie darf weder von Parteien noch von Personen, die Wahlwerbung oder Wahlhilfe betreiben, im Wahlkampf zum Zwecke der Wahlwerbung verwendet werden. Auch ohne zeitlichen Bezug zu einer bevorstehenden Wahl darf die Druckschrift nicht in einer Weise verwendet werden, die als Parteinahme der Landesregierung zugunsten einzelner Gruppen verstanden werden könnte. Den Parteien ist es gestattet, die Druckschrift zur Unterrichtung ihrer eigenen Mitglieder zu verwenden.

# Fachanforderungen Mathematik

Allgemeinbildende Schulen

Sekundarstufe I

Sekundarstufe II

2. überarbeitete Auflage

# Inhalt

<b>I Allgemeiner Teil</b> .....	6
<b>1 Einleitung</b> .....	6
<b>2 Überfachliche Kompetenzen</b> .....	7
<b>3 Guter Unterricht</b> .....	9
<b>4 Zentrale Themen des gesellschaftlichen Lebens</b> .....	11
<b>5 Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung</b> .....	11
<b>6 Leistungsbeurteilung</b> .....	13
<b>II Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I</b> .....	16
<b>1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe I</b> .....	16
1.1 Grundlagen und Lernausgangslage.....	16
1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung.....	16
1.3 Didaktische Leitlinien.....	16
1.4 Anforderungsebenen und Anforderungsbereiche.....	18
1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge.....	19
<b>2 Kompetenzbereiche</b> .....	22
2.1 Die prozessbezogenen Kompetenzen.....	22
2.2 Die mathematischen Leitideen.....	26
<b>3 Themen und Inhalte des Unterrichts</b> .....	44
<b>4 Schulinternes Fachcurriculum</b> .....	46
<b>5 Leistungsbeurteilung</b> .....	48
<b>6 Abschlussprüfungen</b> .....	51
6.1 Die schriftliche Abschlussprüfung.....	51
6.2 Die mündliche Abschlussprüfung.....	52
<b>III Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe II</b> .....	54
<b>1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe II</b> .....	54
1.1 Grundlagen und Lernausgangslage.....	54
1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung.....	54
1.3 Didaktische Leitlinien.....	54

1.4 Anforderungsniveaus und Anforderungsbereiche .....	55
1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge .....	55
<b>2 Kompetenzbereiche</b> .....	<b>57</b>
2.1 Die allgemeinen mathematischen (prozessbezogenen) Kompetenzen .....	57
2.2 Die mathematischen Leitideen .....	60
<b>3 Themen und Inhalte des Unterrichts</b> .....	<b>74</b>
<b>4 Schulinternes Fachcurriculum</b> .....	<b>75</b>
<b>5 Leistungsbeurteilung</b> .....	<b>77</b>
<b>6 Die Abiturprüfung</b> .....	<b>79</b>
6.1 Die schriftliche Abiturprüfung .....	79
6.2 Die mündliche Abiturprüfung .....	81
6.3 Die Präsentationsprüfung .....	81
6.4 Besondere Lernleistung .....	81
<b>IV Anhang</b> .....	<b>82</b>
<b>1 Operatoren im Fach Mathematik</b> .....	<b>82</b>

# I Allgemeiner Teil

## 1 Einleitung

### Geltungsbereich

Fachanforderungen gelten für die Primarstufe, die Sekundarstufe I und die Sekundarstufe II aller allgemeinbildenden Schulen in Schleswig-Holstein. Sie enthalten ebenso wie Lehrpläne verbindliche Vorgaben. Die Fachanforderungen gehen von den Bildungs- und Erziehungszielen aus, wie sie im Schulgesetz formuliert sind (§ 4 SchulG). In allen Fächern, in denen die Kultusministerkonferenz Bildungsstandards beschlossen hat, liegen diese den Fachanforderungen zugrunde. Sie berücksichtigen auch die Vereinbarungen der Kultusministerkonferenz für die Sekundarstufe I und die Sekundarstufe II.

### Funktionen

Fachanforderungen beschreiben den spezifischen Beitrag eines jeden Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung. In den Fachanforderungen ist festgelegt, was Schülerinnen und Schüler am Ende der Primarstufe, der Sekundarstufe I und der Sekundarstufe II wissen und können sollen. Im Fokus des Unterrichts steht der Kompetenzerwerb. Die fachlichen Anforderungen werden als Kompetenz- beziehungsweise Leistungserwartungen beschrieben und teilweise mit Themen und Inhalten verknüpft. Die Fachanforderungen für die Primarstufe weisen zusätzlich Kompetenzerwartungen für das Ende der Eingangsphase aus. Die Fachanforderungen für die Sekundarstufe I und die Sekundarstufe II enthalten Rahmenvorgaben für die Abschlussprüfungen der entsprechenden Schulabschlüsse.

Die Fachanforderungen dienen der Transparenz und der Vergleichbarkeit. Durch ihre schulartübergreifende Gültigkeit gewährleisten sie die Durchlässigkeit und Mobilität im Schulwesen.

### Entstehungsprozess

Die Fachanforderungen werden von Fachkommissionen erstellt und überarbeitet. In die Kommissionsarbeit sind in der Regel Landesfachberatungen, Studienleitungen aus dem Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein sowie Schul- und Fachaufsichten aus dem Bildungsministerium und Lehrkräfte der entsprechenden Schularten und Fächer aus den Schulen eingebunden. Die

Fachanforderungen werden vor der Inkraftsetzung wissenschaftlich begutachtet. Sie durchlaufen eine Anhörung und werden den Fachlehrkräften im Land auf Informationsveranstaltungen vorgestellt und mit ihnen diskutiert. Hinweise aus diesen Verfahren werden bei der Erstellung der Endfassung in den Fachkommissionen erörtert.

### Implementation

Lehrkräfte gestalten den Unterricht und die Förderung der Persönlichkeitsentwicklung in eigener pädagogischer Verantwortung (§ 34 Absatz 1 SchulG). Sie berücksichtigen bei der konkreten Ausgestaltung des Unterrichts die Fachanforderungen und die Beschlüsse der Fachkonferenz im schulinternen Fachcurriculum und setzen deren verbindliche Vorgaben um. Mit ihren Vorgaben bilden die Fachanforderungen den Rahmen für die Fachkonferenzarbeit in den Schulen. Innerhalb dieser Rahmenvorgaben besitzen die Fachkonferenzen im Benehmen mit der Schulleitung Gestaltungsfreiheit bezüglich der Ausgestaltung der durch die Schulkonferenz beschlossenen schulischen Kontingenzstundentafel, der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte sowie der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen. Die Fachanforderungen werden in der Regel durch einen Leitfaden ergänzt. Dieser enthält Anregungen zur Umsetzung in den Jahrgangsstufen und zur Weiterentwicklung des schulinternen Fachcurriculums sowie illustrierende Aufgabenbeispiele.

### Schulinternes Fachcurriculum

In den schulinternen Fachcurricula werden die Kerninhalte und Kompetenzen, die in den Fachanforderungen auf den jeweiligen Abschluss bezogen ausgewiesen sind, den einzelnen Jahrgangsstufen zugeordnet. Die schulinternen Fachcurricula bilden die Planungsgrundlage für den Fachunterricht an der jeweiligen Schule und enthalten konkrete Beschlüsse zu den Aspekten: Unterricht, überfachliche Kompetenzen, Sprachbildung, Differenzierung, Lehr- und Lernmaterial, Medienkompetenz, basale / grundlegende Kompetenzen, Leistungsbeurteilung sowie Überarbeitung und Weiterentwicklung. Sie berücksichtigen die Prinzipien des fächerverbindenden und fächerübergreifenden sowie des themenzentrierten Arbeitens. Die schulinternen Fachcurricula werden durch die Fachkonferenzen regelmäßig evaluiert und weiterentwickelt.

Die jeweils aktuelle Version des schulinternen Fachcurriculums wird auf der Schulhomepage veröffentlicht.

### Primarstufe

In der Primarstufe zielt der Unterricht auf den Erwerb grundlegender Allgemeinbildung ab. Die Grundschule ist eine gemeinsame Schule für alle Schülerinnen und Schüler. Sie gliedert sich in eine Eingangsphase und die Jahrgangsstufen drei und vier. Der Unterricht in der Grundschule bereitet Schülerinnen und Schüler auf einen erfolgreichen Übergang in die Gemeinschaftsschule oder das Gymnasium vor. Schülerinnen und Schüler wechseln am Ende der vierten Jahrgangsstufe in die Sekundarstufe I einer weiterführenden allgemeinbildenden Schule.

### Sekundarstufe I

In der Sekundarstufe I zielt der Unterricht sowohl auf den Erwerb von Allgemeinbildung als auch auf die berufliche Orientierung der Schülerinnen und Schüler ab. An Gemeinschaftsschulen können Schülerinnen und Schüler am Ende der neunten Jahrgangsstufe den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, am Ende der zehnten Jahrgangsstufe den Mittleren Schulabschluss mit und ohne Versetzung in die Sekundarstufe II erlangen (§ 43 Absatz 2 SchulG, § 7 Absatz 5-6 GemVO). Die Schülerinnen und Schüler erwerben am Gymnasium mit der Versetzung in die zehnte Jahrgangsstufe den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und mit der Versetzung in die elfte Jahrgangsstufe den Mittleren Schulabschluss (§ 44 Absatz 2 SchulG). In den Fachanforderungen für die Sekundarstufe I werden die angestrebten Kompetenzen und die zentralen Inhalte auf drei Anforderungsebenen ausgewiesen:

1. Erster allgemeinbildender Schulabschluss (ESA): Die Anforderungsebene beschreibt die Regelanforderungen für den Erwerb des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses. Diese sind in den folgenden Anforderungsebenen enthalten.
2. Mittlerer Schulabschluss (MSA): Die Anforderungsebene beschreibt die über den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss hinausgehenden Regelanforderungen für den Erwerb des Mittleren Schulabschlusses. Diese sind in der folgenden Anforderungsebene enthalten.
3. Allgemeine Hochschulreife (AHR): Die Anforderungsebene beschreibt die über den Mittleren Schulab-

schluss hinausgehenden Regelanforderungen für den Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife.

Der Unterricht in der Sekundarstufe I der Gemeinschaftsschule führt Schülerinnen und Schüler entsprechend ihrem Leistungsvermögen zum Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, zum Mittleren Schulabschluss und zum Übergang in die Oberstufe mit anschließendem Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife und muss daher allen Anforderungsebenen gerecht werden. Der Unterricht in der Sekundarstufe I am Gymnasium zielt auf einen erfolgreichen Übergang in die Oberstufe mit dem anschließenden Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife ab. Der Bildungsgang am Gymnasium ist auf den Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife ausgerichtet.

### Sekundarstufe II

In der Sekundarstufe II zielt der Unterricht auf eine vertiefte Allgemeinbildung, die Vermittlung wissenschaftspropädeutischer Grundlagen und auf das Erreichen der allgemeinen Berufs- und Studierfähigkeit ab. In der Sekundarstufe II erwerben die Schülerinnen und Schüler mit bestandener Abiturprüfung die Allgemeine Hochschulreife und bei Abgang ohne Abitur und Erfüllung der Voraussetzungen den schulischen Teil der Fachhochschulreife (§ 36 Absatz 1, § 30 Absatz 1 in Verbindung mit §§ 31-33 OAPVO). In den Fachanforderungen für die Sekundarstufe II werden die angestrebten Kompetenzen und die zentralen Inhalte auf zwei Anforderungsniveaus ausgewiesen (§ 6 OAPVO):

1. Unterricht mit grundlegendem Anforderungsniveau repräsentiert das Lernniveau der Oberstufe unter dem Aspekt einer wissenschaftspropädeutischen Bildung.
2. Unterricht mit erhöhtem Anforderungsniveau repräsentiert das Lernniveau der Oberstufe unter dem Aspekt einer wissenschaftspropädeutischen Bildung, die exemplarisch vertieft wird.

## 2 Überfachliche Kompetenzen

Überfachliche Kompetenzen sind sowohl Bildungsziele als auch Voraussetzungen für erfolgreiche Lernprozesse. Unter überfachlichen Kompetenzen werden Fähigkeiten, Fertigkeiten und Einstellungen gefasst, die zur Teilhabe

am gesellschaftlichen Leben und zur Aneignung fachlichen Wissens notwendig sind. Sie sind die Voraussetzung zur Bewältigung unterschiedlicher Herausforderungen und zu langfristig erfolgreichem Lernen. Sie werden als kognitive und handlungsbezogene Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie soziale und motivationale Haltungen und Einstellungen verstanden. Überfachliche Kompetenzen sind nicht einzelnen Bildungsbereichen oder Fächern zugeordnet, sondern bereichsübergreifend relevant. Die Entwicklung und Förderung fachlicher und

überfachlicher Kompetenzen sollen im Unterricht aller Fächer zusammen gedacht und konzipiert werden. Die Vereinbarungen dazu sollen in die schulinternen Fachcurricula aufgenommen werden. Überfachliche Kompetenzen lassen sich über die folgenden Bereiche ordnen: Selbstkompetenzen (personale Kompetenzen und motivationale Einstellungen), lernmethodische Kompetenzen, soziale Kompetenzen.

Selbstkompetenzen	Lernmethodische Kompetenzen
<b>Personale Kompetenzen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Selbstwirksamkeit:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler hat Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und glaubt an die Wirksamkeit des eigenen Handelns.</li> <li>• <b>Selbstbehauptung:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler entwickelt eine eigene Meinung, trifft Entscheidungen und vertritt diese gegenüber anderen.</li> <li>• <b>Selbstreflexion:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler schätzt eigene Fähigkeiten realistisch ein und nutzt eigene Potenziale.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Lernstrategien:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler geht beim Lernen strukturiert und systematisch vor, plant und organisiert Arbeitsprozesse.</li> <li>• <b>Problemlösefähigkeit:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler kennt und nutzt unterschiedliche Wege, um Probleme zu lösen.</li> <li>• <b>Medienkompetenz:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler verarbeitet Informationen angemessen. Vgl. die sechs Kompetenzbereiche der KMK-Strategie <i>Bildung in der digitalen Welt</i> (2016)</li> </ul>
<b>Motivationale Einstellungen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Engagement:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler zeigt persönlichen Einsatz und Initiative.</li> <li>• <b>Lernmotivation:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler ist motiviert, etwas zu lernen oder zu leisten.</li> <li>• <b>Ausdauer:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler arbeitet ausdauernd und konzentriert.</li> </ul>	<b>Soziale Kompetenzen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Kooperationsfähigkeit:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler arbeitet konstruktiv mit anderen zusammen und übernimmt Verantwortung in Gruppen.</li> <li>• <b>Konstruktiver Umgang mit Vielfalt:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler zeigt Toleranz und Respekt gegenüber anderen und geht angemessen mit Widersprüchen um.</li> <li>• <b>Konstruktiver Umgang mit Konflikten:</b> Die Schülerin bzw. der Schüler verhält sich in Konflikten angemessen, versteht die Sichtweisen anderer und geht darauf ein.</li> </ul>

Abbildung: Struktur überfachlicher Kompetenzen

### Selbstkompetenzen

Zu den Selbstkompetenzen zählen personale Kompetenzen und motivationale Einstellungen. Personale Kompetenzen beschreiben Einstellungen und Haltungen sich selbst gegenüber. Es geht dabei um das Bewusstsein eigener Stärken, Schwächen und Potenziale und eine gesunde Form von Selbstvertrauen. Schülerinnen und Schüler mit gut ausgeprägten personalen Kompetenzen nehmen Herausforderungen an, schätzen sich realistisch ein und

lassen sich durch Misserfolge nicht entmutigen. Sie entwickeln eine eigene Meinung, stehen dazu und können sich behaupten. Motivationale Einstellungen sind Motor jeden Handelns und nehmen so Einfluss auf das lernbezogene Verhalten. Schülerinnen und Schüler mit gut ausgeprägten motivationalen Einstellungen zeigen Einsatz, Engagement und Zielstrebigkeit. Sie strengen sich an, um sich zu verbessern und ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten zu erweitern. Dabei arbeiten sie ausdauernd und konzentriert und

bringen Vorhaben zum Abschluss. Voraussetzung für ein engagiertes und motiviertes Lernverhalten ist ein inhaltliches Interesse am Lerngegenstand und an der Erkundung neuer Themen. Zu den Selbstkompetenzen zählen Selbstwirksamkeit, Selbstbehauptung, Selbstreflexion, Engagement, Lernmotivation und Ausdauer.

### Lernmethodische Kompetenzen

Lernmethodische Kompetenzen bilden die Grundlage für einen bewussten Wissens- und Kompetenzerwerb und damit für erfolgreiches, selbstgesteuertes Lernen. Wesentlich sind dabei die Kenntnisse über die Mittel und Methoden des Lernens. Schülerinnen und Schüler mit gut ausgeprägten lernmethodischen Kompetenzen gehen planvoll, strukturiert und systematisch beim Lernen vor. Dabei überprüfen sie regelmäßig ihre Arbeitsergebnisse und korrigieren diese bei Bedarf. Sie denken und handeln vorausschauend, erkennen Zusammenhänge und finden neue Lösungswege. Sie wissen, wie sie an Informationen gelangen, die sie auch kritisch hinterfragen und einordnen. Zu den lernmethodischen Kompetenzen zählen Lernstrategien, Problemlösefähigkeit und Medienkompetenz.

### Soziale Kompetenzen

Soziale Kompetenzen sind erforderlich, damit Kinder und Jugendliche in der Interaktion mit anderen gut zu recht kommen. Sie sind die Voraussetzung dafür, soziale Beziehungen aufzunehmen und so zu gestalten, dass sie von gegenseitiger Anerkennung und Wertschätzung geprägt sind. Schülerinnen und Schüler mit gut ausgeprägten sozialen Kompetenzen arbeiten konstruktiv in Gruppen und unterstützen andere. Sie erkennen die Vorschläge und Leistungen anderer an und halten sich an Regeln und Absprachen. Konflikte gehen sie nicht aus dem Weg, sondern zeigen sich kompromissbereit. Sie verstehen und respektieren die Gefühle und Grenzen anderer und berücksichtigen deren Interessen. Anderen Lebensweisen und Kulturen gegenüber sind sie aufgeschlossen, tolerant und respektvoll. Zu den sozialen Kompetenzen zählen Kooperationsfähigkeit, konstruktiver Umgang mit Konflikten und konstruktiver Umgang mit Vielfalt.

**Medienkompetenz:** Selbststeuerung, Eigenständigkeit und der verantwortungsvolle Umgang mit digitalen Medien und Werkzeugen sind wichtige Voraussetzungen für den Erwerb der Medienkompetenz. In der Strategie der Kultusministerkonferenz *Bildung in der digitalen Welt* (2016) haben sich die Länder auf einen fachintegrativen Kompetenzrahmen verständigt, der sechs Kompetenzbereiche unterscheidet.

- K1: Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren
- K2: Kommunizieren und Kooperieren
- K3: Produzieren und Präsentieren
- K4: Schützen und sicher Agieren
- K5: Problemlösen und Handeln
- K6: Analysieren und Reflektieren

Eine Konkretisierung der Kompetenzen für die Primarstufe, die Sekundarstufe I und die Sekundarstufe II ist der *Ergänzung zu den Fachanforderungen: Medienkompetenz – Lernen mit digitalen Medien* (2024) zu entnehmen.

### Fragebögen

Zur Einschätzung und Dokumentation überfachlicher Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern stellt das Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein Fragebögen und ein erläuterndes Handbuch für verschiedene Altersgruppen zum [Download](#) zur Verfügung. Die Fragebögen zur Einschätzung überfachlicher Kompetenzen sind ein wissenschaftlich fundiertes Instrument, um einen differenzierten Blick auf Kompetenzen, Entwicklungen und Potenziale einzelner Schülerinnen und Schüler zu werfen. Die transparent formulierten Kriterien können auch bei der Kommunikation zwischen allen am Lern- und Erziehungsprozess beteiligten Personen unterstützen.

## 3 Guter Unterricht

Guter Unterricht ist von zentraler Bedeutung für Lehrkräfte, da er maßgeblich den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler beeinflusst. Dabei spielen nicht nur die Organisationsformen, Methoden und Medien eine Rolle, sondern vor allem die Tiefenstruktur des Unterrichts, die in drei zentralen Dimensionen guten Unter-

richts beschrieben werden kann: strukturierte Klassenführung, kognitive Aktivierung und konstruktive Unterstützung.

### Strukturierte Klassenführung

Strukturierte Klassenführung bedeutet, dass die Lehrkraft das Unterrichtsgeschehen so koordiniert und steuert, dass die zur Verfügung stehende Lernzeit optimal genutzt werden kann. Hierzu werden klare Regeln aufgestellt, um Zeitverluste durch nicht lernbezogene Aktivitäten zu vermeiden und Unterrichtsunterbrechungen vorzubeugen. Kriterien der strukturierten Klassenführung sind:

- störungsfreier Verlauf des Unterrichts,
- Überblick der Lehrkraft über das Geschehen im Unterricht,
- Nutzung der Unterrichtszeit zur Auseinandersetzung mit Lerninhalten.

### Kognitive Aktivierung

Kognitive Aktivierung wird durch anspruchsvolle Aufgaben gefördert, die auf die individuellen Niveaus der Schülerinnen und Schüler abgestimmt sind und zur vertieften Auseinandersetzung mit den Inhalten herausfordern. Die Unterrichtsinhalte sollen fachlich gehaltvoll sein, an das bestehende Wissen anknüpfen und gleichzeitig verschiedene Lösungen oder Positionen aufzeigen sowie bekannte Konzepte infrage stellen. Kriterien der kognitiven Aktivierung sind:

- Fokus im Unterricht auf zentrale Inhalte,
- Ermittlung des aktuellen Verständnisses der Lernenden,
- Bearbeitung herausfordernder Fragen und Aufgaben,
- engagierte Beteiligung der Schülerinnen und Schüler am Unterrichtsgeschehen.

### Konstruktive Unterstützung

Konstruktive Unterstützung der Lernenden durch die Lehrkraft zielt darauf ab, ein förderliches Lernklima zu schaffen. Dazu werden die individuellen Lernstände der Schülerinnen und Schüler diagnostiziert, sodass die Lehrkraft strukturierend eingreifen kann. Dabei gibt die Lehrkraft wertschätzendes Feedback, nimmt sich Zeit bei Verständnisschwierigkeiten, unterstützt die Lernenden und gestaltet dabei eine positive Be-

ziehung zu den Lernenden. Kriterien der konstruktiven Unterstützung sind:

- hilfreiches Feedback zum Weiterlernen durch die Lehrkraft,
- individuelle Unterstützung im Lernprozess,
- Begegnung mit gegenseitiger Wertschätzung und Respekt.

### Fragebogen

Zur Beobachtung der Tiefenstrukturen von Unterricht stellt das Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein einen Fragebogen und ein erläuterndes Handbuch zum [Download](#) zur Verfügung. Der Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstrukturen sowie das Handbuch wurden auf der Grundlage wissenschaftlicher Erkenntnisse entwickelt. Sie dienen dazu, die oben beschriebenen Merkmale strukturiert zu beobachten und zu reflektieren beziehungsweise zurückzumelden. Sie sind fächer- und schulartübergreifend einsetzbar.

### Datengestützte Qualitätsentwicklung

Datengestützte Qualitätsentwicklung berücksichtigt empirisch gewonnene Ergebnisse zum Beispiel aus der PISA-Studie oder dem Bildungstrend. Diese bilden eine konkrete, abgesicherte Grundlage, um Maßnahmen der Schul- und Unterrichtsentwicklung einzelner Schulen sowie der Weiterentwicklung und Steuerung des Bildungssystems insgesamt bereitzustellen. Die datengestützte Qualitätsentwicklung ist neben den Fachanforderungen ein wichtiger Baustein einer kohärenten Qualitätsstrategie für Schulen in Schleswig-Holstein.

Die Ergebnisse von Vergleichsarbeiten (VERA) sind Ausgangspunkt für Strategien und Maßnahmen der Unterrichtsentwicklung. Sie ermöglichen die Identifikation von Stärken und Entwicklungsbedarfen von Lerngruppen. Vergleichsarbeiten in den Kernfächern sind länderübergreifend konzipiert und an den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz orientiert. Die Ergebnisse geben somit Aufschluss darüber, ob und inwieweit Schülerinnen und Schüler die in den Bildungsstandards formulierten Leistungserwartungen erfüllen. Die Teilnahme an den Vergleichsarbeiten ist per [Erlass](#) sowie im Schul-

gesetz für Schülerinnen und Schüler (§ 11 Absatz 2 Satz 3 SchulG) und für Lehrkräfte (§ 34 Absatz 1 Satz 4 SchulG) geregelt. In der Grundschule ist die Etablierung regelmäßiger zentraler Überprüfungen des Leistungsstands wichtig, um die basalen Kompetenzen zu sichern. Dazu gehören die Erhebung der Lernausgangslage zu Beginn der Eingangsphase sowie Vergleichsarbeiten in der dritten Klasse.

#### 4 Zentrale Themen des gesellschaftlichen Lebens

Schülerinnen und Schüler werden durch die Auseinandersetzung mit den zentralen Themen des gesellschaftlichen Lebens befähigt, Entscheidungen für die Zukunft zu treffen und dabei abzuschätzen, wie sich das eigene Handeln auf andere Menschen, künftige Generationen, die Umwelt oder das Leben in unterschiedlichen Kulturen auswirkt. Die zentralen Themen beschreiben wichtige Aspekte, die sowohl die Lebensgestaltung des Einzelnen als auch das gemeinsame gesellschaftliche Handeln betreffen. Schülerinnen und Schüler sollten sich in der Schule insbesondere mit den folgenden zentralen Themen auseinandersetzen:

- Grundwerte des menschlichen Zusammenlebens: Menschenrechte, das friedliche Zusammenleben in einer Welt mit unterschiedlichen Kulturen, Religionen, Gesellschaftsformen, Völkern und Nationen,
- Nachhaltigkeit der ökologischen, sozialen und ökonomischen Entwicklung: Erhalt der natürlichen Lebensgrundlagen, Sicherung und Weiterentwicklung der sozialen, wirtschaftlichen und technischen Lebensbedingungen im Kontext der Globalisierung,
- Gleichstellung und Diversität: Entfaltungsmöglichkeiten der Geschlechter, Wahrung des Gleichberechtigungsgebots, Wertschätzung gesellschaftlicher Vielfalt, Förderung sozialer Gerechtigkeit und Chancengleichheit,
- Partizipation: Recht auf verantwortungsvolle Mitgestaltung der eigenen soziokulturellen, politischen und wirtschaftlichen Lebensverhältnisse.

#### 5 Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung

Aufgabenfelder von besonderer Bedeutung sind Querschnittsthemen, die sich aus den im Schulgesetz festgelegten pädagogischen Zielen ergeben. Sie sind nicht dem Unterricht einzelner Fächer zugeordnet, sondern im Unterricht aller Fächer zu berücksichtigen:

- Basale Kompetenzen: Basale Kompetenzen sind nach dem Gutachten der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz (2022) die Voraussetzung für das Erreichen der Mindeststandards in der Grundschule. Diese Kompetenzen bilden die Grundlage für anschließende Lernprozesse. Zu diesen zählen bestimmte kognitive Kompetenzen, fachliche (sprachliche und mathematische) Kompetenzen sowie sozial-emotionale Kompetenzen. Die Förderung der basalen Kompetenzen ist wichtig, um sicherzustellen, dass kein Kind den Anschluss verliert. Auch in der Sekundarstufe I und der Sekundarstufe II findet die Förderung grundlegender Kompetenzen, die die Voraussetzung für das Erreichen der Mindeststandards sind, besondere Berücksichtigung.
- Inklusive Schule und sonderpädagogische Förderung: Die inklusive Schule zeichnet sich dadurch aus, dass sie in allen Schularten und Schulstufen Kinder und Jugendliche mit und ohne Behinderung gemeinsam beschult und ihren Unterricht auf eine Schülerschaft in der ganzen Bandbreite ihrer Heterogenität ausrichtet. Diese Heterogenität bezieht sich nicht allein auf Behinderung oder sonderpädagogischen Förderbedarf. Sie steht generell für Vielfalt und schließt beispielsweise die Hochbegabung ebenso ein wie eine kulturelle Vielfalt und unterschiedliche soziale Ausgangslagen. Die Förderung von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf orientiert sich an den Fachanforderungen der allgemeinbildenden Schulen. Je nach Förderbedarf wird die (sonderpädagogische) Unterstützung über einen individuellen Förderplan, Lernplan oder einen gewährten Nachteilsausgleich geplant und dargestellt. An allgemeinbildenden Schulen findet dies in enger Zusammenarbeit mit Lehrkräften der Förderzentren statt.

- **Sprachbildung im Fachunterricht:** Die Vermittlung schul- und bildungsrelevanter sprachlicher Fähigkeiten (Bildungssprache) erfolgt im Unterricht aller Fächer. Sprachbildung ist über jeden einzelnen Fachunterricht hinaus auch für Schulentwicklungsprozesse zentral. Das Ziel ist, die sprachlichen Fähigkeiten der Kinder und Jugendlichen – unabhängig von ihrer Erstsprache, sozialen Herkunft oder anderen Faktoren – im Schriftlichen sowie im Mündlichen systematisch auf- und auszubauen. Das setzt einen entsprechenden Wortschatz und die Kenntnis bildungssprachlicher grammatischer Strukturen sowie fachspezifischer Textsorten voraus. Die Lehrkräfte aller Fächer planen und gestalten den Unterricht mit Blick auf die Sprachebene Bildungssprache und stellen die Verbindung von Alltags-, Bildungs- und Fachsprache explizit her.
- **Deutsch als Zweitsprache:** Es gibt Schülerinnen und Schüler, die aufgrund ihrer Migrationsbiografie nicht über ausreichende Kompetenzen in der deutschen Sprache verfügen, um in vollem Umfang ihr Potenzial entfalten und an den schulischen Bildungsangeboten teilhaben zu können. Der Ausbau ihrer bildungs- und fachsprachlichen Kompetenzen im Deutschen ist ein jahrelanger Prozess, der im Unterricht aller Fächer begleitet werden muss. Deshalb sollen diese Schülerinnen und Schüler in Schulen aller Schularten und in allen Jahrgangsstufen im Rahmen einer Sprachbildung im Fachunterricht durch unterrichtliche Maßnahmen so gefördert werden, dass sie ihre sprachlichen Kompetenzen in der deutschen Sprache weiter ausbauen und erfolgreich am Unterricht teilhaben können. Ihr Wissen und Können, ihre Migrationserfahrungen sowie ihre Herkunftssprache sollen dabei als Ressource verstanden und im Rahmen individueller Förderung systematisch einbezogen werden.
- **Mehrsprachigkeit:** Sie gehört mit Blick auf die Regional- und Minderheitensprachen sowie die vielfältigen Herkunftssprachen zum schleswig-holsteinischen Selbstverständnis. Sprachenvielfalt ist ein wichtiger Grundwert, den es auch in der Schule zu fördern gilt. Für die Bildungseinrichtungen des Landes erwächst die Aufgabe, das Niederdeutsche, das Friesische und die vielen weiteren gesprochenen Herkunftssprachen zu fördern und zu ihrer Weiterentwicklung beizutragen.
- **Kulturelle Bildung:** Kulturelle Bildung ist unverzichtbarer Teil der ganzheitlichen Persönlichkeitsentwicklung, die die Einzelne und den Einzelnen zur Mitgestaltung von gesellschaftlicher Prozesse befähigt und unabhängig von sozioökonomischen Rahmenbedingungen kulturelle Teilhabe ermöglicht. Der Zusammenarbeit mit professionellen Kulturschaffenden aller Genres kommt hierbei in allen Fächern und insbesondere an außerschulischen Lernorten eine besondere Bedeutung zu.
- **Berufliche Orientierung:** Die berufliche Orientierung im schulischen Kontext soll allen Schülerinnen und Schülern ermöglichen, altersangemessen und schrittweise ein Verständnis über ihre individuellen Stärken, Potenziale und Interessen zu entwickeln und sich Vorstellungen über die eigene Zukunft zu erarbeiten. Sie sollen lernen, eigenverantwortliche Entscheidungen über den jeweils nächsten Schritt auf ihrem Bildungs- und Berufsweg zu treffen und diese in der Schule und nach dem Verlassen der Schule umsetzen. Berufliche Orientierung ist für alle Fächer und Jahrgangsstufen eine verbindliche Querschnittsaufgabe. Dabei ist die Zusammenarbeit der Schulen mit externen Partnern, wie zum Beispiel der Berufsberatung der Agenturen für Arbeit, den Jugendberufsagenturen und Unternehmen zentral.
- **Demokratiebildung:** Es gehört zum Auftrag von Schule, junge Menschen auf ihre Stellung als Bürgerin und Bürger in einem freiheitlichen demokratischen Staat vorzubereiten und sie zur Teilhabe und zur Übernahme von Verantwortung zu befähigen. Die Schule soll die Offenheit der jungen Menschen gegenüber kultureller und religiöser Vielfalt, den interkulturellen Dialog und die Friedensfähigkeit fördern. Dazu gehören Fähigkeiten, wie Empathie und Konfliktlösungskompetenzen sowie Einstellungen, wie die Toleranz für Mehrdeutigkeit und die Anerkennung demokratischer Prinzipien und Werte. Darunter fällt auch die Auseinandersetzung mit Formen gruppenbezogener Menschenfeindlichkeit, wie Rassismus und Antisemitismus. Für den politisch bildenden Unterricht gelten die dem sogenannten Beutelsbacher Konsens zugrundeliegenden Grundsätze des Überwältigungsverbots, des Kontroversitätsgebots und der Schülerorientierung.
- **Bildung für nachhaltige Entwicklung:** Bildung für nach-

haltige Entwicklung zielt auf den für die Gestaltung von Zukunft notwendigen fachlichen und überfachlichen Aufbau von Wissen und die Entwicklung entsprechender Fähigkeiten ab. Bildung für nachhaltige Entwicklung in der Schule setzt auf die selbstbestimmte Urteils- und Entscheidungsfindung der Lernenden. Sie sollen dazu befähigt werden, ihre eigene Rolle in einer Welt komplexer Herausforderungen, Unsicherheiten, Zielkonflikte und Widersprüche zu reflektieren (Global Citizenship Education), verantwortungsvolle Entscheidungen zu treffen und eigene Handlungsspielräume für eine gesellschaftliche, wirtschaftliche und politische Transformation zu erkennen.

## 6 Leistungsbeurteilung

Die Leistungsbeurteilung erfasst alle in den Fachanforderungen ausgewiesenen Kompetenzbereiche und berücksichtigt sowohl die Prozesse als auch die Ergebnisse schulischen Arbeitens und Lernens. Die Beurteilung von Leistungen dient der kontinuierlichen Rückmeldung an Schülerinnen, Schüler und Eltern, zudem ist sie für die Lehrkräfte eine wichtige Grundlage für Förder- und Beratungsstrategien. Sie kann als formative Beurteilung einer notenfreien Rückmeldung an Schülerinnen und Schüler dienen und diese während ihres Lernprozesses unterstützen. Die Beurteilung der Leistungen von Schülerinnen und Schülern kann verschiedene Funktionen erfüllen:

- Als summative Beurteilung geht sie mit der Notenvergabe einher und stellt eine abschließende Vergleichbarkeit her.
- Als formative Beurteilung unterstützt sie die Schülerinnen und Schüler während ihres Lernprozesses.

Auch die Einschätzung anderer (zum Beispiel motivationaler) Merkmale ist wichtig für das erzieherische Handeln. Die Leistungsbeurteilung ist also nur ein Teilaspekt der relevanten schulischen Diagnostik, aber ein wichtiger, wenn man den Fokus auf die Unterrichtsziele und Lernergebnisse legt. Kriterien und Verfahren der Leistungsbeurteilung werden den Schülerinnen, Schülern und Eltern vorab offengelegt und erläutert.

Schülerinnen und Schüler erhalten eine kontinuierliche Rückmeldung über ihren Leistungsstand. Diese erfolgt so rechtzeitig, dass die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben, aus der Rückmeldung zukünftige Lern- und Arbeitsstrategien abzuleiten (Erlasse).

### Leistungsbeurteilung im Zeugnis

Noten können für einzelne Leistungen oder kumuliert für Halbjahres-, Ganzjahres-, Abschluss- oder Abgangszeugnisse gegeben werden. In der Regel werden ab Jahrgangsstufe drei Notenzeugnisse vergeben. Unter bestimmten Umständen können in den Jahrgangsstufen drei bis sieben Berichtszeugnisse oder Portfolio-basierte Zeugnisse vergeben werden, in denen die Leistungen anhand verbindlich festgelegter Kriterien beschrieben werden (§ 3 Absatz 1-4 ZVO, § 6 Absatz 3 GrVO, § 7 Absatz 3 SAVOGym, § 7 Absatz 3 GemVO).

Zeugnisnoten können sich aus den folgenden zwei Beurteilungsbereichen zusammensetzen: Unterrichtsbeiträge und Leistungsnachweise.

- Unterrichtsbeiträge umfassen alle Leistungen, die sich auf die Mitarbeit und Mitgestaltung im Unterricht oder im unterrichtlichen Kontext beziehen. Zu ihnen gehören sowohl mündliche als auch praktische und schriftliche Leistungen.
- Leistungsnachweise werden in Form von Klassenarbeiten und diesen gleichwertigen Leistungsnachweisen erbracht. Sie decken die verbindlichen Leistungserwartungen der Fächer und die Kompetenzbereiche angemessen ab. Art und Zahl der in den Stufen und Fächern zu erbringenden Leistungsnachweise werden in Erlässen geregelt.

Bei der Bildung der Zeugnisnote hat der Bereich der Unterrichtsbeiträge ein stärkeres Gewicht als der Bereich der Leistungsnachweise.

### Besondere Regelungen

Ein Anspruch auf Nachteilsausgleich besteht für Schülerinnen und Schüler, deren Fähigkeit, ihr vorhandenes Leistungsvermögen darzustellen, lang andauernd oder vorübergehend erheblich beeinträchtigt ist. Darunter sind auch unzureichende Kompetenzen in der deutschen Sprache bei Schülerinnen und Schülern mit

Deutsch als Zweitsprache zu verstehen (Erläss). Die wesentlichen Leistungsanforderungen, die sich aus den Lernzielen und zu erwerbenden Kompetenzen ergeben, bleiben allerdings bestehen (§ 2 NuNVO). Nachteilsausgleich kann zum Beispiel in Form von verlängerten Arbeitszeiten, alternativen Arbeitsmitteln und -formen und organisationalen Veränderungen gewährt werden (§ 3 NuNVO). Notenschutz kann auf Antrag bei einer Lese-Rechtschreib-Schwäche, bei Beeinträchtigung der körperlichen Motorik, beim Sprechen oder in der Sinneswahrnehmung sowie aufgrund autistischen Verhaltens gewährt werden. Dabei werden Teile der zu erbringenden Leistung nicht bewertet oder zurückhaltend gewichtet. Im Zeugnis ist die nicht erbrachte, nicht bewertete oder zurückhaltend gewichtete fachliche Leistung zu vermerken. Ein Hinweis auf die Beeinträchtigung selbst unterbleibt (§ 4 NuNVO). Schülerinnen und Schüler mit anerkanntem sonderpädagogischen Förderbedarf, die zieldifferent unterrichtet und beurteilt werden, werden individuell auf der Grundlage eines eigenen Förderplans gefördert (§ 10 SoFVO). Nachteilsausgleich und Notenschutz findet dabei keine Anwendung.

### **Zentrale Abschlussprüfungen**

Der Erwerb des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses, des Mittleren Schulabschlusses und der Allgemeinen Hochschulreife werden in Schleswig-Holstein in den entsprechenden Verordnungen geregelt (§ 7 Absatz 4-6 GemVO, § 12 SAVOGym). In einigen Fächern werden die Prüfungen auf Basis der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz mit zentraler Aufgabenstellung durchgeführt. Grundsätzlich richten sich die Prüfungsregelungen aller Fächer nach den jeweiligen Fachanforderungen.



## II Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe I

### 1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe I

#### 1.1 Grundlagen und Lernausgangslage

Grundlagen dieser Fachanforderungen sind die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz für den Ersten Schulabschluss und für den Mittleren Schulabschluss in der Fassung vom 23.06.2022 sowie das dazugehörige Kompetenzstufenmodell in der Fassung vom 11.10.2013. Der Unterricht baut auf den in der Grundschule erworbenen Kompetenzen und die in den Bildungsstandards für den Primarbereich beschriebenen Kompetenzerwartungen auf.

Die Fachanforderungen formulieren Kompetenzerwartungen abschlussbezogen und konkretisieren damit für das Fach Mathematik die drei Anforderungsebenen Erster allgemeinbildender Schulabschluss, Mittlerer Schulabschluss und Allgemeine Hochschulreife.

#### 1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung

Kennzeichen mathematischer Arbeitsweise sind präziser Sprachgebrauch, Entwicklung klarer Begriffe, folgerichtige Gedankenführung und Argumentation, systematisches Vorgehen sowie das Erfassen von Zusammenhängen. Die mathematische Fachsprache wird im Laufe der Sekundarstufe I aus umgangssprachlichen Formulierungen entwickelt und beim Arbeiten an geeigneten Lerngegenständen präzisiert. Beim Entdecken von Gesetzmäßigkeiten sowie beim Vergleichen und Reflektieren von Lösungswegen bilden sich Denk- und Handlungsstrategien heraus. Durch Übung in den genannten Arbeitsweisen bilden sich einerseits tragfähige Grundvorstellungen aus, die das Fundament eines Repertoires von Begriffen und mathematischen Verfahren darstellen, andererseits erfahren die Schülerinnen und Schüler eine intensive Schulung des Denkens und des Abstraktionsvermögens.

Die Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik als geistige Schöpfung und als Werkzeug kennen, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahr-

nehmen und verstehen zu können. Die Mathematik dient ferner dem Erwerb weitergehender, insbesondere heuristischer Fähigkeiten. Auf den beiden oberen Anforderungsebenen haben innermathematische Fragestellungen die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie Anwendungen aus der Lebenswelt.

Mit dem Erwerb der Kompetenz, Sachverhalte zu beschreiben und zu analysieren, dabei fachliche Methoden der Mathematik in angemessener Weise anzuwenden und umzusetzen sowie die Ergebnisse strukturiert darzustellen, werden Schülerinnen und Schüler sowohl auf eine Berufsausbildung als auch auf den Unterricht in der Oberstufe vorbereitet.

Die Fachanforderungen Mathematik legen Erwartungen an mathematische Kenntnisse und Kompetenzen für Abschlüsse am Ende der Sekundarstufe I fest, die den Eintritt in eine berufliche Bildung ermöglichen und definieren zugleich die Anschlussfähigkeit an die Oberstufe. Sie gelten sowohl für den gymnasialen Bildungsgang als auch für die Gemeinschaftsschule.

#### 1.3 Didaktische Leitlinien

Die in den Bildungsstandards beschriebene Kompetenzorientierung ist verbindlich. Die Fachanforderungen formulieren dazu verbindliche Grundsätze für den Unterricht, weisen gleichermaßen verbindliche Kerninhalte aus und zeigen den notwendigen und den zulässigen Gestaltungsrahmen für Konkretisierungen auf, die im schulinternen Fachcurriculum formuliert werden müssen.

#### Lernumgebungen

Mathematikunterricht muss so geplant werden, dass durch das Arbeiten an den Leitideen prozessbezogene Kompetenzen erworben werden. Dazu wählen Lehrkräfte zielgerichtet Lernumgebungen aus. Diese umfassen geeignete mathematische Fragestellungen, Aufgabenformate und Lernformen wie zum Beispiel kooperative Lernformen oder individualisiertes Lernen. Diese Lernumgebungen müssen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen, bereits erworbene Fertigkeiten und Fähigkeiten situationsgerecht zur Lösung von Problemen einzusetzen. Ziele einer derartigen Vorgehens-

weise sind der kumulative Kompetenzaufbau und die Vernetzung von Inhalten.

### Grundvorstellungen

Ein Rückgriff auf vorangegangene Unterrichtsinhalte kann nur bei nachhaltigem Arbeiten erfolgreich sein. Geeignete Lernumgebungen veranlassen Schülerinnen und Schüler, reflektiert Basiswissen abzurufen. Eigenständig und zielgerichtet gelingt ihnen dies eher, wenn im vorangegangenen Unterricht der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen Priorität hatte. Beispielsweise ist in der Leitidee Zahl und Operation eine verstehensorientierte Vorgehensweise bei Zahlbereichserweiterungen zwingend, damit die Bedeutung der Zahlen und der Rechenoperationen gedanklich durchdrungen werden kann. Ein überwiegend an Rechenverfahren orientiertes Vorgehen ist demgegenüber äußerst anfällig für Fehlvorstellungen, Verwechslungen und Vergessen. In der Algebra zum Beispiel ist die Interpretation von Variablen und Termen eine notwendige Voraussetzung für eine Einsicht in das formale Rechnen.

### Themenstränge

Das Erkennen eines Themenstranges geschieht durch den vertikal ordnenden didaktischen Blick auf Inhalte und das Fällen von Entscheidungen bezüglich Reihenfolge und Schwerpunktsetzungen über mehrere Jahrgangsstufen hinweg. Beispielsweise bietet die Leitidee Größen und Messen die Gelegenheit, schon in den Jahrgangsstufen 5 und 6 propädeutisch mit Variablen und Termen für Längen, Flächen- und Rauminhalte zu arbeiten, ehe diese in den Jahrgangsstufen 7 und 8 stärker formal behandelt werden. Der in der Sekundarstufe I wichtige Themenstrang *Berechnungen an Körpern* berührt die Inhalte Größe, Variable, Term, Gleichung, aber auch Körpernetze, Schrägbilder und andere. Es ist Aufgabe der Fachkonferenz, sich bei der Erarbeitung eines schulinternen Fachcurriculums derartige Themenstränge bewusst zu machen.

### Darstellungsebenen

Beim Aufbau von Grundvorstellungen gilt es, an die subjektiven Vorerfahrungen der Lernenden konsequent anzuknüpfen und die Darstellungsebenen enaktiv, ikonisch und symbolisch zu nutzen. Das Hantieren mit

konkretem Material steht am Anfang vieler Lernprozesse. Die Sprache ist stets der Mittler beim Wechsel zwischen Darstellungsebenen. Das Zurückgreifen auf konkretes Material verhindert unter anderem, dass aus subjektiven Vorerfahrungen erwachsene Fehlvorstellungen weiter verfolgt werden. Über Handlungen werden Bildsequenzen erzeugt, die in normative Sprache und symbolische Schreibweisen überführt werden. Erst wenn auf Grundvorstellungen zurückgegriffen werden kann, sind die Voraussetzungen dafür geschaffen, dass die Lernenden und die Lehrkraft beim Verwenden von Begriffen inhaltlich das Gleiche, das Normative, darunter verstehen. Die Lehrkraft muss im Unterricht die Fachsprache korrekt und angemessen verwenden. Ziel des Unterrichts ist, dass die Lernenden die Fachsprache auf angemessenem Niveau korrekt verwenden. Auf dem Weg zu diesem Ziel muss die Lehrkraft unterstützend durch Wortschatzarbeit sowie durch Vermittlung von Methoden zum Textverständnis (für das Hören und Lesen) und zur Textproduktion (für das Sprechen und Schreiben) die eigenständige, bewusste schriftliche Fixierung von Lösungsstrategien und Lernergebnissen einfordern und fördern (*Lernen auf eigenen Wegen mit eigenen Worten*).

### Kontextorientiertes Arbeiten

Kontextorientiertes Arbeiten ist das bewusste Aufgreifen von Kontexten aus der realen Welt, die sich für das Erarbeiten und zum Teil für das Anwenden mathematischer Inhalte – unter Umständen über einen längeren Zeitraum – eignen. Kontexte verbinden die fachlichen Konzepte der Mathematik mit lebensweltlichen Vorstellungen und aktuellen Bezügen. Sie stellen eine Brücke zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken her. In diesem Sinne ist kontextorientiertes Arbeiten verbindlich. Im Unterricht wird es neben kontextorientiertem Arbeiten Phasen geben, in denen Inhalte und mathematische Verfahren lehrgangsartig eingeführt werden oder in denen wiederholt oder geübt wird.

### Aufgabenauswahl – Analyse des Lernpotenzials von Aufgaben

Mathematikaufgaben haben im Unterricht grundsätzlich vier verschiedene Funktionen: Lernen, Trainieren, Testen und Nachweisen von Leistungen. Für die Planung

und die individuelle Begleitung von Lernprozessen ist die Fähigkeit der Lehrkraft, das Potenzial einer Aufgabe zu analysieren, von entscheidender Bedeutung. Dazu müssen folgende Fragen beantwortet werden: Welche Lösungen sind zu erwarten? Auf welche Grundvorstellungen wird zurückgegriffen? Welche Fehlvorstellungen sind zu erwarten? Welche Kompetenzen werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen? Wodurch initiiert diese Aufgabe einen Kompetenzzuwachs? Welche Aufgabenvariationen provozieren ein tieferes Verständnis? Wie weit bereitet die Aufgabenstellung Lernschritte und Begriffsbildungen vor?

**Lernaufgaben** werden vorwiegend bei der Erarbeitung neuer Inhalte eingesetzt. Um möglichst allen Schülerinnen und Schülern den Zugang zu den Inhalten zu ermöglichen, sind offene Aufgabenformate zu bevorzugen, die verschiedene Zugänge, verschiedene Lösungswege und Darstellungen der Lösung zulassen. Offene Lernaufgaben haben zugleich ein diagnostisches Potenzial, um Vorkenntnisse, gegebenenfalls eingeführte Schreibweisen und auch Fehlvorstellungen zu ermitteln. Beim Einsatz offener Aufgabenformate ist es günstig, wenn auf konkretes Material zurückgegriffen werden kann, um gegebenenfalls bei der Bearbeitung der Aufgabe die Darstellungsebenen (Anfassen, Erfassen, Verinnerlichen) nutzen zu können. Sowohl eine Materialsammlung mit offenen Lernaufgaben als auch die Anschaffung, Aufbewahrung und Verwendung des konkreten Materials sollte den Jahrgangsteams innerhalb der Fachschaft bei der Ausgestaltung des schulinternen Fachcurriculums obliegen.

**Trainingsaufgaben** sollen nicht ausschließlich auf das isolierte Einüben bestimmter Fertigkeiten zugeschnitten sein, sondern das intelligente Üben unterstützen. Formen des intelligenten Übens sind reflektierendes Üben, Nutzung von strukturierten Aufgaben, entdeckendes Üben, produktives Spielen sowie Einsatz von Fermi-aufgaben. Allen fünf Formen liegt jeweils eine übergeordnete Fragestellung zugrunde, deren Beantwortung die erforderliche mathematische Tätigkeit auf ein Ziel orientiert (kognitive Schüleraktivierung); dabei werden häufig prozessbezogene Kompetenzen aktiviert und weitergehende Erkenntnisse gewonnen (didaktischer

Mehrwert). Gestufte Aufgabensets sind eine Möglichkeit, differenziert zu üben, dabei die Anforderungsbereiche abzudecken und durch einen gemeinsamen Aufgabenstamm das gemeinsame Lernen zu unterstützen. Blütenaufgaben initiieren darüber hinaus bewusste Aufgabenvariationen durch die Lernenden.

**Diagnoseaufgaben** können im Unterricht zum Ermitteln von Vorkenntnissen und Fehlvorstellungen, aber nicht zum Ermitteln einer Note, eingesetzt werden.

**Leistungsaufgaben** müssen valide formuliert sein, um die Leistungen der Lernenden gerecht und praktikabel summativ beurteilen zu können (siehe Kapitel 5). Dabei ist die Bedeutung der auch in Abschlussarbeiten verwendeten Operatoren den Schülerinnen und Schülern von Beginn an zu vermitteln.

Auch wenn an dieser Stelle zwischen den verschiedenen Funktionen von Aufgaben aus systematischen Gründen unterschieden wird, so wird in der Praxis eine Aufgabe häufig mehreren Zwecken dienen. Beispielsweise kann eine gute Trainingsaufgabe Elemente einer Lernaufgabe enthalten oder tiefe diagnostische Einblicke ermöglichen.

Offene Lernaufgaben sowie Aufgaben zum intelligenten Üben sind eine gute Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler auf jeder Anforderungsebene differenziert zu fördern und zu fordern. Diese Aufgabenformate entsprechen am besten dem Grundgedanken des gemeinsamen Lernens. Nach Anforderungsebenen differenzierte Aufgaben ermöglichen es, diesem Anspruch auch bei Leistungsnachweisen zu genügen (siehe Kapitel 5).

#### 1.4 Anforderungsebenen und Anforderungsbereiche

In den Fachanforderungen für die Sekundarstufe I werden die angestrebten Kompetenzen und die zentralen Inhalte auf drei **Anforderungsebenen** ausgewiesen:

- Erster allgemeinbildender Schulabschluss (ESA),
- Mittlerer Schulabschluss (MSA),
- Allgemeine Hochschulreife (AHR).

Für die Gestaltung des Unterrichts, die Erstellung von Aufgaben und die Beurteilung von Unterrichtsbeiträgen und Leistungsnachweisen sind auf allen drei Anforderungsebenen die folgende **Anforderungsbereiche** der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz zu berücksichtigen:

- **Anforderungsbereich I: Reproduzieren**

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

- **Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen**

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbständige Auswählen, Anordnen, Darstellen und Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

- **Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren**

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbständige Auswählen geeigneter Arbeitstechniken und Verfahren sowie das Bearbeiten komplexer oder unbekannter Sachverhalte unter anderem mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Im Unterricht müssen für jede Schülerin und jeden Schüler die drei Anforderungsbereiche angemessen angeboten und entsprechende Leistungen von ihnen eingefordert werden. Das ist unabhängig von der Anforderungsebene, auf der die Lernenden sich individuell befinden, zu gewährleisten. Daraus folgt insbesondere, dass Schülerinnen und Schüler, die auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses erfolgreich arbeiten, auch auf dieser Anforderungsebene mit den drei Anforderungsbereichen konfrontiert werden müssen. Das Ziel des Unterrichts muss sein, dass Schülerinnen und Schüler Aufgaben über das Reproduzieren hinaus erfolgreich bearbeiten können. Das kann durch die Gestaltung von Lernumgebungen, insbesondere durch die Aufgabenauswahl gewährleistet werden.

Die Berücksichtigung von Anforderungsebenen kann gelegentlich zieldifferentes Unterrichten erfordern. Das gilt auch für die Begabtenförderung und für Schülerinnen und Schüler mit erhöhtem Förderbedarf. Dazu kann es erforderlich sein, eine zusätzliche Betreuung heranzuziehen oder zeitweilig in getrennten Räumen zu arbeiten. In besonders gelagerten Einzelfällen ergeben sich die Anforderungen aus den im Förderplan genannten Zielen und können von den Fachanforderungen abweichen.

### 1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge

Der sachgerechte Umgang mit digitalen Mathematikwerkzeugen und Hilfsmitteln ist Teil des Unterrichts. Neben dem wissenschaftlichen Taschenrechner und der Formelsammlung dienen in bestimmten Phasen auch die Tabellenkalkulation, das dynamische Geometriesystem und gegebenenfalls das modulare Mathematiksystem als mathematisches Werkzeug. Die Einführung in den Gebrauch dieser Werkzeuge ist Gegenstand des Unterrichts.

#### Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Der **wissenschaftliche Taschenrechner** wird eingeführt, nachdem die Einführung der rationalen Zahlen entsprechend weit vorangeschritten ist. Vor diesem Zeitpunkt ist ein punktueller Einsatz von Taschenrechnern möglich, zum Beispiel zur Überprüfung schriftlicher Rechnungen. Die Einführung des wissenschaftlichen Taschenrechners oder eines modularen Mathematiksystems in Jahrgangsstufe 7 ist verbindlich und muss bis zum Ende des Schuljahres erfolgt sein. Dies umfasst die sachgerechte Bedienung des digitalen Mathematikwerkzeugs, die kritische Bewertung von Ergebnissen und ihre Rückübersetzung in mathematische Fachsprache und Notation. Die Einführung des digitalen Mathematikwerkzeugs bietet die Gelegenheit, aus einer neuen Perspektive bewusst die Struktur von Termen, die Priorität von Rechenoperationen, die Bedeutung von Klammern und die Darstellung von Zahlen zu durchdenken. Einerseits sind Details wie Anzeigeformat, Weiterarbeiten mit nicht gerundeten Zwischenergebnissen und Nutzung der Speicher zu behandeln, andererseits muss deutlich werden, wie Ansatz und Ergebnis einer Rechnung angemessen schriftlich zu dokumentieren sind. Die kritische Bewertung von Ergebnis-

sen umfasst sinnvolles Runden, Überschlagsrechnungen sowie Kontrollstrategien. Beispielsweise kann durch eine Aufgabe mit einfachen Zahlen geprüft werden, ob die geplanten Bedienungsschritte zum erwarteten Ergebnis führen.

Bei der Einführung neuer Rechenarten oder Funktionen (zum Beispiel Potenzrechnung, trigonometrische Funktionen) ist jeweils auch auf die sachgerechte Bedienung des digitalen Mathematikwerkzeugs einzugehen. Ebenso muss die Nutzung von Möglichkeiten wie das automatische Erstellen von Wertetabellen für Funktionen und die numerische Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen im Unterricht der Sekundarstufe I behandelt werden.

Die **Tabellenkalkulation** hat eine große Bedeutung in der Lebens- und Arbeitswelt. Bereits ab Jahrgangsstufe 5 gibt es zahlreiche Anlässe, Tabellenkalkulationsprogramme einzusetzen, beispielsweise zur grafischen Darstellung von Daten. Das Rechnen mit absoluten und relativen Zellbezügen (*Formeln*) kann propädeutisch den Umgang mit Variablen in Termen vorbereiten. Die Analyse und das eigenständige Schreiben von einfachen Dateien, die mit Zellbezügen rechnen, sind verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Dabei ist es hilfreich, möglichst das gleiche Tabellenkalkulationsprogramm beizubehalten, um die kompetente Bedienung über die Schuljahre hinweg zu erweitern. Darüber hinaus kann die Tabellenkalkulation als Medium für Approximationen, Simulationen und Visualisierungen eingesetzt werden.

**Dynamische Geometriesysteme (DGS)** bieten zahlreiche didaktische Vorteile: ein genaues Durchdenken von Konstruktionen, eine vereinfachte symbolische Notation von Konstruktionsbeschreibungen, die dynamische Visualisierung mit dem Zugmodus, genaues Messen zur Vorbereitung von Verallgemeinerungen. Die Bedienung und angemessene Nutzung eines dynamischen Geometriesystems ist verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Dabei ist es sinnvoll, möglichst das gleiche Programm beizubehalten, um die kompetente Bedienung über die Schuljahre hinweg zu erweitern. Darüber hinaus können dynamische Geometriesysteme

als Funktionsplotter und für grafische Animationen als Medien eingesetzt werden.

**Modulare Mathematiksysteme (MMS)** können im Unterricht der Sekundarstufe I eingesetzt werden, ihr Einsatz ist jedoch nicht verbindlich vorgeschrieben. Die Geräte oder Programme unterscheiden sich von wissenschaftlichen Taschenrechnern dadurch, dass sie symbolisch (mit Variablen) rechnen können. Ein zeitweiliger Einsatz zu besonderen Zwecken ist möglich, beispielsweise als Funktionsplotter. Didaktisch wertvoll ist die Möglichkeit, Befehle für einzelne Äquivalenzumformungsschritte einzugeben, um das Lösen von Gleichungen zu üben. Die Lehrkraft entscheidet über den zeitweiligen Einsatz des modularen Mathematiksystems in der Lerngruppe.

Eine ständige Nutzung von modularen Mathematiksystemen ist möglich. Dies setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus. Der Beschluss gilt jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Klasse oder aller Parallelklassen. Bei Klassenarbeiten sind die Vorgaben für den Einsatz von modularen Mathematiksystemen in der schriftlichen Abiturprüfung in ihrer jeweils gültigen Fassung sinngemäß zu beachten. Im Hinblick auf die zentralen Abschlussprüfungen der Sekundarstufe I ist zu gewährleisten, dass die Schülerinnen und Schüler über ausreichende Fertigkeiten im Umgang mit den digitalen Mathematikwerkzeugen verfügen.

Der Einsatz des modularen Mathematiksystems ist nur sinnvoll, wenn parallel zu seinem Einsatz ein grundlegendes Verständnis der entsprechenden Objekte und Verfahren im Unterricht vermittelt wird. Hierbei können auch die Möglichkeiten des modularen Mathematiksystems für Simulationen, Animationen und experimentell entdeckendes Arbeiten genutzt werden. Bei einer Einführung in der Sekundarstufe I ist aus diesem Grund der Zeitpunkt sorgfältig abzuwägen. Einer Einführung in die sachgerechte Bedienung des Geräts kommt eine besonders hohe Bedeutung zu.

Die sachgerechte Nutzung von digitalen Werkzeugen schließt auch die Werkzeugwahl ein. Das bedeutet nicht nur die Entscheidung für die Nutzung eines bestimm-

ten Programms oder einer bestimmten Gerätefunktion, sondern eventuell auch den Verzicht auf Hilfsmittel, weil Schätzen, Skizzieren oder Kopfrechnen schneller zum Ziel führen. In jedem Fall muss der Unterricht so angelegt werden, dass die ausreichende Beherrschung numerischer und algebraischer Verfahren ohne Hilfsmittel sichergestellt ist.

Die technologische Entwicklung wird neue digitale Mathematikwerkzeuge hervorbringen. Über einen zeitweiligen Einsatz dieser Werkzeuge entscheidet die Lehrkraft. Der ständige Einsatz setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus, die jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Klasse oder aller Parallelklassen gelten. Die obigen Bestimmungen zum ständigen Einsatz von modularen Mathematiksystemen gelten sinngemäß.

#### **Einsatz von Formelsammlungen**

Im Unterricht dürfen Formelsammlungen verwendet werden. Es liegt in der didaktischen Verantwortung der Lehrkräfte, die sachgerechte Verwendung von Formelsammlungen in angemessenem Umfang im Unterricht zu üben. Die Fachkonferenz entscheidet, welche Formelsammlungen eingesetzt werden sollen.

In den Abschlussprüfungen ist ausschließlich die für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss beziehungsweise Mittleren Schulabschluss nach den Durchführungsbestimmungen vorgegebene Formelsammlung zu verwenden. Es wird empfohlen, diese bereits vorher im Unterricht und bei Leistungsnachweisen einzusetzen.

## 2 Kompetenzbereiche

In den Bildungsstandards wird unterschieden zwischen prozessbezogenen Kompetenzen und Leitideen, die inhaltsbezogene Kompetenzen beschreiben. Mit dem Erwerb prozessbezogener Kompetenzen wird zugleich ein wichtiger Beitrag des Faches Mathematik zum Erwerb überfachlicher Kompetenzen (Selbstkompetenzen, lernmethodische Kompetenzen und soziale Kompetenzen) geleistet.

### 2.1 Die prozessbezogenen Kompetenzen

Die Bildungsstandards weisen sieben prozessbezogene Kompetenzen auf und formulieren Kompetenzerwartungen in den drei Anforderungsbereichen Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren.

#### 2.1.1 Mathematisch argumentieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise) als auch das Erläutern, Prüfen und Begründen von Lösungswegen und das begründete Äußern von Vermutungen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis hin zu Argumentationsketten.

##### Reproduzieren

*Die Schülerinnen und Schüler...*

- geben vertraute Argumentationen und Lösungswege wieder,
- formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Ist das immer so?“, „Wie verändert sich...?“),
- begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen.

##### Zusammenhänge herstellen

*Die Schülerinnen und Schüler...*

- stellen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge auf, testen und hinterfragen diese anhand von Beispielen,

- entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen,
- erläutern Lösungswege und begründen das Vorgehen,
- prüfen Lösungswege unter anderem auf ihre Konsistenz,
- beurteilen Ergebnisse und Aussagen auch bezüglich ihres Anwendungskontextes,
- erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen.

##### Verallgemeinern und Reflektieren

*Die Schülerinnen und Schüler...*

- entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen,
- beurteilen verschiedene Argumentationen (zum Beispiel in Texten und Darstellungen aus digitalen Medien),
- stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.

#### 2.1.2 Mathematisch kommunizieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen beziehungsweise Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs beziehungsweise vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte beziehungsweise vom Dokumentieren einfacher Lösungswege zum strukturierten Darlegen oder Präsentieren eigener Überlegungen, auch mithilfe geeigneter Medien.

##### Reproduzieren

*Die Schülerinnen und Schüler...*

- formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich,
- entnehmen Informationen aus einfachen mathematischen Texten und Abbildungen, reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen.

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- stellen Überlegungen, Lösungswege beziehungsweise Ergebnisse und Verfahren verständlich dar,
- erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen,
- verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung,
- gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (zum Beispiel konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen).

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich,
- interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend, vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

**2.1.3 Probleme mathematisch lösen**

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heuristiken sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht vom Bearbeiten vorgegebener und selbst formulierter Probleme auf der einen Seite bis hin zum Überprüfen der Plausibilität von Ergebnissen, dem Finden von Lösungsideen und dem Reflektieren von Lösungswegen auf der anderen Seite. Geeignete Heuristiken (unter anderem Skizzen erstellen, systematisch probieren, rückwärts arbeiten, zerlegen und ergänzen) zum Problemlösen werden ausgewählt und angewendet.

**Reproduzieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- geben Heuristiken an (zum Beispiel Skizze erstellen, systematisch probieren),
- lösen einfache Probleme mit bekannten Heuristiken (zum Beispiel systematisches Probieren).

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- formulieren Problemstellungen,
- entwickeln und nutzen eigene Lösungsstrategien und wählen dazu geeignete Heuristiken,
- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme,
- reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.

**2.1.4 Mathematisch modellieren**

Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mithilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (zum Beispiel proportionale Zuordnung) bis hin zu komplexeren Modellierungen (zum Beispiel geometrische Konstruktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktion, Zufallsexperimente).

**Reproduzieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu (entnehmen zum Beispiel Bildern der Lebenswirklichkeit mathematisch relevante Informationen),
- nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (zum Beispiel Proportionalität beziehungsweise Dreisatz),
- prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung.

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- wählen zu einer Sachsituation ein geeignetes mathematisches Modell aus,
- nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern,
- interpretieren Ergebnisse einer Modellierung,
- prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation,
- ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu.

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln gegebenenfalls eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, zum Beispiel in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

**2.1.5 Mathematisch darstellen**

Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen und Vernetzen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen: der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen und verbal-sprachlichen Darstellung. Das Spektrum reicht von Anwenden, Interpretieren und Unterscheiden von Standarddarstellungen über den Wechsel geeigneter mathematischer Darstellungen bis hin zum Erstellen eigener Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen.

**Reproduzieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen,
- interpretieren vertraute Darstellungen, zum Beispiel Ursprungsgeraden als proportionale Zuordnungen.

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus,
- wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind,
- übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt.

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- entwickeln eigene Darstellungen,
- analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks,
- interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.

**2.1.6 Mit mathematischen Objekten umgehen**

Diese Kompetenz beinhaltet das verständige Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen sowie in der Geometrie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel. Das Spektrum reicht hier von einfachen, überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen.

**Reproduzieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- verwenden Routineverfahren (zum Beispiel Lösen einer linearen Gleichung),
- gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (zum Beispiel Strecken, Termen, Gleichungen) um.

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus,
- beschreiben die Struktur mathematischer Objekte (zum Beispiel von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um.

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- beurteilen Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz,
- beschreiben die Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.

**2.1.7 Mit Medien mathematisch arbeiten**

Mathematische Bildung in der digitalen Welt umfasst, fachliche Kompetenzen digital zu fördern und digitale Kompetenzen fachlich zu fördern. Darüber hinaus sollte ein Beitrag zur digitalen personalen Bildung geleistet werden, um Mathematik für die kritische Rezeption von Alltagsmedien zu nutzen. Dazu gehört der Umgang mit analogen Medien (zum Beispiel Schulbuch, Lineal, Körpermodell, Formelsammlung, Spielwürfel) im Verbund mit digitalen Medien. Digitale Medien, die für das Lernen und Lehren von Mathematik relevant sind, umfassen mathematikspezifische sowie allgemeine Medien. Mathematikspezifisch sind insbesondere digitale Mathematikwerkzeuge als themenübergreifende Medien, aber auch themenspezifische mathematikhaltige Medien (zum Beispiel Apps, interaktive Lernangebote). Allgemeine Medien (zum Beispiel Videos, Textverarbeitung, Präsentationsmedien) spielen eine Rolle, da sie erfordern, mathematikhaltige Informationen zu bündeln, zu präsentieren und nach mathematischen Kriterien zu beurteilen. Das Spektrum der Kompetenzen reicht von der Nutzung analoger Medien, der kritischen Prüfung von Informationen der digitalen Welt unter mathematischen Gesichtspunkten, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (zum Beispiel Tabellenkalkulation oder Geometriesoftware) und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung eigener allgemeiner Medien wie Videos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mithilfe digitaler Medien.

**Reproduzieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (zum Beispiel Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz

geübt wurde,

- nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik,
- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (zum Beispiel wissenschaftliche Taschenrechner, modulare Mathematiksysteme oder Tabellenkalkulationsprogramme), die aus dem Unterricht vertraut sind,
- ziehen Informationen aus mathematikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien.

**Zusammenhänge herstellen***Die Schülerinnen und Schüler...*

- nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (zum Beispiel Geometriesoftware, Tabellenkalkulationsprogramme, modulare Mathematiksysteme, Stochastiktools) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Datenverarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln und so weiter,
- nutzen weitere mathematikspezifische Medien (zum Beispiel Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik,
- nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen,
- vergleichen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,
- wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus.

**Verallgemeinern und Reflektieren***Die Schülerinnen und Schüler...*

- reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium,
- konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien, um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten und stellen ihre Ergebnisse vor (zum Beispiel unterschiedliche Präsentationsformen wie Videos, Podcasts, bildgestützte Präsentationen),
- beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung,
- beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten,

- setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (zum Beispiel Tabellenkalkulation) als Algorithmus um,
- nutzen Algorithmen mithilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.

Die prozessbezogenen Kompetenzen sind untrennbar mit den Leitideen verbunden. Sie werden von den Lernenden in aktiver Auseinandersetzung mit Fachinhalten erworben. Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer prozessbezogenen Kompetenz sprechen, wenn diese unabhängig von speziellen Inhalten in verschiedenen Leitideen eingesetzt werden kann.

Jede dieser Kompetenzen kann beim Arbeiten an praktisch jeder inhaltsbezogenen Kompetenz erworben oder erweitert werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass der Erwerb prozessbezogener Kompetenzen ohne weiteres Zutun der Lehrkraft automatisch Nebenprodukt des Unterrichts ist.

Für kompetenzorientierten Unterricht bedeutet dies, dass die Planung sich konsequent an den Prozesskontexten *Erfinden/Entdecken, Prüfen/Beweisen, Überzeugen/Darstellen* und *Vernetzen/Anwenden* orientieren muss.

## 2.2 Die mathematischen Leitideen

Dieser Abschnitt der Fachanforderungen benennt in Tabellenform Kerninhalte des Mathematikunterrichts so, dass deren einzelne Elemente didaktisch stimmig in Beziehung zueinander stehen. Die Nennung verbindlicher Inhalte ist nach den fünf Leitideen der Bildungsstandards geordnet und erfolgt auf mittlerem Konkretionsgrad:

- Zahl und Operation
- Größen und Messen
- Strukturen und funktionaler Zusammenhang
- Raum und Form
- Daten und Zufall

Es wird auf eine Zuordnung nach Jahrgangsstufen sowie auf Vorgaben zum zeitlichen Umfang von Unterrichtseinheiten verzichtet. Im Vordergrund steht der kumulative Kompetenzaufbau, hier schwerpunktmäßig nach inhaltsbezogenen Kompetenzen innerhalb der Leitideen formuliert. Im Sinne der besseren Lesbarkeit wurde auf Querverweise verzichtet, vielmehr werden bestimmte Inhalte in verschiedenen Leitideen mehrfach aufgeführt, um Vernetzungen deutlich zu machen. Beispielsweise sind einfache Diagramme sowohl der Leitidee *Strukturen und funktionaler Zusammenhang* als auch der Leitidee *Daten und Zufall* zugeordnet.

### Aufbau der Tabellen

Die Leitideen werden durch die Ausweisung verbindlicher Kerninhalte für die drei Anforderungsebenen konkretisiert; die grundlegenden Anforderungen werden normal gedruckt (für die Anforderungsebene Erster allgemeinbildender Schulabschluss), die höheren Anforderungsebenen werden **grau unterlegt (zusätzlich für die Anforderungsebene Mittlerer Schulabschluss)** sowie **grau unterlegt und fett gedruckt (zusätzlich für die Anforderungsebene Allgemeine Hochschulreife)**.

Der normal gedruckte Anteil überwiegt und macht deutlich, dass diese Inhalte verbindlich für alle Anforderungsebenen sind und damit die Forderung nach angemessener mathematischer Grundbildung erhoben wird. Durch die Kennzeichnung der Anforderungsebenen werden Mehrfachnennungen vermieden. Gleichzeitig wird der Umfang des gemeinsamen Lernens deutlich. Konkret kann der gleiche Inhalt auf jeder Anforderungsebene durch eine veränderte Aufgabenformulierung bearbeitet werden.

In der linken Spalte wird ausgeführt, über welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler am Ende der Sekundarstufe I verfügen sollen. Diese Kompetenzerwartungen beschreiben die Anforderungen der zentralen Abschlüsse oder die Anschlussfähigkeit zur Oberstufe. Für die Formulierungen in der linken Spalte werden vorzugsweise Operatoren gewählt, um den unterschiedlichen Anforderungsebenen zu entsprechen. Alle Kompetenzbeschreibungen der linken Spalte beziehen sich auf alle Begriffe und Hinweise in den

beiden anderen Spalten bis zur nächsten waagerechten Trennlinie.

In der mittleren Spalte werden vorzugsweise durch Nennen von Begriffen mathematische Themen und Inhalte verbindlich ausgewiesen. Die Anordnung entspricht soweit möglich der sachlogischen Reihenfolge. Jedoch beziehen sich, um Doppelungen zu vermeiden, bestimmte Kompetenzbeschreibungen auf mehrere Objekte gleichermaßen. Beispielsweise wird die Kompetenzbeschreibung: *wechseln situationsgerecht zwischen den vier Darstellungsformen einer Funktion* nur einmal aufgeführt, sie wird in verschiedenen Jahrgangsstufen für proportionale, lineare, quadratische, exponentielle und trigonometrische Funktionen erworben oder erweitert. Durch diese Auflistung von Inhalten werden Themenstränge angedeutet, die auf jeden Fall eine konkrete Ausgestaltung im schulinternen Fachcurriculum gemäß den oben ausgeführten verbindlichen Grundsätzen erforderlich machen. Gleiches gilt für Unterrichtseinheiten.

In der rechten Spalte stehen Vorgaben und didaktische Hinweise. Einige Hinweise beziehen sich auf den Aufbau von Grundvorstellungen und auf Vernetzungsmöglichkeiten, andere empfehlen eine didaktisch günstige Vorgehensweise. An einzelnen Stellen befinden sich verbindliche Vorgaben.

Trotz Unterscheidung der Kompetenzbeschreibungen und Inhalte nach Anforderungsebenen kann in der tabellarischen Darstellung nur ansatzweise deutlich werden, durch welche Aufgabenformate sich im Unterricht die Anforderungsebenen abdecken lassen. So ist der Satz des Pythagoras für alle Anforderungsebenen relevant. Offene Lernaufgaben sind geeignet, um Eigenschaften eines Dreiecks und Beziehungen zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen handlungsorientiert zu untersuchen. Durch natürliche innere Differenzierung werden beim gemeinsamen Lernen alle Anforderungsebenen angesprochen. Leistungsaufgaben für diese Anforderungsebenen unterscheiden sich dagegen deutlich.

**2.2.1 Leitidee Zahl und Operation**

Aus der Grundschule sind die natürlichen Zahlen und das Operieren mit ihnen vertraut. In der Sekundarstufe I führen Zahlbereichserweiterungen zu den rationalen

und den reellen Zahlen. Hierzu gehören auch verschiedene Zahldarstellungen (Brüche, Dezimalbrüche und Prozentzahlen). Das sachgerechte Operieren mit ihnen basiert auf sinnstiftenden und tragfähigen Grundvorstellungen von diesen mathematischen Objekten.

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>wenden einfache zahlentheoretische Kenntnisse an,</p> <p>untersuchen Zahlen nach ihren Faktoren in einfachen Fällen ohne digitale Mathematikwerkzeuge.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teiler und Vielfache</li> <li>• gemeinsame Teiler und gemeinsame Vielfache</li> <li>• Teilbarkeitsregeln</li> <li>• Verknüpfung von Teilbarkeitsregeln</li> <li>• Primzahlen</li> <li>• <b>Primfaktorzerlegung</b></li> </ul>	<p>Es wird empfohlen, der Bruchrechnung keine umfangreiche, separate Unterrichtseinheit zur Teilbarkeitslehre vorzuschalten. Zahlentheoretische Fragen können im Zusammenhang mit der Bruchrechnung behandelt werden oder als Anwendung in Sachsituationen.</p> <p>Ein auf Verständnis angelegtes Operieren mit Vielfachen oder Teilern ist der algorithmischen Bestimmung vom ggT und vom kgV vorzuziehen. Das schrittweise Kürzen ist beim praktischen Rechnen in der Regel einfacher als eine separate Bestimmung des ggT als Kürzungszahl und sollte daher bevorzugt werden.</p>
<p>stellen Zahlen auf verschiedene Weisen situationsgerecht dar und wechseln zwischen diesen Darstellungsformen,</p> <p>beschreiben die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen,</p> <p>erläutern an Beispielen die verschiedenen Vorstellungen zum Bruchbegriff.</p>	<p>natürliche Zahlen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zahlenstrahl, Anordnung</li> <li>• Stellenwerttafel</li> <li>• Runden</li> </ul> <p>rationale Zahlen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bruch / Bruchzahl</li> <li>• Zahlengerade, Anordnung</li> <li>• Erweitern und Kürzen</li> <li>• Bruchzahlen als Größen, Anteile, Verhältnisse und Operatoren</li> <li>• abbrechende und einfache periodische Dezimalbrüche</li> <li>• Stellenwerttafel</li> <li>• Runden</li> <li>• Prozentsatz</li> </ul>	

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>nutzen sinntragende Vorstellungen von reellen Zahlen,</p> <p>Erläutern die Bedeutung von Wurzeln und berechnen einfache Wurzeln (Quadrat- und Kubikwurzeln).</p>	<p>ganze Zahlen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Betrag, Vorzeichen</li> <li>• Zahlengerade, Anordnung</li> </ul> <p>reelle Zahlen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nicht-abbrechende, nicht-periodische Dezimalzahlen als irrationale Zahlen</li> <li>• Zahlengerade, Anordnung</li> <li>• Algorithmische Verfahren zur Bestimmung von Quadratwurzeln</li> <li>• Ziehen von Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner</li> <li>• Quadratwurzeln als symbolische Schreibweise für bestimmte reelle Zahlen</li> </ul>	<p>Bei der Einführung irrationaler Zahlen kann mit wenigen einfachen Beispielen der Grundgedanke der Approximation verdeutlicht werden.</p> <p>Mögliche Verfahren wären zum Beispiel Intervallschachtelung und Heronverfahren.</p>
<p>führen Grundrechenarten in den jeweiligen Zahlenbereichen durch,</p> <p>erklären die Bedeutung der Rechenoperationen und wenden diese kontextbezogen an,</p> <p>nutzen den Zusammenhang zwischen einer Rechenoperation und ihrer Umkehrung,</p> <p>berechnen schrittweise den Wert eines Terms ohne Variablen unter Beachtung der Vorrangregeln,</p> <p>formen Terme ohne Variablen um,</p> <p>beschreiben Terme mithilfe von Fachausdrücken,</p> <p>nutzen Überschlagstechniken und Rechenvorteile,</p> <p>prüfen und interpretieren Ergebnisse auch in Sachsituationen,</p> <p>nutzen den Taschenrechner situationsgerecht.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kopfrechnen und halbschriftliches Rechnen</li> <li>• schriftliche Rechenverfahren (z. B. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division)</li> <li>• Terme und Wert eines Terms ohne Variablen</li> <li>• Klammerregeln</li> <li>• Assoziativgesetz</li> <li>• Kommutativgesetz</li> <li>• Distributivgesetz</li> <li>• Überschlagsrechnungen</li> <li>• sinnvolles Runden</li> </ul>	<p>Das prinzipielle Verständnis der Rechenregeln und das Verständnis für die Struktur von Termen sollte im Vordergrund stehen.</p> <p>Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses ist die Division von Brüchen nicht erforderlich.</p> <p>Näherungswerte für erwartete Ergebnisse sollten gezielt durch Schätzen und Überschlagen ermittelt und zur Kontrolle von Ergebnissen genutzt werden.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>stellen Anteile situationsgerecht als Brüche oder Prozentsätze dar, ziehen die Prozent- und Zinsrechnung zur Lösung realitätsnaher Probleme heran.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz</li> <li>• Darstellung von Prozentzahlen (z. B. Prozentstreifen)</li> <li>• Kapital, Zinsen, Zinssatz, Zinseszins</li> </ul>	<p>Die Prozentrechnung stellt eine Anwendung der bekannten Berechnung von Bruchteilen (Prozentwerten) durch Multiplikation des Ganzen (Grundwertes) mit dem Anteil (Prozentsatz) dar. Eine verständnisorientierte Berechnung kann auch mithilfe proportionaler Zuordnungen durchgeführt werden.</p>
<p>erläutern Potenzen und berechnen einfache Potenzen, begründen Rechengesetze für Potenzen und wenden diese an, stellen Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen von Zahlen, rechnen mit Zahlen in wissenschaftlicher Schreibweise.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potenz, Basis, Exponent, Potenzwert</li> <li>• Potenzgesetze</li> <li>• negative und gebrochene Exponenten</li> <li>• wissenschaftliche Schreibweise</li> </ul>	<p>Es ist auf die Bedeutung der Bestandteile der wissenschaftlichen Schreibweise (Mantisse, Exponent, Zehnerpotenz) einzugehen. Ziel ist der flexible Umgang mit diesen Zahlen, ohne auf die Dezimalschreibweise zurückgreifen zu müssen.</p>

2.2.2 Leitidee Größen und Messen

Aus der Grundschule sind das Messen von Grundgrößen und das Operieren mit ihnen vertraut. In der Sekundarstufe I werden abgeleitete Größen zunächst wie Grundgrößen eingeführt, zum Beispiel durch Auslegen einer Fläche mit Messquadraten. Anschließend werden sie auf das Rechnen mit Grundgrößen zurückgeführt. Die Beschreibung von Längen, Flächen- und Rauminhalten

kann zur Einführung von Variablen und Termen genutzt werden. Messungen und Berechnungen an ebenen Figuren und an Körpern vernetzen inhaltsbezogene Kompetenzen der Leitideen Zahl und Operation, Größen und Messen sowie Raum und Form. Die Fachkonferenz entscheidet, ob die Strahlensätze oder die zentrische Streckung behandelt werden.

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>verwenden Größen sachgerecht in Anwendungsbezügen, das heißt, sie... wählen geeignete Repräsentanten zur Bestimmung von Größen, nutzen alltagsbezogene Repräsentanten als Schätzhilfe und zur Plausibilitätsprüfung, bestimmen und messen Werte von Größen, vergleichen vertraute Größenangaben miteinander.</p> <p>wandeln Einheiten um, wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus, führen Additionen und Subtraktionen innerhalb eines Größenbereichs mit unterschiedlichen Maßeinheiten durch und beurteilen die Ergebnisse im Sachzusammenhang, vergleichen Flächeninhalte von Figuren, die aus Rechtecken zusammengesetzt sind, miteinander, nehmen maßstäbliche Umrechnungen vor.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Länge</li> <li>• Masse</li> <li>• Geld</li> <li>• Zeit</li> <li>• Flächeninhalt</li> <li>• Volumen</li> </ul>	<p>Messen ist der Vergleich mit einem Standardmaß. Dieser Messvorgang wird deutlich bei Grundgrößen wie Länge und Masse. Flächeninhalt und Volumen sind abgeleitete Größen; im Alltag werden sie meist rechnerisch aus Längenmaßen bestimmt. Für den Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen ist im Unterricht ein realer Messvorgang an den Anfang zu stellen, das heißt das formale Berechnen von Flächeninhalten ist ausführlich durch das Auslegen von Flächen mit Einheitsflächen und das Erarbeiten geeigneter Abzählschemata vorzubereiten. Analog ist bei Volumina vorzugehen.</p> <p>Ziel ist eine sinnstiftende Auseinandersetzung mit Umwandlungen innerhalb eines Größenbereichs.</p> <p>Ziel ist die intensive Nutzung des Zerlegungs- und des Ergänzungsprinzips, insbesondere bei der Bestimmung von Flächen- und Rauminhalten.</p> <p>Im Mittelpunkt steht das gezielte Initiieren von Modellierungsprozessen.</p>
<p><i>Fortführung der Tabelle »</i></p>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
bestimmen zu Objekten (insbesondere unregelmäßigen Flächen und Körpern) geeignete Größen wie Länge, Flächeninhalt, Volumen sowie gegebenenfalls Masse.		
zeichnen Winkel, schätzen und messen deren Größen,  bezeichnen und messen Winkel in ebenen Figuren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Winkel, Scheitelpunkt, Schenkel, Winkelmaß</li> <li>• Bezeichnung von Winkeln in der Form <math>\sphericalangle</math> ASB</li> </ul>	Es sind sowohl der statische als auch der dynamische Winkelbegriff einzuführen. Beim Messen und Zeichnen von Objekten ist auf einen sachgerechten Umgang mit dem Geometriedreieck zu achten.
operieren mit abgeleiteten Größen im Sachzusammenhang,  nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, auch mithilfe digitaler Medien (als Informationsquelle oder Messinstrument),  Entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flächeninhalt</li> <li>• Volumen</li> <li>• Geschwindigkeit</li> <li>• Dichte</li> </ul>	Auf der Handlungsebene können beispielsweise Masse und Volumen von Körpern bestimmt werden.  Bei Sachaufgaben sind verschiedene Vorgehensweisen gleichermaßen zulässig. Das intuitive Operieren mit Dreisatz und umgekehrtem Dreisatz setzt voraus, dass Grundvorstellungen über den funktionalen Zusammenhang Weg-Zeit oder Volumen-Masse aufgebaut und genutzt werden. Grundvorstellungen dieser Zusammenhänge sind auch Voraussetzung für das formale Arbeiten mit Termen. Durch geeignete Variablendefinitionen kann das Schreiben von Einheiten bei Termumformungen minimiert werden, z. B. <i>x gibt die Maßzahl der Länge a gemessen in cm an.</i>
ermitteln Streckenlängen und Winkelgrößen mithilfe von Konstruktionen oder geometrischen Sätzen in ebenen Figuren und in Körpern.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Winkelsätze</li> <li>• Satz des Thales</li> <li>• Kongruenzsätze SSS, SWS, WSW, SSW</li> <li>• Dreieckskonstruktionen</li> </ul>	Fehlende Längen und Winkelgrößen in Figuren werden entweder durch Erschließen und Rechnen oder durch Konstruieren und Messen ermittelt.  Das Bestimmen von Winkelgrößen in Körpern setzt voraus, dass Hilfsebenen genutzt werden. Der Umfangswinkelsatz kann im Rahmen der Differenzierung erarbeitet werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>schätzen, messen, bestimmen und vergleichen Umfänge und Flächeninhalte von ebenen Figuren,</p> <p>führen Dreiecke und Vierecke auf flächeninhaltsgleiche Rechtecke zurück, bestimmen Flächeninhalte von <math>n</math>-Ecken durch Zerlegung oder Ergänzung,</p> <p>bestimmen einen Näherungswert der Kreiszahl <math>\pi</math>.</p>	<p>Umfang und Flächeninhalt von</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rechteck, Quadrat</li> <li>• Dreiecken</li> <li>• Trapez, Parallelogramm, Drachen, Raute</li> <li>• <math>n</math>-Ecken</li> </ul> <p>• Kreisumfang, Kreisfläche</p> <p>• Kreiszahl <math>\pi</math></p> <p>• Flächeninhalt und Umfang von Kreissektoren</p> <p>• <b>Bogenmaß von Winkeln</b></p> <p>• Umfang und Flächeninhalt von zusammengesetzten ebenen Figuren</p>	<p>Zum Schätzen dienen u. a. Rasterfolien, zum Messen gehören das Übereinanderlegen von Figuren und die Zerlegungsgleichheit.</p> <p>Anhand von Termen für Längen, Flächen- und Rauminhalte ist der Umgang mit Variablen in Termen zu schulen.</p> <p>Eine formale Schreibweise wie <math>1\text{ m} \cdot 1\text{ m} = 1\text{ m}^2</math> ist erst nach Einstieg in die abstrakte Algebra verständlich; sie wird bei der Erarbeitung von Abzählenschemata durch eine gleichwertige Schreibweise wie <math>3 \cdot 4 \cdot 1\text{ m}^2 = 12\text{ m}^2</math> vermieden.</p> <p>Die Flächeninhaltsbestimmung aller besonderen Vierecke wird auf die Flächeninhaltsbestimmung des Rechtecks zurückgeführt.</p> <p>Zur Näherung der Kreiszahl <math>\pi</math> ist eine Bestimmung des Verhältnisses von Umfang und Durchmesser auf der Handlungsebene durchzuführen.</p> <p>Auf der oberen Anforderungsebene können zur Differenzierung verschiedene Approximationsverfahren angewandt werden.</p>
<p>schätzen, messen, bestimmen und vergleichen Oberflächeninhalte und Volumina von Körpern.</p>	<p>Volumen und Oberflächeninhalt von</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quader, Würfel, Prisma</li> <li>• Pyramide</li> <li>• Zylinder</li> <li>• Kegel</li> <li>• Kugel</li> <li>• zusammengesetzten Körpern aus Quadern, Würfeln, Prismen, Pyramiden und Zylindern</li> <li>• zusammengesetzten Körpern mit Kegeln oder Kugeln</li> </ul>	<p>Anhand dieser Thematik ist der Umgang mit Variablen in Termen zu schulen. Die Gemeinsamkeiten aller Prismen sowie aller spitz zulaufenden Körper sind herauszuarbeiten.</p> <p>Aufgabenformate, die das Interpretieren von Termen schulen, bieten sich im Zusammenhang mit dem Oberflächeninhalt von Körpern an.</p> <p>Zur Festigung des Verständnisses sollte u. a. aus gegebenen Größen wie Volumen und Kantenlängen eine fehlende Kantenlänge berechnet werden (<i>Rückwärtsrechnen</i> mit Zahlen als Propädeutik für formales Rechnen mit Variablen).</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

## 2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
bestimmen Streckenlängen im rechtwinkligen Dreieck, bestimmen oder berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in ebenen Figuren und in Körpern.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Satz des Pythagoras</li> <li>• Sinus, Kosinus und Tangens als Längenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck und am Einheitskreis</li> <li>• Sinussatz</li> <li>• Kosinussatz</li> <li>• Strahlensätze oder Zentrische Streckung</li> </ul>	Hier steht die rechnerische Bestimmung von fehlenden Längen und Winkelgrößen in Figuren im Vordergrund. Auch pythagoreische Tripel sowie der Kehrsatz des Pythagoras sind zu thematisieren. Höhensatz und Kathetensatz eignen sich zur Differenzierung.  Alternativ können die zentrische Streckung oder die Strahlensätze behandelt werden. Werden nur die Strahlensätze behandelt, muss in Anwendungsaufgaben deutlich werden, dass der Streckfaktor in Längen, Flächeninhalten und Volumina ähnlicher Figuren linear, quadratisch oder kubisch eingeht.

**2.2.3 Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang**

In der Sekundarstufe werden die Grundvorstellungen des Funktionsbegriffs (Zuordnungs-, Kovariations- und Objektvorstellung) aufgebaut. Wichtige funktionale Beziehungen zwischen Zahlen, Daten beziehungsweise Größen werden eingeführt. Das situationsgerechte Wechseln zwischen den Darstellungsformen Text, Term, Tabelle und Graph ist wesentliche Voraussetzung für das Modellieren sowie für das Bearbeiten innerma-

thematischer Fragestellungen. Das formale Operieren mit verschiedenen Funktionsklassen ist eine wichtige Grundlage für die Oberstufe.

Das intuitive Operieren mit proportionalen Funktionen ist einer ausschließlich formalen Dreisatzrechnung mithilfe von Termen vorzuziehen. Das Lösen von Gleichungen soll auch als Schnittpunktsuche von Funktionsgraphen verstanden werden, um so den Zusammenhang der Inhaltsbereiche Algebra und Funktionen exemplarisch aufzuzeigen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
entnehmen Informationen aus einfachen und komplexen Diagrammen und Tabellen, stellen Daten grafisch dar und interpretieren sie.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maßstab</li> <li>• Säulendiagramm</li> <li>• Balkendiagramm</li> <li>• Kreisdiagramm</li> </ul>	Der Zuordnungsbegriff kann insbesondere im Zusammenhang mit den Leitideen <i>Zahl und Operation</i> und <i>Daten und Zufall</i> vorbereitet werden.
<p>verwenden Variablen je nach Kontext als eine feste Zahl, als eine beliebige Zahl aus einem Zahlbereich und als eine Veränderliche in einem bestimmten Bereich,</p> <p>können Beispiele für die unterschiedliche Verwendung von Variablen nennen,</p> <p>stellen einfache und komplexe Terme auf, um Zusammenhänge im Sachkontext zu beschreiben,</p> <p>berechnen Werte von gegebenen Termen mit Variablen,</p> <p>formen Terme mithilfe von Rechengesetzen um und interpretieren sie,</p> <p>nutzen den Taschenrechner sowie die Tabellenkalkulation situationsgerecht.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verschiedene Variablenbedeutungen (feste Zahlen, beliebige Zahl aus einem Zahlenbereich, Veränderliche in einem bestimmten Bereich)</li> <li>• Term, Wert eines Terms</li> <li>• gleichwertige Terme</li> <li>• Multiplikation von Summen, Faktorisieren</li> <li>• Binomische Formeln, quadratische Ergänzung</li> </ul>	<p>Für die Erarbeitung von Variablen ist es sinnvoll, Inhalte, Darstellungen und Vorstellungen aus der Grundschule aufzugreifen, wie z. B. die Bedeutung des Gleichheitszeichens oder Platzhalteraufgaben.</p> <p>Der Schwerpunkt sollte im Aufstellen und Interpretieren von Termen mit Variablen gesetzt werden. Auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses liegt der Schwerpunkt im Einsetzen von Zahlen und im Berechnen von Werten.</p> <p>Die Tabellenkalkulation kann propädeutisch für die Einführung von Variablen genutzt werden. Es kann experimentell untersucht werden, welchen Einfluss das Verändern von Variablenwerten (z. B. Verdoppelung oder Erhöhung um 1) auf den Wert eines Terms hat.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>erkennen und charakterisieren Zuordnungen zwischen Objekten in Tabellen, Diagrammen und Texten,</p> <p>lösen einfache und komplexe Sachprobleme,</p> <p>wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Tabelle, Graph, Diagramm und Text.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zuordnungen, auch nichtnumerische</li> <li>• wachsende Funktionen</li> <li>• fallende Funktionen</li> <li>• proportionale Funktionen</li> <li>• antiproportionale Funktionen</li> <li>• Dreisatz, Produktgleichheit, Quotientengleichheit, Proportionalitätsfaktor</li> <li>• Schreibweise <math>f(x) = \dots</math> sowie die Begriffe Stelle (Argument) und Wert</li> <li>• Definitions- und Wertemenge einer Funktion</li> </ul>	<p>Beim Darstellen von mathematischen Sachverhalten mit Tabellen kann ein intuitiver Zuordnungsbegriff genutzt werden.</p> <p>Eine tragfähige Grundvorstellung des Funktionsbegriffs ist durch reichhaltige Situationen aufzubauen und darf nicht durch einen zu schnellen Übergang auf proportionale, lineare und antiproportionale Funktionen abgekürzt werden. Dem erhöhten Abstraktionsgrad sollte hier Rechnung getragen werden.</p> <p>Die Verwendung der Schreibweise <math>f(x) = \dots</math> ist verbindlich. Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses hat das Beschreiben in Textform untergeordnete Bedeutung. Beim intuitiven Dreisatz wird der Proportionalitätsfaktor verwendet, aber auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses nicht als Begriff explizit benannt.</p>
<p>erstellen und interpretieren einfache Diagramme und Graphen,</p> <p>nutzen digitale Mathematikwerkzeuge zum Auswerten und Darstellen von Daten.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagramme</li> <li>• Graph im Koordinatensystem</li> <li>• Wertetabellen mit digitalen Werkzeugen</li> </ul>	<p>Diagramme und Graphen sollen sowohl per Hand als auch computerunterstützt erstellt werden. Auch die Möglichkeiten des wissenschaftlichen Taschenrechners zur automatischen Erstellung von Wertetabellen sollen genutzt werden.</p>
<p>charakterisieren numerische Zuordnungen anhand qualitativer Eigenschaften des Graphen,</p> <p>identifizieren und charakterisieren spezielle Funktionen,</p> <p>wechseln für verschiedene Funktionsklassen situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Tabelle, Graph, Text und Term.</p>	<p>lineare Funktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gerade</li> <li>• lineares Wachstum</li> <li>• Steigung, Steigungsdreieck</li> <li>• Achsenschnittpunkte</li> <li>• Funktionsgleichung</li> <li>• Bedeutung der beiden Parameter in der Funktionsgleichung</li> </ul>	<p>Es bietet sich an, die Funktionalgleichungen sowohl in Tabellen als auch in grafischen Darstellungen zu visualisieren; z. B. gilt bei linearen Funktionen <math>f(x + 1) = f(x) + m</math>.</p> <p>Die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors sollte im Zusammenhang mit Anwendungsaufgaben hervorgehoben werden, um das Verständnis des Steigungsbegriffes zu erleichtern.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>verstehen das Lösen von Gleichungen als Nullstellenbestimmung von geeigneten Funktionen und umgekehrt,</p> <p>lösen graphische Probleme durch Lösen und Aufstellen von Gleichungen,</p> <p>beschreiben für ausgewählte Funktionsklassen die Veränderung des Graphen von <math>f</math> beim Übergang von <math>f(x)</math> zu <math>f(x) + c</math>, <math>c \cdot f(x)</math>, <math>f(x + c)</math>, <math>f(c \cdot x)</math>, <math>f(-x)</math>, <math>-f(x)</math>.</p>	<p>quadratische Funktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Parabel</li> <li>• Symmetrie</li> <li>• Scheitelpunkt</li> <li>• Achsenschnittpunkte</li> <li>• Normalform</li> <li>• quadratische Ergänzung und Scheitelpunktsform</li> <li>• faktorisierte Form</li> <li>• Bedeutung der verschiedenen Parameter in den Funktionsgleichungen</li> <li>• Verschiebung in x- bzw. y-Richtung</li> <li>• Streckung in x- bzw. y-Richtung</li> <li>• Spiegelung an der x-Achse bzw. y-Achse</li> </ul>	<p>Die Darstellung quadratischer Funktionen in Normalform, Scheitelpunktform und gegebenenfalls in faktorisierter Form sind im Hinblick auf die Anschlussfähigkeit zur Oberstufe gleichrangig zu behandeln.</p>
<p>modellieren mit verschiedenen Funktionsklassen Realsituationen.</p>	<p>Exponentialfunktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Graphen</li> <li>• exponentielles Wachstum</li> <li>• Funktionalgleichung</li> <li>• Monotonie</li> <li>• Achsenschnittpunkt</li> <li>• Verdoppelungszeit, Halbwertszeit</li> <li>• asymptotisches Verhalten</li> <li>• Bedeutung der verschiedenen Parameter in der Funktionsgleichung</li> </ul> <p>Sinus-Funktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Graphen</li> <li>• periodische Vorgänge</li> <li>• Projektion am Einheitskreis</li> <li>• <b>Bogenmaß</b></li> <li>• <b>Bedeutungen der Parameter <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> und <math>d</math> in der Funktionsgleichung <math>f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d</math></b></li> </ul>	<p>Speziell bei der Exponentialfunktion <math>f(x) = c \cdot a^x</math> sollte die Funktionalgleichung <math>f(x + 1) = f(x) \cdot a</math> in Analogie zur Dreisatzrechnung mit Operatoren an Tabellen verdeutlicht werden.</p> <p>Der Zusammenhang zwischen der algebraischen Darstellung und dem Graphen soll durch Computereinsatz verdeutlicht werden.</p> <p>Die Kosinusfunktion ergibt sich aus der Funktion <math>f</math> mit <math>f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d</math> und <math>a = b = 1</math>, <math>c = \frac{1}{2} \pi</math>, <math>d = 0</math>.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i></p>	<p><b>Verbindliche Themen und Inhalte</b></p>	<p><b>Vorgaben und Hinweise</b></p>
<p>entscheiden sich für eine geeignete Strategie zur Lösung einer gegebenen Gleichung,</p> <p>nutzen den Taschenrechner zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen,</p> <p>stellen aus inner- und außermathematischen Situationen Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme auf, lösen sie und interpretieren ihre Lösungsmenge,</p> <p>modellieren mit geeigneten Gleichungen Realsituationen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• systematisches Probieren zum Lösen von Gleichungen</li> <li>• gedankliches Anwenden der Umkehroperation beim Lösen von einfachen Gleichungen</li> <li>• lineare Gleichungen</li> <li>• Äquivalenzumformungen</li> <li>• Lösungen von Gleichungen</li> <li>• einfache Ungleichungen</li> <li>• quadratische Gleichungen (quadratische Ergänzung, Faktorisierung)</li> <li>• lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen</li> <li>• mindestens zwei Lösungsverfahren für Gleichungssysteme (Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren, Additionsverfahren, grafische Lösung)</li> <li>• <b>über- und unterbestimmte Systeme</b></li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exponentialgleichungen</li> <li>• Logarithmen</li> </ul>	<p>Grafische Darstellungen dienen der Veranschaulichung der Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen. Das Lösen von quadratischen Gleichungen sollte z. B. erst nach der Betrachtung von quadratischen Funktionen erfolgen. Beim Lösen quadratischer Gleichungen sollte für die quadratische Ergänzung die gleiche Schreibweise gewählt werden wie beim Überführen quadratischer Funktionen in die Scheitelpunktsform.</p> <p>Unterrichtsziel ist nicht das schematische Anwenden einer Lösungsformel, sondern ein auf Verständnis basierendes Vorgehen beim Lösen quadratischer Gleichungen mit einem Repertoire an Strategien (z. B. Ausklammern). Die Herleitung einer Lösungsformel ist mithilfe der quadratischen Ergänzung vorzubereiten.</p> <p>Logarithmen sollen nur zur Lösung von Exponentialgleichungen eingeführt werden. Im Sachzusammenhang, z. B. Verdoppelung eines Kapitals, kann auch ein Probiervorgehen als Lösungsstrategie angemessen sein.</p>

**2.2.4 Leitidee Raum und Form**

Diese Leitidee ist auf die Entwicklung des geometrischen Vorstellungsvermögens gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten in Ebene und Raum. Es geht um Eigenschaften dieser Objekte und um die Darstellung mit geeigneten Medien einschließlich digitaler

Mathematikwerkzeuge. Erfahrungen im Zeichnen und Messen werden durch das Konstruieren und durch das Argumentieren mit geometrischen Überlegungen und Sätzen erweitert. Die Geometrie bietet vielfältige Anlässe für Begründungen und Beweise. Die Fachkonferenz kann beschließen, ob dabei ein Schwerpunkt in der Abbildungs- oder der Kongruenzgeometrie gesetzt wird.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
beschreiben mit geometrischen Begriffen ebene und räumliche Situationen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punkt</li> <li>• Strecke</li> <li>• Gerade</li> <li>• Winkel</li> <li>• Abstand</li> <li>• Kreis: Kreislinie, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser</li> <li>• Achsensymmetrie, Punktsymmetrie</li> <li>• <i>parallel zu und senkrecht auf (orthogonal zu)</i></li> </ul>	
führen geometrische Tätigkeiten sachgerecht aus, nutzen das Koordinatensystem zur Darstellung von ebenen Figuren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sachgerechter Umgang mit Geometriedreieck, Zirkel und Lineal</li> <li>• Koordinatensystem</li> <li>• Achsen</li> <li>• Quadranten</li> <li>• Koordinaten</li> </ul>	<p>Die Ausbildung feinmotorischer Fertigkeiten ist angemessen im Unterricht zu berücksichtigen.</p> <p>Die frühe Einführung aller vier Quadranten kann propädeutisch für die Zahlbereichserweiterung genutzt werden.</p>
stellen ebene geometrische Figuren und elementare geometrische Abbildungen im Koordinatensystem dar,  benennen, zeichnen und klassifizieren besondere Dreiecke und unterscheiden definierende und abgeleitete Eigenschaften.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Achsenspiegelung</li> <li>• Drehung</li> <li>• Punktspiegelung</li> <li>• Verschiebung</li> <li>• gleichschenkliges Dreieck</li> <li>• gleichseitiges Dreieck</li> <li>• rechtwinkliges Dreieck</li> </ul>	<p>Die Abbildungsgeometrie ermöglicht den Zugang zur Dreh- und Verschiebungssymmetrie. Hier bietet sich der Einsatz von dynamischer Geometrie Software an.</p>
benennen, zeichnen und charakterisieren Figuren aus dem <i>Haus der Vierecke</i> und unterscheiden definierende und abgeleitete Eigenschaften.	<p>Haus der Vierecke:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quadrat</li> <li>• Raute</li> <li>• Rechteck</li> <li>• Parallelogramm</li> <li>• Trapez</li> <li>• Drachen</li> </ul>	<p>Die Untermengenbeziehungen im <i>Haus der Vierecke</i> ermöglichen die Behandlung von All- und Existenzaussagen.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>benennen, beschreiben und klassifizieren ausgewählte Körper,</p> <p>erstellen, zeichnen und interpretieren Netze und Schrägbilder.</p>	<p>Körper:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quader</li> <li>• Würfel</li> <li>• Prisma</li> <li>• Pyramide</li> <li>• Kegel</li> <li>• Zylinder</li> <li>• Kugel</li> </ul> <p>• Netze und Schrägbilder ausgewählter Körper</p>	<p>Das Anfertigen und Nutzen von Modellen sollte insbesondere auf der grundlegenden Anforderungsebene zum Aufbau des räumlichen Vorstellungsvermögens genutzt werden.</p>
<p>führen geometrische Konstruktionen per Hand aus,</p> <p>führen geometrische Konstruktionen mit dem dynamischen Geometriesystem aus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal</li> <li>• Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende</li> <li>• Basisobjekte</li> <li>• abhängige Objekte</li> </ul>	<p>Für das praktische Ausführen von Konstruktionen können erweiterte Möglichkeiten des Geometriedreiecks verwendet werden. Beim Argumentieren wird dagegen zeitweise der Konstruktionsweg ohne diese Hilfsmittel, nur mit Zirkel und Lineal, in den Mittelpunkt gestellt.</p> <p>Der Einsatz eines dynamischen Geometriesystems fördert ein vertieftes Nachdenken über Konstruktionen. Es kann auch genutzt werden, um optional den Zusammenhang zwischen Winkelhalbierender, Inkreismittelpunkt, Mittelsenkrechte und Umkreismittelpunkt zu visualisieren.</p>
<p>konstruieren Dreiecke aus vorgegebenen Angaben,</p> <p>untersuchen die Bedingungen für die Kongruenz von Dreiecken.</p>	<p>• Dreieckskonstruktionen: SSS, SWS, WSW, <b>SSW</b></p>	<p>Die Kongruenzgeometrie liefert konstruktiv fehlende Längen und Winkelgrößen in Figuren.</p>
<p>ermitteln auf der Handlungsebene den Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke,</p> <p>beweisen den Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke,</p> <p>verwenden Eigenschaften von speziellen Dreiecken zur Bestimmung von Winkelgrößen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nebenwinkel</li> <li>• Stufenwinkel, Wechselwinkel, Scheitelwinkel</li> <li>• Innenwinkelsummensatz für Dreiecke und Vierecke</li> </ul>	<p>Der hier erwartete Kompetenzerwerb lässt sich am besten mit einem handlungsorientierten, abbildungsgeometrisch ausgerichteten Unterrichtsgang erreichen.</p> <p>Die in der nachfolgenden Tabellenzeile genannten Inhalte stellen eine Differenzierung für die obere Anforderungsebene dar.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>formulieren elementargeometrische Sätze und nutzen diese für Begründungen und Konstruktionen, führen an ausgewählten Beispielen geometrische Beweise.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nebenwinkelsatz</li> <li>• Scheitelwinkelsatz</li> <li>• Stufenwinkelsatz</li> <li>• Wechselwinkelsatz</li> <li>• Innenwinkelsummensatz für <math>n</math>-Ecke</li> <li>• Kongruenzsätze für Dreiecke</li> <li>• Basiswinkelsatz</li> </ul>	<p>Der hier erwartete Kompetenzerwerb lässt sich zeitsparend mit einem kongruenzgeometrisch ausgerichteten Unterrichtsgang erreichen. Die in der vorhergehenden Tabellenzeile aufgeführten Inhalte werden von den Inhalten dieser Tabellenzeile abgedeckt.</p> <p>Der Unterschied zwischen Äquivalenzaussagen und Wenn-Dann-Beziehungen mit ihren Umkehrungen sollte deutlich werden.</p> <p>Aus gegebenen Voraussetzungen sollen über mehrschrittige Argumentationsketten Behauptungen bewiesen werden.</p> <p>Das <i>Haus der Vierecke</i> bietet zahlreiche Anlässe für kurze Beweise mit ähnlicher Struktur und eröffnet damit die Chance, Beweisstrategien zu thematisieren.</p>
<p>beweisen den Satz des Thales und wenden ihn an, weisen die Gültigkeit des Satzes des Pythagoras sowie dessen Umkehrung nach.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Satz des Thales</li> <li>• Satz des Pythagoras und seine Umkehrung</li> </ul>	<p>Der Umfangswinkelsatz kann im Rahmen der Differenzierung erarbeitet werden.</p> <p>Für den Satz des Pythagoras bieten sich im Sinne des gemeinsamen Lernens verschiedene Nachweismöglichkeiten an: Parkettierung, Ähnlichkeitssätze, Kongruenzbetrachtungen</p>
<p>formulieren den Ähnlichkeitssatz für Dreiecke und nutzen ihn für Berechnungen und Herleitungen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ähnlichkeitssatz für Dreiecke</li> </ul>	<p>Alternativ können die zentrische Streckung oder die Strahlensätze behandelt werden. Werden nur die Strahlensätze behandelt, muss die Ähnlichkeit von Figuren als Begriff unabhängig von der zentrischen Streckung erarbeitet werden.</p>

2.2.5 Leitidee Daten und Zufall

Diese Leitidee umfasst zwei Säulen, die beschreibende Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Modellierung von zufallsabhängigen Vorgängen und Risiken. Das Herausarbeiten des Unterschieds zwischen den Begriffen Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie deren Verbindung über das empirische Gesetz der großen Zahlen sind von zentraler Bedeutung. Aufbauend auf den Erfah-

rungen aus der Primarstufe werden die Auswertung und Darstellung von Daten sowie das Lesen und Interpretieren grafischer Darstellungen vertieft. Handlungsorientierte, experimentelle Zugänge sowie Simulationen unterstützen theoretische Überlegungen. Das korrekte Beschreiben von Zufallsexperimenten durch Sprache und formale Notation ist die Grundlage stochastischer Berechnungen. Auf dieser Grundlage dient das Baumdiagramm als wichtiges Darstellungsmittel beim Modellieren stochastischer Vorgänge.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
werten vertraute Darstellungen von statistischen Daten aus, planen einfache Befragungen und statistische Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument, sammeln systematisch Daten, organisieren sie in Tabellen und stellen sie grafisch auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge dar.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Strichliste</li> <li>• Tabelle</li> <li>• absolute Häufigkeit</li> <li>• Säulendiagramm</li> </ul>	Die Auswertung und grafische Darstellung von Daten kann zur Vorbereitung des Zuordnungsbegriffs genutzt werden.
lösen einfache kombinatorische Probleme, z. B. durch systematische Zählprinzipien und Darstellungen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Baumdiagramm</li> </ul>	Permutationen können behandelt werden, ohne den Fachbegriff einzuführen.
planen Zufallsexperimente, beschreiben sie, führen sie durch und werten sie aus, geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an, stellen Häufigkeiten von Zufallsexperimenten grafisch dar, sagen begründet erwartete absolute Häufigkeiten vorher, interpretieren Daten in realitätsbezogenen Situationen, beurteilen Darstellungen nach Angemessenheit und erstellen adäquate Darstellungsformen, reflektieren mithilfe der mathematischen Kenntnisse den Umgang mit und die Darstellung von Daten in Medien, etwa in Bezug auf die Absicht und mögliche Wirkungen der Darstellung.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsexperiment</li> <li>• Versuch</li> <li>• Ergebnis</li> <li>• Ergebnismenge</li> <li>• Häufigkeitstabelle</li> <li>• Median</li> <li>• arithmetischer Mittelwert</li> <li>• relative Häufigkeit</li> <li>• Kreisdiagramm</li> <li>• Histogramm</li> </ul>	<p>Auf die vollständige Beschreibung eines Zufallsexperiments ist zu achten, dazu gehören die Anzahl und Art der Versuche sowie die Ergebnismenge. Bei der Durchführung ausgewählter Zufallsexperimente im Unterricht kann mit der Auswertung und Darstellung der gewonnenen Daten der Unterschied zwischen vorhergesagter und tatsächlicher Häufigkeit eines Ergebnisses thematisiert werden.</p> <p>Als Beispiele für Zufallsexperimente können auch statistische Erhebungen genutzt werden.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>erklären an einem Beispiel den Unterschied zwischen der relativen Häufigkeit und der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses, nutzen und deuten bei der Durchführung von Zufallsexperimenten die auftretenden relativen Häufigkeiten als Schätzwerte von Wahrscheinlichkeiten, die bei wachsendem Stichprobenumfang besser werden, unterscheiden zwischen Ergebnis und Ereignis, <b>beurteilen, ob ein Zufallsexperiment ein Laplace-Experiment ist,</b> modellieren realitätsbezogene Situationen stochastisch, berechnen die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, erproben beziehungsweise nutzen Simulationen, um stochastische Fragen zu entscheiden, geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an und bestimmen deren Wahrscheinlichkeiten, ermitteln Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten <b>durch theoretische Überlegungen,</b> <b>geben zu gegebenen Wahrscheinlichkeiten zugehörige Ereignisse bei Zufallsexperimenten an.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wahrscheinlichkeit</li> <li>• Empirisches Gesetz der großen Zahlen</li> <li>• Ereignis</li> <li>• Gegenereignis</li> <li>• Additionsregel</li>   <li>• ein- und zweistufige Laplace-Experimente</li> </ul>	<p>Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses müssen die Begriffe Ereignis, Gegenereignis und Additionsregel nicht formal verwendet werden.</p> <p>Die Simulation von Zufallsexperimenten mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermöglicht die Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten mit einer großen Anzahl von Versuchen und damit eine Annäherung an die Wahrscheinlichkeit.</p> <p>Eine zu starke Formalisierung in der Unterscheidung von Ergebnissen und Ereignissen soll vermieden werden. Es geht darum, das Grundverständnis zu fördern.</p> <p>Es sollten auch Nicht-Laplace-Experimente (z. B. Werfen einer Reißzwecke) im Unterricht durchgeführt werden, um den Unterschied zu verdeutlichen.</p>
<p>planen zweistufige und mehrstufige Zufallsexperimente, führen sie durch und werten sie aus, berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe der Pfadregeln, beurteilen Aussagen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zweistufiges Zufallsexperiment</li> <li>• mehrstufiges Zufallsexperiment</li> <li>• Additions- und Multiplikationsregel</li> </ul>	<p>Das Phänomen der bedingten Wahrscheinlichkeit kann bei mehrstufigen Zufallsexperimenten problematisiert werden; eine Formalisierung ist nicht vorgesehen.</p>

### 3 Themen und Inhalte des Unterrichts

In Analogie zur Kontingenzstundentafel, die den Schulen Freiheiten in der Verteilung der Unterrichtsstunden auf die Jahrgangsstufen einräumt, geschieht dies auch für die entsprechende Zuordnung der Inhalte. Die folgende Tabelle gibt den verbindlichen Rahmen für die Verteilung der Inhalte auf Jahrgangsstufen in den Bildungsgängen der Sekundarstufe I vor. Innerhalb dieses Rahmens werden unter anderem die Verteilung der Inhalte auf einzelne Jahrgangsstufen, Reihenfolge und Umfang der Unterrichtseinheiten, Gestaltung von Lernumgebungen, Vernetzungen und Wiederholungen von der Fachschaft diskutiert und im schulinternen Fachcurriculum festgelegt.

In der sechsjährigen Sekundarstufe I ist es nicht zulässig, den Unterricht bis Ende der Jahrgangsstufe 9 auf Inhalte zu beschränken, die für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss ausreichen. Auch die ausgewiesenen Inhalte auf den Anforderungsebenen für

den Mittleren Schulabschluss und für die Allgemeine Hochschulreife sind durchgängig über die Schuljahre hinweg im Unterricht zu berücksichtigen.

Zur Vermeidung curricularer Schwierigkeiten sind einzelne Inhalte in den Jahrgangsstufen 7 bis 9 des sechsjährigen Bildungsgangs in der Sekundarstufe I besonders ausgewiesen. Dazu gehören das Ziehen von Quadratwurzeln als Rechenoperation, einfache Berechnungen am Kreis sowie Berechnungen an Körpern. Diese Inhalte sind Gegenstand auf der Ebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses. Parallel findet in Jahrgangsstufe 9 eine vertiefte Behandlung von reellen Zahlen und quadratischen Funktionen statt; diese sind nicht Gegenstand auf der Ebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses. Für die Jahrgangsstufe 10 sind Berechnungen an Kreisen und Kreissektoren und Berechnungen an Körpern erneut ausgewiesen, hier findet die Behandlung mit Blick auf die Anforderungsebenen Mittlerer Schulabschluss und Allgemeine Hochschulreife auf höherem Niveau statt.

## Verteilung der Inhalte auf die Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I an Gemeinschaftsschulen und Gymnasien

Leitidee \ Jahrgang	5 / 6	7 / 8 / 9	10
Zahl und Operation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• natürliche Zahlen</li> <li>• positive Bruchzahlen</li> <li>• Dezimalzahlen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ganze Zahlen</li> <li>• rationale Zahlen</li> <li>• Prozente und Zinsen</li> <li>• Ziehen von Quadratwurzeln als Rechenoperation</li> <li>• reelle Zahlen</li> <li>• Potenzen</li> </ul>	
Größen und Messen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundgrößen</li> <li>• Flächenberechnung an Rechtecken</li> <li>• Volumenberechnung an Quadern</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flächenberechnung an <math>n</math>-Ecken</li> <li>• einfache Berechnungen am Kreis</li> <li>• Berechnungen an Körpern</li> <li>• Sachaufgaben</li> <li>• zentrische Streckungen oder Strahlensätze*</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trigonometrie</li> <li>• Berechnungen an Kreisen und Kreissektoren</li> <li>• Vertiefung der Berechnungen an Körpern</li> </ul>
Strukturen und funktionaler Zusammenhang	<ul style="list-style-type: none"> <li>• einfache Zuordnungen in Tabellen und Diagrammen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variablen und Terme</li> <li>• Funktionen und ihre Darstellungsformen</li> <li>• proportionale Funktionen</li> <li>• antiproportionale Funktionen</li> <li>• Dreisatz</li> <li>• lineare Gleichungen</li> <li>• lineare Gleichungssysteme</li> <li>• lineare Funktionen</li> <li>• quadratische Funktionen*</li> <li>• quadratische Gleichungen*</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• trigonometrische Funktionen</li> <li>• Exponentialfunktionen</li> <li>• Exponentialgleichungen</li> <li>• Logarithmen</li> </ul>
Raum und Form	<ul style="list-style-type: none"> <li>• einfache geometrische Figuren und Körper</li> <li>• Symmetrie</li> <li>• geometrische Konstruktionen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometrie an Dreiecken, Vierecken und am Kreis</li> <li>• Kongruenzsätze</li> <li>• Abbildungsgeometrie</li> <li>• Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck</li> <li>• Körper</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ähnlichkeit</li> </ul>
Daten und Zufall	<ul style="list-style-type: none"> <li>• einfache statistische Erhebungen</li> <li>• einfache kombinatorische Fragestellungen</li> <li>• einstufige Zufallsexperimente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Häufigkeit</li> <li>• Wahrscheinlichkeit</li> <li>• mehrstufige Zufallsexperimente</li> <li>• Beschreibende Statistik</li> </ul>	

Beim achtjährigen Bildungsgang am Gymnasium sind die Inhalte der hier genannten Jahrgangsstufen 7-10 in den Jahrgangsstufen 6-9 zu behandeln. Darüber hinaus entscheidet die Fachschaft, ob als erste Zahlbe-

reichserweiterung die positiven Bruchzahlen oder die ganzen Zahlen eingeführt werden. Die mit Sternchen (\*) versehenen Themen können in Klassenstufe 10 vertieft werden.

**4 Schulinternes Fachcurriculum**

Innerhalb der Rahmenvorgaben der Fachanforderungen besitzen die Schulen Gestaltungsfreiheit bezüglich der Umsetzung der Kontingenzstundentafel, der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte wie auch der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen.

Im schulinternen Fachcurriculum dokumentiert die Fachkonferenz ihre verbindlichen Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule. Die Weiterentwicklung des schulinternen Fachcurriculums stellt eine ständige gemeinsame Aufgabe der Fachkonferenz dar.

Somit stellt das schulinterne Fachcurriculum Verbindlichkeit für die Lehrkräfte im Rahmen der Gestaltungsfreiheit der Schulen her. Es schafft Entlastung für die Lehrkräfte durch gemeinsame Absprachen und eine Aufgabenteilung innerhalb der Fachschaft. Die Teamentwicklung innerhalb der Fachschaft wird gefördert. Entscheidend im Prozess sind weniger die letztlich

formulierten Ergebnisse, sondern vielmehr der Diskussions- und Verständigungsprozess innerhalb der Fachkonferenz.

Das schulinterne Fachcurriculum gibt einen Überblick über wichtige gemeinsame pädagogische und fachliche Absprachen. Es ist fortlaufend zu evaluieren und weiterzuentwickeln. Gründe für mögliche Anpassungen können zum Beispiel schulinterner Wandel, gesellschaftlicher Wandel oder didaktische Neuerungen sein.

Im schulinternen Fachcurriculum sind Vereinbarungen zu den in der Tabelle folgenden Aspekten zu treffen. Darüber hinaus kann die Fachkonferenz weitere Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule treffen und im schulinternen Fachcurriculum dokumentieren. Der Vorschlag des schulinternen Fachcurriculums wird von der Fachkonferenz erarbeitet und von der Schulleitung genehmigt (§ 66 Absatz 3 SchulG). Im Zuge der Transparenz ist die jeweils aktuelle Fassung des schulinternen Fachcurriculums auf der Homepage der Schule zu veröffentlichen.

Aspekte	Konkretisierungen	
Unterricht	<p><b>Reihenfolge, Zeitpunkt, Umfang und Schwerpunktsetzung</b></p> <p><b>didaktische Nutzung von Themensträngen</b></p> <p><b>Auswertung und Nutzung zentraler Abschlussarbeiten sowie Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf diese Arbeiten</b></p> <p><b>Auswertung und Nutzung der Ergebnisse von zentralen Vergleichsarbeiten (VERA)</b></p> <p><b>Reihenfolge, Zeitpunkt und Umfang der Behandlung von Inhalten, die für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss relevant sind (Gemeinschaftsschulen)</b></p>	<p>Wahl von Themenkreisen</p> <p>Vernetzungen von Inhalten, Nutzung von Inhalten für eine Propädeutik</p>
Überfachliche Kompetenzen	<p><b>Abstimmung zur Berücksichtigung der überfachlichen Kompetenzen im Mathematikunterricht im gesamtschulischen Kontext</b></p>	<p>z. B. Lernstrategien, Problemlösefähigkeiten</p>
Sprachbildung	<p><b>einheitliche Verwendung von Bezeichnungen und Begriffen, einheitliche formale Notation</b></p>	<p>Gestaltung von Hilfen zur schriftlichen Fixierung von Lösungsstrategien und Lernergebnissen</p> <p>bevorzugte Art der schriftlichen Dokumentation von Lernergebnissen</p> <p>Nutzung dieser Aufzeichnungen im Unterricht und zur Leistungsüberprüfung</p> <p>Sammlung geeigneter Aufgabenformate zur Förderung der schriftlichen Kommunikation</p>

Aspekte	Konkretisierungen	
Differenzierung	Formen der Differenzierung im Unterricht für Schülerinnen und Schüler mit erhöhtem Förderbedarf sowie für besonders begabte Schülerinnen und Schüler	Lernumgebungen: Aufgabenformate, Lernformen, Einbettung in ein Förderkonzept der Schule Teilnahme an Förderprogrammen und Wettbewerben, Arbeitsgemeinschaften
Lehr- und Lernmaterial	<p>Anschaffung und Nutzung im Mathematikunterricht</p> <p>wissenschaftlicher Taschenrechner: Zeitpunkt, Art und Umfang der Einführung in Jahrgangsstufe 7</p> <p>Auswahl und Nutzung digitaler Werkzeuge in den Jahrgangsstufen (insbesondere hinsichtlich der curricular verpflichtenden digitalen Werkzeuge)</p> <p>Nutzung von Formelsammlungen bzw. Formeldokumenten</p>	<p>Anschaffung, Lagerung und Bestandspflege von Material, Nutzungsmöglichkeiten und -prinzipien</p> <p>Einigung auf ein bestimmtes Taschenrechnermodell, beziehungsweise Anschaffung und Nutzung eines modularen Mathematiksystems</p> <p>Anschaffung und Nutzung weiterer Software / Apps</p>
Medienkompetenz	<p>Absprachen über erwartete Kompetenzen im Rahmen des Einsatzes und der Nutzung von analogen und digitalen mathematikspezifischen und allgemeinen Medien</p> <p>Abstimmung mit dem schulinternen Medienkonzept</p> <p>Festlegung von Grundsätzen zur Leistungsbeurteilung der Medienkompetenz</p>	
Grundlegende Kompetenzen	<p>Festlegung einer Diagnostik der grundlegenden Kompetenzen</p> <p>Absprachen zu Grundsätzen der Förderung der grundlegenden Kompetenzen</p>	
Leistungsbeurteilung	<p>Grundsätze zur Leistungsbeurteilung und zur Gestaltung von Leistungsnachweisen</p> <p>Grundsätze über den Umfang und die Anzahl der Klassenarbeiten unterschiedlicher Dauer in den jeweiligen Jahrgangsstufen</p>	z. B. Parallelarbeiten, gleichwertige Leistungsnachweise, Aufgaben zur Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge, Anteil händischer Fertigkeiten und Basiswissen in Leistungsnachweisen, Sammlung von Aufgabenstellungen der Klassenarbeiten
Überarbeitung und Weiterentwicklung	<p>Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums durch geeignete Formen der Evaluation</p> <p>Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums aufgrund geänderter Rahmenvorgaben des für Bildung zuständigen Ministeriums</p> <p>gegebenenfalls Neufassung von Beschlüssen zum schulinternen Fachcurriculum</p>	

## 5 Leistungsbeurteilung

Lernerfolgsüberprüfungen müssen darauf ausgerichtet sein, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrerinnen und Lehrer sind die Ergebnisse der begleitenden Diagnose und Evaluation des Lernprozesses sowie des Kompetenzerwerbs Anlass, die Zielsetzungen und Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen. Für die Schülerinnen und Schüler sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Unterstützung für das weitere Lernen darstellen. Sie dienen damit der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses.

Es sind grundsätzlich alle in Kapitel 2 ausgewiesenen Kompetenzbereiche bei der Leistungsbeurteilung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher und mündlicher und gegebenenfalls praktischer Art sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, das Erreichen der dort aufgeführten Kompetenzerwartungen zu evaluieren. Sie müssen über ein auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte hinausgehen.

Voraussetzung für eine formative Beurteilung sowie gegebenenfalls eine summative Leistungsbeurteilung ist das Beobachten von Schülerhandlungen durch die Lehrkraft. Dies geschieht vor dem Hintergrund erwarteter Kompetenzen, die sich in Form deskriptiver Kriterien formulieren lassen. Formativ zu beurteilen bedeutet die kritische, wertschätzende und individuelle Rückmeldung auf der Grundlage von deskriptiven Kriterien. In diesem Sinne stehen im Unterricht die Diagnostik und das Feedback unter Berücksichtigung des individuellen Lernprozesses im Vordergrund. Eine summative Beurteilung lässt sich aus einer differenzierten formativen Beurteilung ableiten. Das kann beispielsweise in Form eines Rasters geschehen. Wenn die summative Beurteilung in eine Note mündet, geschieht dies durch eine quantifizierte Einschätzung anhand von deskriptiven Kriterien. Die Note im Zeugnis wird nach fachlicher und

pädagogischer Abwägung aus den Ergebnissen der Leistungsnachweise und der summativen Beurteilung der Unterrichtsbeiträge gebildet. Dabei geben die Unterrichtsbeiträge den Ausschlag.

### Grundsätze zur Beurteilung von Unterrichtsbeiträgen

Die oben ausgeführten Überlegungen zum Beobachten und Beurteilen bilden die Grundlage für den Umgang der Lehrkraft mit allen Ergebnissen von Schüleraktivität. Zu den Unterrichtsbeiträgen zählen unter anderem unterschiedliche Formen der selbstständigen und kooperativen Aufgabenerfüllung. Dazu gehören außer dem Erfassen mathematischer Darstellungen unbedingt auch Textfassung, Wortbeiträge und Textbeiträge, die sich unter anderem in Form von Lernprozessdokumentationen, Wochenaufgaben und Präsentationen darstellen und einen wichtigen Beitrag zur Erweiterung bestimmter prozessbezogener Kompetenzen leisten. Einen Beitrag zur Sicherung von Basiswissen leisten Tests, die maximal 20 Minuten dauern dürfen.

Die Lehrkraft initiiert, dass – abhängig von der Unterrichtssituation – die Lernenden für Unterrichtsbeiträge eine kriteriengeleitete Rückmeldung erhalten.

Inhaltsbezogene Rückmeldungen dienen in erster Linie der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses. Gemäß dem Grundsatz der Trennung von Lern- und Leistungssituationen soll nicht jede formative Beurteilung in eine summative Beurteilung (Note) münden. Das inhaltliche Nachvollziehen von Rückmeldungen sowie gegebenenfalls der Vergleich mit der Selbsteinschätzung und selbst gesetzten Zielen der Lernenden führen zu einem transparenten Beurteilungsverfahren.

In Bezug auf die formative Beurteilung und gegebenenfalls die summative Beurteilung von Unterrichtsbeiträgen gewährleistet die Lehrkraft die Transparenz der Kriterien. Das kann eine gemeinsame Erarbeitung von Kriterien mit der Lerngruppe einschließen. Die summative Beurteilung liegt in der Verantwortung der Lehrkraft. Sie basiert auf einer differenzierten formativen Beurteilung, beispielsweise in Form eines Rasters oder in Textform.

Zusätzlich zu der transparenten summativen Beurteilung einzelner Unterrichtsbeiträge muss auch deren Gewichtung im Teilbereich Unterrichtsbeiträge deutlich werden. Tests können in angemessenem Umfang - weniger als ein Drittel - zur Notengebung im Teilbereich Unterrichtsbeiträge herangezogen werden.

### Leistungsnachweise

Leistungsnachweise umfassen Klassenarbeiten und zu Klassenarbeiten gleichwertige Leistungsnachweise. Tests gelten nicht als Leistungsnachweise.

### Grundsätze für die Erstellung von Klassenarbeiten

Gemäß den in diesen Fachanforderungen formulierten Zielen ist bei Leistungsnachweisen in Form von Klassenarbeiten zu gewährleisten, dass die prozessbezogenen Kompetenzen angemessen berücksichtigt werden. Dazu gehört unter anderem auch das Verfassen von Texten, zum Beispiel zum Beschreiben oder zum Begründen eines mathematischen Sachverhalts, oder das Bearbeiten komplexer Aufgabenstellungen, die Aspekte mehrerer Leitideen oder einen Lebensweltbezug beinhalten.

Geeignete Aufgaben weisen folgende Merkmale auf:

- Unabhängigkeit der Teilaufgaben in Bezug auf fehlende oder falsche Zwischenergebnisse,
- nicht zu viele Teilaufgaben in einer Aufgabe,
- zur Formulierung der Aufgaben werden vorzugsweise die für Abschlussprüfungen vorgeschriebenen Operatoren verwendet,
- die Klassenarbeit muss auch Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen,
- einzelne Teilaufgaben sollen auf anderem Wege als nur durch Berechnungen lösbar sein.

In jeder Klassenarbeit müssen die drei Anforderungsbereiche Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren einen angemessenen Anteil haben.

Im schulinternen Fachcurriculum werden die hier genannten Grundsätze für die Gestaltung von Klassen-

arbeiten konkretisiert. Dies kann folgende Vorgaben einschließen:

- Aufgaben zur inhaltlichen Vernetzung verschiedener Leitideen,
- Aufgaben zu länger zurückliegenden Unterrichtseinheiten,
- Aufgaben zur Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge,
- Aufnahme eines kurzen hilfsmittelfreien Teils.

### Differenzierte Leistungsnachweise

Auch auf der Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses muss den Lernenden die Möglichkeit gegeben werden, Aufgaben in allen drei Anforderungsbereichen bearbeiten zu können. Wenn auf unterschiedlichen Anforderungsebenen unterrichtet wird, müssen Klassenarbeiten nach Anforderungsebenen differenzierende Anteile enthalten, zwischen denen Schülerinnen und Schüler wählen können. Eine Differenzierung nach allen drei Anforderungsebenen ist nicht zwingend notwendig.

Differenzierende Klassenarbeiten erfordern eine summative Beurteilung, die berücksichtigt, auf welcher Anforderungsebene die Schülerin oder der Schüler überwiegend gearbeitet hat und inwieweit die Kompetenzerwartungen auf dieser Ebene erfüllt wurden. Sofern keine Noten gegeben werden, erfolgt eine differenzierte summative Beurteilung beispielsweise in Form eines Rasters oder in Textform.

### Dauer und Anzahl

Die Anzahl und Dauer der Klassenarbeiten wird per Erlass geregelt. Grundsätze über den Umfang und die Anzahl der Arbeiten unterschiedlicher Dauer in den jeweiligen Jahrgangsstufen werden von der Fachkonferenz im Rahmen dieser Vorgaben festgelegt.

### Korrektur und Rückgabe

Die Korrekturanmerkungen müssen eine Lernhilfe bieten. Die Besprechung der Klassenarbeit kann durch ein Lösungsblatt unterstützt werden. Unabhängig davon ist eine inhaltliche Besprechung ausgewählter Schwerpunkte vorzusehen. Die Besprechung bei der Rückgabe von Klassenarbeiten darf sich nicht auf die summative

Leistungsbeurteilung beschränken, sondern soll dem weiteren Lernen dienen.

### Summative Beurteilung von Klassenarbeiten

Die Fachkonferenz konkretisiert die Grundsätze für die summative Beurteilung von Klassenarbeiten. Dabei sind unter anderem folgende Aspekte zu berücksichtigen:

- Umfang von Aufgabenteilen in den drei Anforderungsbereichen oder Verteilung der erreichbaren summativen Beurteilungseinheiten auf die Anforderungsbereiche,
- Gestaltungsmöglichkeiten bei summativer Beurteilung in Berichtsform, zum Beispiel Kriterien für ein Beurteilungsraster,
- bei Benotung Zuordnung von Notenstufen zum Prozentsatz der erreichten Beurteilungseinheiten,
- bei differenzierten Leistungsnachweisen Verfahrensweise zur Berücksichtigung der Anforderungsebene bei der summativen Beurteilung,
- Gewichtung von Aufgabenteilen, die sich auf länger zurückliegende Unterrichtsinhalte beziehen und der Überprüfung von Basiswissen dienen.

Lösungswege und deren Erläuterung, zum Beispiel durch Texte, müssen ein angemessenes Gewicht bei der summativen Beurteilung erhalten. Nach Rechenfehlern müssen folgerichtige Ergebnisse angemessen berücksichtigt werden.

### Gleichwertige Leistungsnachweise

Gleichwertige Leistungsnachweise entsprechen im Arbeitsumfang einer Klassenarbeit (inklusive Vor- und Nachbereitung). Sie bieten noch stärker als Klassenarbeiten die Möglichkeit, die Anwendung der prozessbezogenen Kompetenzen zu fördern und zu fordern.

Die Fachkonferenz berät und beschließt, welche Unterrichtsbeiträge (zum Beispiel Präsentation, Referat, Portfolio) neben Klassenarbeiten als Leistungsnachweise herangezogen werden können. Sie legt formale (zum Beispiel Aufbau, Struktur) und inhaltliche Anforderungen für gleichwertige Leistungsnachweise fest und berücksichtigt dabei wie in Klassenarbeiten alle drei Anforderungsbereiche. Dies schließt beispielsweise die

Zusammenfassung mehrerer Tests zu einem gleichwertigen Leistungsnachweis aus.

Die Fachkonferenz einigt sich ferner auf Beurteilungskriterien. Die Erstellung von Beurteilungsbögen wird empfohlen. Mit ihnen lässt sich die summative Beurteilung von Leistungen anhand von Kriterien transparent und arbeitssparend dokumentieren sowie kommunizieren, um damit das weitere Lernen zu fördern.

## 6 Abschlussprüfungen

Grundlage der Abschlussprüfungen im Fach Mathematik für den Ersten allgemeinbildenden Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss sind die in den Fachanforderungen beschriebenen Kompetenzerwartungen im Rahmen des vorgegebenen Themenkorridors. Einzelheiten der Gestaltung dieser Abschlussprüfungen sind in den Durchführungsbestimmungen in ihrer jeweils gültigen Fassung geregelt.

Die Aufgaben in der schriftlichen wie in der mündlichen Prüfung sind so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der in den Fachanforderungen und in den Bildungsstandards beschriebenen Kompetenzen auf der jeweiligen Anforderungsebene erfordert. Die Aufgaben müssen aus dem Unterricht in der Sekundarstufe I erwachsen, wobei ein Schwerpunkt auf den beiden letzten Jahrgangsstufen liegt. Je nach Aufgabenart und Aufgabenstellung können unterschiedliche Akzente gesetzt werden. Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden. Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Die schriftlichen wie die mündlichen Prüfungsaufgaben sind so zu erstellen, dass der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen im Anforderungsbereich *Zusammenhänge herstellen* liegt. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche *Reproduzieren* und *Verallgemeinern und Reflektieren* zu berücksichtigen.

### 6.1 Die schriftliche Abschlussprüfung

Die schriftliche Prüfung wird mit zentral erstellten Aufgaben durchgeführt und besteht aus zwei Teilen. Im hilfsmittelfreien Teil sind Kurzaufgaben ohne Taschenrechner zu bearbeiten. Jede Aufgabe dieses Teils ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen. Es werden Inhalte aus der gesamten Sekundarstufe I auf der jeweiligen Anforderungsebene angesprochen. Im umfangreicheren zweiten Teil sind mehrere Komplexaufgaben zu bearbeiten, wobei zugelassene Hilfsmittel genutzt werden dürfen. Die

Aufgaben werden den Prüflingen schriftlich vorgelegt. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten Kurzform- und Komplexaufgaben. Nähere Vorgaben werden in den Durchführungsbestimmungen festgelegt. Für die Bearbeitung der Komplexaufgaben wird der Arbeitszeit eine zusätzliche Vorbereitungs-, Lese- und gegebenenfalls eine Auswahlzeit vorangestellt.

Die Aufgaben für die schriftliche Prüfung müssen über die allgemeinen Vorgaben hinaus folgende Bedingungen erfüllen:

- Der umfangreichere zweite Teil enthält mehrere unabhängig voneinander bearbeitbare Komplexaufgaben. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Mindestens zwei der Aufgaben knüpfen an Lebensweltbezüge an.
- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Die in den ersten vier Spiegelstrichen genannten Vorgaben gelten nicht für den hilfsmittelfreien Teil.
- Die Aufgaben beziehen sich auf alle in den Fachanforderungen genannten Leitideen.
- Jede Komplexaufgabe muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.
- Alle Komplexaufgaben haben dieselbe Zahl von Bewertungspunkten und einen vergleichbaren Bearbeitungsumfang.
- Der Anteil des hilfsmittelfreien Teils darf 40 Prozent der Gesamtpunktzahl nicht überschreiten.

Bestimmungen über zulässige Hilfsmittel (zum Beispiel Formelsammlung, Taschenrechner) sowie über die Auswahl und die Anzahl der zu bearbeitenden Komplexaufgaben werden in den Durchführungsbestimmungen sowie im Themenkorridor festgelegt.

Grundlage für die Beurteilung der Prüfungsleistungen ist der jeder Aufgabe beiliegende Erwartungshorizont, in dem auf Grundlage einer Musterlösung verbindliche Vorgaben für die Vergabe von Bewertungspunkten ausgeführt werden. Bewertungspunkte können sowohl rein formalen Lösungen zugeordnet sein als auch weiteren, durch Operatoren geforderten Leistungen wie erläuternden, kommentierenden oder begründenden Texten. Dabei können einzelne Bewertungspunkte einzelnen Lösungs- oder Argumentationsschritten zugeordnet sein oder mehrere Bewertungspunkte sind insgesamt einem Lösungsweg oder einer zusammenhängenden Argumentation zugeordnet. Rechnungen, bei denen Taschenrechner eingesetzt werden, müssen angemessen dokumentiert werden. Es hängt von der Aufgabenstellung oder von der Definition des in der Aufgabenstellung verwendeten Operators ab, ob ein reines Notieren der Ergebnisse genügt. Gerne sollten in Aufgabenstellungen Vorgaben für das Runden auf eine bestimmte Stellenzahl vermieden werden, um die eigenständige Wahl einer im Sachzusammenhang sinnvollen Rundung zu ermöglichen.

Abweichende Lösungswege, die zu einer gleichwertigen Lösung führen, sind mit der vollen Punktzahl zu bewerten. Nach Rechenfehlern müssen folgerichtige Ergebnisse angemessen berücksichtigt werden. Entsprechend sind Texte zu bewerten, in denen nach fehlerhaften Überlegungen schlüssig weiter argumentiert wird und die deshalb zu Ergebnissen führen, die von der Musterlösung abweichen. Punkte für reine Antwortsätze, die nur ein bereits notiertes Ergebnis im Zusammenhang eines Satzes wiedergeben, werden nicht vergeben.

## 6.2 Die mündliche Abschlussprüfung

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der fünf Leitideen. Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass prozessbezogene Kompetenzen berücksichtigt werden und das mathematische Arbeiten in der Sekundarstufe I auf der jeweiligen Anforderungsebene hinreichend erfasst wird.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge Lösungswege erläutern, mathematische Sachverhalte darstellen sowie im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen. Die Prüferin oder der Prüfer legt dem Prüfungsausschuss vor der Prüfung einen schriftlichen Erwartungshorizont vor, in dem die erwarteten inhaltlichen Ergebnisse skizziert werden.

Bei der Beurteilung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen,
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Medieneinsatz und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen,
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen,
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf.

Kommt ein Prüfling im Verlauf der mündlichen Prüfung nicht über die reine Reproduktion gelerntem Wissens hinaus, so kann die Note nicht besser als *ausreichend* sein. Soll die Leistung mit *sehr gut* beurteilt werden, so müssen im Vortrag oder im Verlauf des Gesprächs auch Leistungen im Anforderungsbereich Verallgemeinern und Reflektieren erbracht werden.



## III Fachanforderungen Mathematik Sekundarstufe II

### 1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe II

#### 1.1 Grundlagen und Lernausgangslage

Grundlage für den Mathematikunterricht in der Oberstufe sind die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz für die Allgemeine Hochschulreife aus dem Jahr 2012, welche im Gegensatz zu den Bildungsstandards Sekundarstufe I keine Überarbeitung erfahren haben und entsprechend älteren Begrifflichkeiten folgen. Der Unterricht in der Oberstufe baut auf den in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und durch die in den Fachanforderungen für die Sekundarstufe I beschriebenen Kompetenzerwartungen auf. Die in der Sekundarstufe I erworbenen prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind daher unverzichtbare Grundlage für die Arbeit in der Oberstufe. Sie können somit auch Bestandteil der Abiturprüfung sein.

Das Fach Mathematik leistet einen grundlegenden Beitrag zur Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler bis zur Allgemeinen Hochschulreife und damit zu den Bildungszielen der Oberstufe. Die Fachanforderungen bilden das Bindeglied zwischen den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife und den schulinternen Fachcurricula.

#### 1.2 Der Beitrag des Faches zur allgemeinen und fachlichen Bildung

Kennzeichen mathematischer Arbeitsweise sind präziser Sprachgebrauch, Entwicklung klarer Begriffe, folgerichtige Gedankenführung und Argumentation, systematisches Vorgehen sowie das Erfassen von Zusammenhängen. Durch Übung in diesen Arbeitsweisen erfahren die Schülerinnen und Schüler eine intensive Schulung des Denkens und des Abstraktionsvermögens. Sie lernen verschiedene Formen mathematischer Betrachtungs- und Vorgehensweisen kennen, wodurch sich geistige Beweglichkeit und Offenheit für unterschiedliche Fragestellungen und Sichtweisen weiterentwickeln. Beim Entdecken von Gesetzmäßigkeiten sowie beim Vergleichen und Reflektieren von Lösungswegen bilden sich Denk- und Handlungsstrategien heraus.

Die Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik als geistige Schöpfung kennen und als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrnehmen und verstehen zu können. Die Mathematik dient ferner dem Erwerb weitergehender, insbesondere heuristischer Fähigkeiten. Innermathematische Fragestellungen haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie Anwendungen aus der Lebenswelt.

Mit dem Erwerb der Kompetenz, komplexe Sachverhalte zu analysieren und dabei fachliche Methoden der Mathematik in angemessener Weise anzuwenden sowie die Ergebnisse strukturiert darzustellen, werden Schülerinnen und Schüler auf das wissenschaftliche Arbeiten in der Hochschule vorbereitet.

#### 1.3 Didaktische Leitlinien

Die in den Bildungsstandards beschriebene Kompetenzorientierung ist verbindlich. Die Fachanforderungen formulieren dazu verbindliche Grundsätze für den Unterricht, weisen gleichermaßen verbindliche Kerninhalte aus und zeigen den notwendigen und den zulässigen Gestaltungsrahmen für Konkretisierungen auf, die im schulinternen Fachcurriculum formuliert werden müssen.

Ziel des Unterrichts ist es, den Erwerb der inhaltsbezogenen Kompetenzen stets mit der Erweiterung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu verknüpfen, das mathematische Grundverständnis zu fördern und den flexiblen und vernetzten Einsatz der Mathematik im Alltag zu vergegenwärtigen.

Dazu wählen Lehrkräfte zielgerichtet Lernumgebungen aus. Diese umfassen geeignete mathematische Fragestellungen, Aufgabenformate und Lernformen. Sie müssen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen, bereits erworbene Fertigkeiten und Fähigkeiten situationsgerecht zur Lösung von Problemen einzusetzen. Ziele einer derartigen Vorgehensweise sind der kumulative Kompetenzaufbau und die Vernetzung von Inhalten.

Geeignete Lernumgebungen veranlassen Schülerinnen und Schüler, reflektiert Basiswissen abzurufen. Mathematisch kompetent zu sein bedeutet, verfügbares Basiswissen auf neuartige Problemstellungen eigenständig und zielgerichtet übertragen zu können. Dazu müssen die Lernenden über tragfähige Grundvorstellungen mathematischer Begriffe verfügen und fachliche Methoden beherrschen.

So soll sich beispielsweise die Einführung des Skalarprodukts nicht auf das formale Rechenverfahren beschränken, sondern die geometrische Bedeutung der Rechenoperation, nämlich die orientierte Länge der Projektion eines Vektors auf einen Einheitsvektor ins Zentrum stellen. Bei weitergehenden Fragestellungen (zum Beispiel Abstandsbestimmungen) sollte dann auf diese Grundvorstellung zurückgegriffen werden.

Ein nachhaltiger Lerneffekt ist besonders dann zu erwarten, wenn im Unterricht tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut, Inhalte und Kompetenzen vernetzt und Phasen intelligenten Übens integriert werden.

Kontextorientiertes Arbeiten ist das bewusste Aufgreifen von Kontexten aus der realen Welt, die sich für das Erarbeiten und zum Teil für das Anwenden mathematischer Inhalte – unter Umständen über einen längeren Zeitraum – eignen. Kontexte verbinden die fachlichen Konzepte der Mathematik mit lebensweltlichen Vorstellungen und aktuellen Bezügen. Sie stellen eine Brücke zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken her. In diesem Sinne ist kontextorientiertes Arbeiten verbindlich. Im Unterricht wird es neben kontextorientiertem Arbeiten Phasen geben, in denen innermathematisch Inhalte und Verfahren lehrgangsartig eingeführt werden oder in denen wiederholt oder geübt wird.

Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten im Fach Mathematik erfordert, dass die Schülerinnen und Schüler zunehmend selbstständig arbeiten, eigenständig Informationsquellen erschließen, heuristisch und systematisch Problemstellungen einer Lösung zuführen, Ergebnisse kritisch überprüfen und kooperativ zusammenarbeiten.

#### 1.4 Anforderungsniveaus und Anforderungsbereiche

Gemäß der *Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe in der Sekundarstufe II* in der Fassung vom 16.03.2023 findet der Unterricht auf grundlegendem oder auf erhöhtem Anforderungsniveau statt.

Für die Gestaltung des Unterrichts, die Erstellung von Aufgaben und die Beurteilung von Unterrichtsbeiträgen und Leistungsnachweisen sind die folgenden **Anforderungsbereiche** der Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz zu berücksichtigen:

- **Anforderungsbereich I** umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.
- **Anforderungsbereich II** umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.
- **Anforderungsbereich III** umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

#### 1.5 Einsatz mathematischer Hilfsmittel und Werkzeuge

Der sachgerechte Umgang mit digitalen Mathematikwerkzeugen und Hilfsmitteln ist Teil des Unterrichts. Dies können ein wissenschaftlicher Taschenrechner, eine Formelsammlung, eine Tabellenkalkulation, ein dynamisches Geometriesystem sowie ein modulares Mathematiksystem sein. Die Einführung in den Gebrauch ausgewählter Werkzeuge ist Gegenstand des Unterrichts.

## 1 Das Fach Mathematik in der Sekundarstufe II

**Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge**

In der Oberstufe ist die Nutzung des **wissenschaftlichen Taschenrechners** beziehungsweise des **modularen Mathematiksystems** verbindlicher Unterrichtsgegenstand. Für die schriftliche Abiturprüfungen müssen die Geräte die Mindestanforderungen erfüllen, die in den Regelungen für die Abiturprüfung im Fach Mathematik festgelegt sind. Die sachgerechte Bedienung digitaler Mathematikwerkzeuge sowie die angemessene schriftliche Dokumentation von Ansatz und Ergebnis einer Rechnung müssen im Unterricht behandelt werden.

**Tabellenkalkulationsprogramme** und **dynamische Geometriesysteme (DGS)** sind im Unterricht der Oberstufe im Zusammenhang mit geeigneten Unterrichtsgegenständen einzusetzen.

Bis zur Einführung von **modularen Mathematiksystemen (MMS)** können Computer-Algebra-Systeme (CAS) im Unterricht eingesetzt werden. Über einen zeitweiligen Einsatz eines Computer-Algebra-Systems entscheidet die Lehrkraft. Sollen CAS-Rechner anstelle von wissenschaftlichen Taschenrechnern ständig genutzt werden, setzt dies entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus. Der Beschluss gilt dann jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematiklerngruppe oder der Jahrgangsstufe. In der Oberstufe ist damit die für alle Lernenden verbindliche Entscheidung verbunden, im Abitur speziell für CAS entwickelte Prüfungsaufgaben zu bearbeiten. Darüber ist bis zum Eintritt der Schülerinnen und Schüler in die Qualifikationsphase die Fachaufsicht im für Bildung zuständigen Ministerium zu informieren.

Bei Klausuren sind die Vorgaben für den CAS-Einsatz in der schriftlichen Abiturprüfung in ihrer jeweils gültigen Fassung zu beachten.

Einer Einführung in die sachgerechte Bedienung des Geräts kommt eine besonders hohe Bedeutung zu.

Die sachgerechte Nutzung von digitalen Werkzeugen schließt auch die Werkzeugwahl ein. Das bedeutet nicht nur die Entscheidung für die Nutzung eines bestimmten Programms oder einer bestimmten Gerätefunktion, sondern eventuell auch den Verzicht auf Hilfsmittel. In jedem Fall muss der Unterricht so angelegt werden, dass die ausreichende Beherrschung numerischer und algebraischer Verfahren ohne Hilfsmittel sichergestellt ist.

Die technologische Entwicklung wird neue Plattformen für digitale Mathematikwerkzeuge hervorbringen. Beispielsweise sind Tabellenkalkulation, dynamisches Geometriesystem und modulares Mathematiksystem als Software für Tablet-PCs verfügbar.

Über einen zeitweiligen Einsatz neuer Plattformen für Mathematikwerkzeuge anstelle von wissenschaftlichen Taschenrechnern entscheidet die Lehrkraft. Der ständige Einsatz setzt entsprechende Schul- und Fachkonferenzbeschlüsse voraus, die jeweils für alle Schülerinnen und Schüler der Mathematiklerngruppe oder Jahrgangsstufe gelten. Zusätzlich ist dafür die Genehmigung der Fachaufsicht im für Bildung zuständigen Ministerium einzuholen.

**Einsatz von Formelsammlungen**

In der schriftlichen Abiturprüfung auf erhöhtem Niveau ist ausschließlich die *Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung des gemeinsamen Abituraufgabenpools der Länder des Instituts für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen* zu verwenden. Im Unterricht und in der mündlichen Abiturprüfung auf grundlegendem Niveau ist weiterhin die Nutzung von Formelsammlungen möglich. Es liegt in der didaktischen Verantwortung der Lehrkräfte, die sachgerechte Verwendung von Formelsammlungen und des Formeldokuments in angemessenem Umfang im Unterricht zu üben.

Die Fachkonferenz entscheidet, welche Formelsammlungen eingesetzt werden.

## 2 Kompetenzbereiche

In den Bildungsstandards wird unterschieden zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen (prozessbezogenen Kompetenzen) und Leitideen, die inhaltsbezogene Kompetenzen beschreiben. Mit dem Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen wird zugleich ein wichtiger Beitrag des Faches Mathematik zum Erwerb überfachlicher Kompetenzen (Selbstkompetenzen, lernmethodische Kompetenzen und Sozialkompetenzen) geleistet.

In der Oberstufe werden die prozessbezogenen Kompetenzen, deren Grundlagen in der Sekundarstufe I gelegt wurden, weiterentwickelt. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden durch die Verbindung mit neuen Inhaltsfeldern in zunehmend komplexen und kognitiv anspruchsvollen Lernsituationen vertieft.

Grundlage für die Beschäftigung mit mathematischen Fragestellungen bilden die Kompetenzen, mathematisch kommunizieren und argumentieren zu können. Dies setzt Kompetenzen im Umgang mit mathematischen Symbolen, Verfahren und Modellen sowie mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen voraus. Inbegriffen ist auch die Nutzung geeigneter mathematischer Vorstellungen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen am Ende des Mathematikunterrichts Kompetenzen im mathematischen Modellieren und mathematischen Problemlösen erworben haben. Das Lernen in Kontexten, der Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten und Methoden sowie die Auswahl geeigneter Lösungsstrategien sind dabei eng verzahnt. Die Bewältigung mathematischer Probleme erfordert das permanente Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind daher untrennbar mit den Leitideen verbunden. Sie werden von den Lernenden in aktiver Auseinandersetzung mit Fachinhalten erworben. Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese unabhängig von speziellen Inhalten in verschiedenen Leitideen eingesetzt werden kann.

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden in den klassischen Sachgebieten Analysis, analytische Geometrie und Stochastik ausgeführt.

### 2.1 Die allgemeinen mathematischen (prozessbezogenen) Kompetenzen

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife werden sechs allgemeine mathematische Kompetenzen unterschieden:

- K1: Mathematisch argumentieren
- K2: Probleme mathematisch lösen
- K3: Mathematisch modellieren
- K4: Mathematische Darstellungen verwenden
- K5: Mit Mathematik symbolisch / formal / technisch umgehen
- K6: Mathematisch kommunizieren

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen mögen unterschiedlich anspruchsvoll erscheinen. Die mit diesen Kompetenzen verbundenen Tätigkeiten können jedoch – je nach Art der Aufgabenstellung – in jedem der drei Anforderungsbereiche liegen.

Mathematisch kompetentes Handeln kann für jede der sechs Kompetenzen in drei Phasen eingeteilt werden. Diese Phasen sind nicht mit den drei Anforderungsbereichen gleichzusetzen. Im Folgenden werden für die einzelnen Phasen typische Tätigkeiten genannt, um die prozessbezogenen Kompetenzerwartungen beispielhaft darzustellen.

#### **K1: Mathematisch argumentieren**

##### *Überlegen*

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- unterstützen oder hinterfragen Vermutungen beispielgebunden,
- stellen Überlegungen an, sammeln Argumente und präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen unter Berücksichtigung der logischen Struktur.

*Begründen*

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her,
- nutzen mathematische Regeln oder Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen,
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten,
- nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (direktes Schlussfolgern, Gegenbeispiele, indirekter Beweis),
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen),
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise.

*Beurteilen*

Die Schülerinnen und Schüler

- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch,
- erkennen lückenhafte Argumentationsketten und vervollständigen sie,
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie,
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können,
- beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit.

**K2: Probleme mathematisch lösen***Erkunden*

Die Schülerinnen und Schüler

- recherchieren Informationen,
- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme,
- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation,
- analysieren und strukturieren die Problemsituation,
- wählen heuristische Hilfsmittel (zum Beispiel Skizzen, informative Figuren, Tabellen, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen,
- erkennen Muster und Beziehungen.

*Lösen*

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege,
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (zum Beispiel Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zurückführen auf einfachere Probleme, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern),
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein,
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen,
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus,
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus.

*Reflektieren*

Die Schülerinnen und Schüler

- überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen,
- interpretieren Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung,
- vergleichen verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten,
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz,
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern,
- variieren Fragestellungen vor dem Hintergrund einer Lösung.

**K3: Mathematisch modellieren***Strukturieren*

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung,
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.

**Mathematisieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- übertragen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Beschreibungen,
- übersetzen zwischen sprachlichen Formulierungen, symbolischer Sprache und Fachsprache,
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung zu der konkreten Fragestellung innerhalb des mathematischen Modells,
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu.

**Validieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (gegebenenfalls konkurrierender) Modelle für die Beantwortung der Fragestellung,
- verbessern aufgestellte Modelle,
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen des Modells.

**K4: Mathematische Darstellungen verwenden****Auswerten**

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen Daten aus verschiedenen Darstellungen,
- werten Darstellungen nach vorgegebenen und selbstentwickelten Kriterien aus,
- erfassen Zusammenhänge und Entwicklungen von Daten,
- gehen mit Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständlich um,
- erkennen Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungsformen und bewerten deren Interpretationsspielräume.

**Auswählen**

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus,
- wechseln situationsgerecht zwischen verschiedenen Darstellungsformen,
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen verschiedener mathematischer Darstellungsformen,
- wählen geeignete Werkzeuge zur Erstellung mathematischer Darstellungen aus.

**Erstellen**

Die Schülerinnen und Schüler

- fertigen Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen problemadäquat an,
- verändern gegebene Darstellungen,
- entwickeln individuelle Darstellungen, um eigene Überlegungen zu strukturieren und zu dokumentieren,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zur Anfertigung von Darstellungen.

**K5: Mit Mathematik symbolisch, formal und technisch umgehen****Formalisieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen symbolische und formale Schreibweisen,
- verwenden Variablen, Terme und Gleichungen zum Beschreiben von Sachverhalten,
- wählen situationsgerecht mathematische Schreibweisen aus,
- nutzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge zielgerichtet zur Darstellung mathematischer und geometrischer Objekte.

**Anwenden**

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden elementare Rechen- und Lösungsverfahren an,
- wählen problemadäquat mathematische Lösungsverfahren aus,
- beherrschen komplexe mathematische Verfahren,
- bearbeiten mathematische Aufgabenstellungen zielgerichtet und effizient unter Berücksichtigung grundlegenden Regelwissens,
- nutzen Formelsammlungen oder das Formeldokument, Geodreiecke, Zirkel, geometrische Modelle, Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Funktionenplotter, dynamische Geometriesysteme und gegebenenfalls Computer-Algebra-Systeme beziehungsweise modulare Mathematiksysteme.

**Reflektieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- bewerten verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren,
- begründen Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge.

**K6: Mathematisch kommunizieren***Rezipieren*

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen,
- beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren,
- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen.

*Produzieren*

Die Schülerinnen und Schüler

- formulieren eigene Überlegungen und Fragestellungen und beschreiben eigene Lösungswege,
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notationen auf angemessenem Niveau,
- begründen die Auswahl einer geeigneten Darstellungsform,
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar,
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie, auch unter Nutzung geeigneter Medien.

*Diskutieren*

Die Schülerinnen und Schüler

- greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter,
- nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung,
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität,
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei.

**2.2 Die mathematischen Leitideen**

Nach den Vorgaben der Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife werden die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen in fünf Leitideen zum Ausdruck gebracht, die auf den Leitideen der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss aufbauen.

L1: Algorithmus und Zahl

L2: Messen

L3: Raum und Form

L4: Funktionaler Zusammenhang

L5: Daten und Zufall

Sie werden inhaltlich ausgeführt in den klassischen Sachgebieten Analysis, analytische Geometrie und Stochastik. Bestimmte Inhalte dieser Sachgebiete werden gleichzeitig mehreren Leitideen zugeordnet. Damit werden bewusst verschiedene, im Unterricht zu berücksichtigende Aspekte dieser Inhalte betont.

In der linken Spalte wird ausgeführt, über welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler am Ende der Oberstufe verfügen sollen. Diese Kompetenzerwartungen beschreiben die Anforderungen der Abiturprüfung. In diesen Beschreibungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen unter Verwendung geeigneter Operatoren mit den Leitideen in Verbindung gebracht. Alle Kompetenzbeschreibungen der linken Spalte beziehen sich auf alle Begriffe und Hinweise in den beiden anderen Spalten bis zur nächsten waagerechten Trennlinie.

In der mittleren Spalte werden vorzugsweise durch das Nennen von Begriffen mathematische Themen und Inhalte verbindlich ausgewiesen. Die Anordnung entspricht soweit möglich der sachlogischen Reihenfolge. Jedoch beziehen sich, um Doppelungen zu vermeiden, bestimmte Kompetenzbeschreibungen auf mehrere Objekte gleichermaßen.

In den beiden ersten Spalten sind diejenigen Kompetenzen oder Inhalte **fett gedruckt und grau hinterlegt**, die über das grundlegende Anforderungsniveau hinausgehen.

In der rechten Spalte stehen Vorgaben und didaktische Hinweise. Einige Hinweise beziehen sich auf den Aufbau von Grundvorstellungen, andere auf die erwartete Durchdringungstiefe oder auf mögliche Verknüpfungen mit anderen Bereichen. An einzelnen Stellen befinden sich verbindliche Vorgaben.

### 2.2.1 Leitidee 1: Algorithmus und Zahl

In der Oberstufe werden mit Vektoren im  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$  neue algebraische Objekte und Operationen einge-

führt, die über die aus der Sekundarstufe I bekannten Zahlbereiche hinausgehen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>lösen per Hand einfache Gleichungen, die sich durch Anwenden von Umkehroperationen lösen lassen,</p> <p><b>formen Terme mit exponentiellen beziehungsweise logarithmischen Ausdrücken durch entsprechende Gesetze um,</b></p> <p>lösen per Hand einfache Gleichungen, die sich durch Faktorisieren oder Substituieren auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen,</p> <p>bestimmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen Lösungen von Gleichungen,</p> <p>führen das Lösen von Gleichungen auf die Nullstellenbestimmung bei Funktionen zurück.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gleichungen <math>n</math>-ten Grades</li> <li>• Exponentialgleichungen</li> <li>• trigonometrische Gleichungen</li> <li>• grafische Lösungsverfahren</li> </ul>	<p>Die Polynomdivision muss nicht unterrichtet werden.</p> <p>Zur Lösung von Exponentialgleichungen werden Logarithmengesetze benötigt.</p> <p>Isolierte Unterrichtseinheiten zur Gleichungslehre sind nicht vorgesehen.</p> <p>Beim Lösen schwieriger Gleichungen mit digitalen Mathematikwerkzeugen sind Fragen der Startwertproblematik und der Anzahl der Lösungen zu thematisieren.</p>
<p>berechnen näherungsweise Nullstellen von Funktionen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Newtonverfahren</li> </ul>	
<p>wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungssystemen aus,</p> <p>berechnen per Hand die Lösungsmengen von einfachen linearen Gleichungssystemen mit einem algorithmischen Verfahren,</p> <p>bestimmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen Lösungen von Gleichungssystemen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gleichungssystem</li> <li>• lineares Gleichungssystem</li> <li>• Einsetzungsverfahren</li> <li>• Additionsverfahren</li> <li>• über- und unterbestimmte Gleichungssysteme</li> <li>• Koeffizientenmatrix</li> </ul>	<p>Es sollte plausibel gemacht werden, warum sich bei Zeilenumformungen die Lösungsmenge des Gleichungssystems nicht ändert.</p> <p>Bei der Umformung von Koeffizientenmatrizen soll der Grundgedanke des Gauß-Algorithmus angesprochen werden.</p>
<p>nutzen Grenzwerte zur Bestimmung von Ableitungen und Integralen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grenzwerte von Folgen von Funktionswerten reeller Funktionen</li> <li>• Limes</li> </ul>	<p>Es reicht die intuitive Erfassung des Grenzwertbegriffes. Die Schreibweise <i>lim</i> kann auch ohne formale Definition verwendet werden.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

## 2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>rechnen mit <math>n</math>-Tupeln und wenden die Rechengesetze eines Vektorraumes an,</p> <p>nutzen die Rechengesetze für Skalarprodukt und Vektorprodukt zum Berechnen und Umformen von Termen sowie zum Lösen von Vektorgleichungen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• der 2-dimensionale Vektorraum <math>\mathbb{R}^2</math></li> <li>• der 3-dimensionale Vektorraum <math>\mathbb{R}^3</math></li> <li>• Nullvektor</li> <li>• Gegenvektor</li> <li>• Addition von Vektoren</li> <li>• Multiplikation von Vektoren mit Skalaren</li> <li>• Vektorgleichungen</li> <li>• Linearkombination</li> <li>• lineare Abhängigkeit</li> <li>• lineare Unabhängigkeit</li> <li>• Skalarprodukt</li> <li>• Vektorprodukt</li> </ul>	<p>Durch die Interpretation von Vektoren als Verschiebungen kann auf ihre Definition als Äquivalenzklasse (Pfeilklassen) verzichtet werden.</p>

### 2.2.2 Leitidee 2: Messen

In der Oberstufe wird das Messen als universelles Werkzeug zum Quantifizieren und Vergleichen um die Ableitung, das Integral sowie das Skalar- und das Vektorpro-

dukt erweitert. Die Leitidee *Messen* ist in besonderem Maße mit anderen Leitideen verknüpft.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
bestimmen die mittlere Änderungsrate und deuten sie im Sachzusammenhang.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• mittlere Änderungsrate</li> <li>• Differenzenquotient einer Funktion</li> <li>• Sekantensteigung / mittlere Steigung</li> </ul>	Zum Aufbau einer Grundvorstellung des Steigungsbegriffs sollten die Schülerinnen und Schüler zur Bestimmung von Sekantensteigungen zunächst Zeichnungen heranziehen. Für Visualisierungen sollte ein digitales Mathematikwerkzeug genutzt werden.
<p>erläutern den Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten,</p> <p>deuten die lokale Änderungsrate im Sachzusammenhang,</p> <p>nutzen die Definition des Differenzialquotienten, um die lokale Änderungsrate numerisch zu bestimmen,</p> <p>deuten den Schnittwinkel zwischen den Graphen als Winkel zwischen den Tangenten an die Graphen im Schnittpunkt.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• lokale Änderungsrate</li> <li>• Differenzenquotient</li> <li>• Differenzialquotient</li> <li>• Tangentensteigung</li> <li>• Differenzierbarkeit</li> <li>• Schnittwinkel von Graphen</li> </ul>	Der Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten sollte durch Grenzwertprozesse intuitiv erfasst und mit digitalen Mathematikwerkzeugen veranschaulicht werden. Auch mithilfe der Tabellenkalkulation kann das Verständnis des Grenzwertprozesses unterstützt werden. Dabei sollten links-, rechts- und beidseitige Grenzwertprozesse betrachtet werden.
<p>deuten die Schreibweise des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Folge verfeinerter Messergebnisse,</p> <p>nutzen das Integral zur Bestimmung von Mittelwerten,</p> <p>bestimmen den Inhalt von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt werden, und deuten diese Flächeninhalte im Sachzusammenhang.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Approximation von Flächeninhalten</li> <li>• bestimmtes Integral</li> <li>• Mittelwertbestimmung</li> <li>• <b>uneigentliches Integral</b></li> </ul>	<p>Es genügt, Rechteckstreifen zur Approximation zu betrachten.</p> <p>Es soll ein intuitives Verständnis von uneigentlichen Integralen gewonnen werden.</p> <p>Es sollen auch Sachprobleme betrachtet werden, bei denen ein negativer Integralwert im Sachzusammenhang eine Bedeutung hat.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<b>bestimmen den Rauminhalt von Rotationskörpern.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Rotationskörper</b></li> <li>• <b>Rotationsvolumen</b></li> </ul>	Es genügt, die Rotation um die x-Achse zu betrachten.
bestimmen Abstände, Winkel, Flächen- und Rauminhalte von Objekten im $\mathbb{R}^3$ , nutzen das Skalarprodukt zur Längenbestimmung projizierter Vektoren und zur Winkelbestimmung, nutzen das Vektorprodukt zur Bestimmung von Flächeninhalten.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Betrag von Vektoren</li> <li>• Skalarprodukt</li> <li>• Maß des Winkels zwischen Vektoren, zwischen Geraden, zwischen Geraden und Ebenen sowie zwischen Ebenen</li> <li>• Flächeninhalt von Dreiecken und Parallelogrammen</li> <li>• <b>Spatvolumen</b></li> <li>• <b>Abstand zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</b></li> <li>• <b>Lotfußpunkt</b></li> <li>• <b>Lotfußpunktverfahren</b></li> </ul>	Bereits vor Einführung des Skalarprodukts sollen Beträge von Vektoren mit dem Satz des Pythagoras bestimmt werden.
werten Daten aus, indem sie geeignete Lage- und Streumaße auswählen und anwenden, deuten den Median und den arithmetischen Mittelwert als mögliche Ergebnisse von Messprozessen zur Bewertung von Daten, entwickeln mögliche Terme zur Beschreibung der Streuung, deuten den Term der Varianz als ein mögliches Ergebnis eines Messprozesses zur Erfassung der Streuung von Daten.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Median (Zentralwert)</li> <li>• arithmetischer Mittelwert</li> <li>• Spannweite</li> <li>• Varianz</li> <li>• Standardabweichung</li> </ul>	Mittelwert und Streuung sollten auch an von Schülerinnen und Schülern durchgeführten Zufallsexperimenten ermittelt werden.
berechnen und deuten Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erwartungswert</li> <li>• Varianz</li> <li>• Standardabweichung</li> </ul>	Es genügt, einfache Verteilungen zu betrachten, bei denen die Zufallsgröße nur wenige verschiedene Werte annehmen kann, um den Grundgedanken des Erwartungswertes und des Streumaßes herauszuarbeiten.

### 2.2.3 Leitidee 3: Raum und Form

In der Oberstufe wird das räumliche Vorstellungsvermögen erweitert. Die algebraische Beschreibung von

geometrischen Objekten im Raum ermöglicht Berechnungen von Eigenschaften und Lagebeziehungen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
stellen geometrische Objekte im (kartesischen) Koordinatensystem dar, reduzieren geometrische Situationen auf aussagekräftige Skizzen, beschreiben geometrische Objekte mithilfe von Vektoren, interpretieren Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum als Ortsvektoren oder Verschiebungen.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punkte, Strecken, Polygone, Körper</li> <li>• Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum</li> </ul>	Das räumliche Vorstellungsvermögen soll auch durch Modelle und den Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen gefestigt werden.
führen elementare Operationen mit Vektoren aus und interpretieren diese geometrisch, stellen Vektoren als Linearkombination anderer Vektoren dar und deuten diese geometrisch, untersuchen Vektoren auf lineare Abhängigkeit und deuten diese geometrisch, deuten das Skalarprodukt und das Vektorprodukt geometrisch.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Addition von Vektoren</li> <li>• Multiplikation von Vektoren mit Skalaren</li> <li>• Linearkombination</li> <li>• Skalarprodukt</li> <li>• Vektorprodukt</li> <li>• lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit</li> </ul>	Anhand von ausgewählten Beispielen sollen die Eigenschaften geometrischer Objekte mithilfe algebraischer Methoden analysiert und beschrieben werden.
beschreiben Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geradengleichung</li> <li>• Ebenengleichung</li> <li>• Parameterform</li> <li>• Koordinatenform</li> <li>• Normalenform</li> <li>• Geraden- und Ebenenscharen</li> </ul>	
untersuchen die Lagebeziehung von Geraden und Ebenen, bestimmen die Schnittmengen von Geraden, Geraden und Ebenen <b>sowie von Ebenen</b> , interpretieren das Lösen linearer Gleichungssysteme als Schnittproblem.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen von Geraden zu Geraden, Geraden zu Ebenen und Ebenen zu Ebenen</li> </ul>	Bei der Untersuchung von Lagebeziehungen bietet sich die Koordinatenform an.

2.2.4 Leitidee 4: Funktionaler Zusammenhang

In der Oberstufe werden die in der Sekundarstufe I vermittelten Kenntnisse über Funktionen und ihre Eigen-

schaften vertieft und insbesondere um die infinitesimalen Methoden der Differenzial- und Integralrechnung erweitert.

<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i></p>	<p><b>Verbindliche Themen und Inhalte</b></p>	<p><b>Vorgaben und Hinweise</b></p>
<p>bestimmen die Definitions- und Wertemenge einer Funktion in geeigneter Schreibweise, bestimmen die Wertemenge bei eingeschränkter Definitionsmenge, nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge, stellen funktionale Zusammenhänge in verschiedenen Formen dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Graph, Tabelle, Term und verbaler Beschreibung, untersuchen einfache Funktionen auf die Existenz einer Umkehrfunktion und bestimmen diese,  beschreiben die Veränderung des Graphen von <math>f</math> beim Übergang von <math>f(x)</math> zu <math>f(x) + c</math>, <math>c \cdot f(x)</math>, <math>f(x + c)</math>, <math>f(c \cdot x)</math>, bestimmen Funktionen oder Parameter in Funktionstermen aus Bedingungen an die Funktion oder deren Ableitungen, untersuchen Funktionen auch rechnerisch auf Punktsymmetrie zum Ursprung und Achsensymmetrie zur y-Achse, erkennen Symmetrien zu beliebigen Punkten beziehungsweise Achsen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definitions- und Wertemenge einer Funktion</li> <li>• Intervall</li> <li>• ganzrationale Funktionen</li> <li>• Wurzelfunktionen</li> <li>• <math>f(x) = \frac{1}{x}</math></li> <li>• <math>f(x) = x^q</math> mit <math>q \in \mathbb{Q}</math></li> <li>• Exponentialfunktionen</li> <li>• e-Funktion</li> <li>• <b>Logarithmusfunktionen</b></li> <li>• <b>In-Funktion</b></li> <li>• <b>Umkehrfunktion</b></li> <li>• Sinusfunktion</li> <li>• Kosinusfunktion</li> <li>• Verknüpfungen</li> <li>• Verkettungen</li> <li>• Funktionenscharen</li> <li> </li> <li>• Verschiebung in x- beziehungsweise y-Richtung</li> <li>• Streckung in x- beziehungsweise y-Richtung</li> <li>• Spiegelung an der x- beziehungsweise y-Achse</li> <li>• Punkt- und Achsensymmetrie</li> <li>• gerade und ungerade Funktionen</li> </ul>	<p>Die Unterscheidung der Begriffe Stelle, Funktionswert und Punkt ist deutlich herauszuarbeiten.</p> <p>Um die funktionale Abhängigkeit zu betonen, ist die in der Sekundarstufe I eingeführte Schreibweise <math>f(x) = \dots</math> beizubehalten.</p> <p>Wertetabellen können schnell mit entsprechenden Funktionen digitaler Mathematikwerkzeuge erstellt werden.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>deuten die Ableitung als lokale Änderungsrate und interpretieren sie in Sachzusammenhängen.</p> <p>bestimmen die Gleichung der Tangente beziehungsweise der Normalen in einem Punkt eines Funktionsgraphen.</p> <p><b>deuten die Ableitung im Zusammenhang mit der lokalen Approximation einer Funktion durch eine lineare Funktion.</b></p> <p>interpretieren die Ableitungsfunktion im Sachzusammenhang.</p> <p>entwickeln Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt.</p> <p>prüfen zusammengesetzte Funktionen auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• lokale Änderungsrate</li> <li>• Differenzialquotient</li> <li>• Tangentensteigung</li> <li>• Ableitung</li> <li>• Normale</li> <li>• Newton-Verfahren</li>   <li>• Ableitungsfunktion</li> <li>• Stetigkeit</li> <li>• Differenzierbarkeit</li>   <li>• grafisches Differenzieren</li> <li>• Skizzieren von Stammfunktionen</li> <li>• zusammengesetzte, beziehungsweise abschnittsweise definierte Funktionen</li> </ul>	<p>Es genügt ein intuitives Verständnis der Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Dabei sollen die anschaulichen Begriffe <i>sprungfrei</i> und <i>knickfrei</i> bekannt sein.</p> <p>An dieser Stelle soll die gedankliche Umkehrung des Differenzierens thematisiert werden, der Integralbegriff folgt erst später.</p>
<p>deuten die zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung.</p> <p>deuten das Vorzeichen der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wendepunkte als Punkte des Graphen mit lokal extremer Steigung</li> <li>• Links-, Rechtskrümmung</li> <li>• Wendepunkt als Punkt, in dem sich die Krümmungsrichtung des Graphen ändert</li> </ul>	
<p>bilden Ableitungen der Funktionen der oben genannten Funktionsklassen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ableitungsregeln zu den oben genannten Funktionsklassen</li> <li>• Summenregel</li> <li>• Faktorregel</li> <li>• Potenzregel</li> <li>• Produktregel</li> <li>• Kettenregel</li> </ul>	<p>Auf grundlegendem Niveau sollen vorzugsweise einfache verkettete Funktionen betrachtet werden.</p>
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

2 Kompetenzbereiche

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
charakterisieren die e-Funktion als eine Funktion, die sich selbst als Ableitung hat, nutzen die Ableitungsfunktionen (auch höherer Ordnung) zur Klärung des Monotonieverhaltens und der Bestimmung von charakteristischen Punkten des Graphen einer Funktion, lösen Optimierungsprobleme mit Mitteln der Analysis.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eigenschaften der e-Funktion</li> <li>• Monotonie</li> <li>• Hochpunkt, Tiefpunkt</li> <li>• Wendepunkt, Wendetangente</li> <li>• Sattelpunkt</li> <li>• notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen</li> <li>• Ortskurven von charakteristischen Punkten</li> <li>• lokale und globale Extrema</li> <li>• Randextrema</li> </ul>	Motivation für die Einführung der Eulerschen Zahl e kann die Suche nach Funktionen sein, die sich selbst als Ableitung haben.
deuten das bestimmte Integral in Sachzusammenhängen, z. B. als aus der Änderungsrate rekonstruierter Bestand, begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung inhaltlich als Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff, berechnen bestimmte Integrale mittels Stammfunktionen und Näherungsverfahren.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Integrand</li> <li>• Integralwert</li> <li>• Integralfunktion</li> <li>• Stammfunktion</li> <li>• Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung</li> <li>• Rechteckmethode</li> <li>• Integrationsregeln: Additivität, Linearität, <b>partielle Integration, Substitution an einfachen Beispielen</b></li> </ul>	Zur Bestimmung der Werte bestimmter Integrale sollen auch digitale Mathematikwerkzeuge eingesetzt werden.
<b>nutzen die ln-Funktion als Stammfunktion von <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> und als Umkehrfunktion der e-Funktion.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Exponentialgleichungen</b></li> </ul>	

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>deuten Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Funktionen und nutzen diese zur Beschreibung stochastischer Situationen.</p> <p><b>beschreiben Binomialverteilungen näherungsweise durch Anpassung einer standardisierten Glockenfunktion <math>\varphi_{0;1}(x)</math>.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsgröße</li> <li>• diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung</li> <li>• Erwartungswert</li> <li>• Standardabweichung</li> <li>• <b>Standardnormalverteilung</b></li> </ul> $\varphi_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Normalverteilung</b></li> </ul> $\varphi_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	
<p>verstehen die Parametergleichung einer Geraden (Ebene) im <math>\mathbb{R}^3</math> als eine Funktion <math>\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3</math> (<math>\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3</math>) und modellieren so Bewegungen im Raum.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parametergleichung von Geraden oder Ebenen</li> </ul>	<p>Die Berechnung der minimalen Entfernung von zwei sich auf Geraden bewegendem Objekten führt beispielsweise auf eine Bestimmung des globalen Minimums der vom gemeinsamen Parameter abhängigen Entfernungsfunktion.</p>

2.2.5 Leitidee 5: Daten und Zufall

In der Oberstufe werden die in der Sekundarstufe I vermittelten Grundlagen der Stochastik und Statistik durch

die Behandlung von bedingten Wahrscheinlichkeiten, Zufallsgrößen und deren Verteilungen erweitert.

<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	<b>Verbindliche Themen und Inhalte</b>	<b>Vorgaben und Hinweise</b>
<p>beschreiben Zufallsexperimente und zugehörige Ereignisse mithilfe der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung,</p> <p>nutzen eine präzise mathematische Schreibweise zur Notation von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen und versprachlichen diese.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsexperiment</li> <li>• Ergebnis</li> <li>• Ergebnismenge</li> <li>• Laplace-Experiment</li> <li>• Ereignis</li> <li>• Ergebnismenge</li> <li>• Gegenereignis</li> <li>• Vereinigungen und Schnitte von Ereignissen</li> <li>• relative Häufigkeit</li> <li>• Wahrscheinlichkeit</li> <li>• Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten (Axiome von Kolmogorov)</li> </ul>	<p>Ereignisse sollen als Teilmengen der Ergebnismenge eingeführt werden.</p> <p>Der Vereinigungsmenge von Ereignissen (Oder-Ereignis) oder der Schnittmenge von Ereignissen (Und-Ereignis) kommt eine besondere Bedeutung zu.</p>
<p>modellieren und lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen,</p> <p>untersuchen Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Baumdiagramm</li> <li>• inverses Baumdiagramm</li> <li>• Vierfeldertafel</li> <li>• bedingte Wahrscheinlichkeit</li> <li>• stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen</li> </ul>	<p>Ziel soll das sichere Modellieren mit den genannten Darstellungen sein, nicht unbedingt die Formel von Bayes.</p> <p>Auf eine präzise Notation und Versprachlichung der bedingten Wahrscheinlichkeiten ist zu achten.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p>nutzen Zufallsgrößen und deren Verteilungen zur Modellierung von realen Situationen,</p> <p>interpretieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Prognose von zu erwartenden Häufigkeitsverteilungen,</p> <p>interpretieren Kenngrößen von Zufallsgrößen in Bezug auf die vorliegende Situation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsgröße als Abbildung von der Ergebnismenge in die reellen Zahlen</li> <li>• Wahrscheinlichkeitsverteilung</li> <li>• Häufigkeitsverteilung</li> <li>• Histogramm</li> <li>• Berechnung von Wahrscheinlichkeiten der Form <math>P(X=k)</math> und <math>P(k_1 \leq X \leq k_2)</math></li> <li>• Mittelwert</li> <li>• Erwartungswert</li> <li>• Varianz und Standardabweichung als Streuungsmaße</li> </ul>	<p>Es sollte mit einfachen Zufallsgrößen begonnen werden, die nicht binomial- oder hypergeometrisch verteilt sind.</p> <p>Es muss erkannt werden, dass <math>X = k</math> eine Teilmenge der Ergebnismenge ist.</p> <p>Ausgehend vom Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung kann die allgemeine Berechnung des Erwartungswertes motiviert werden. Dabei soll der anschauliche Begriff <i>faïres Spiel</i> bekannt sein.</p> <p>Zur Berechnung von Erwartungswert und Varianz von Zufallsgrößen mit vielen Werten bietet sich der Einsatz einer Tabellenkalkulation an.</p>
<p>verwenden den Computer zur Simulation von Zufallsexperimenten.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen zur Erzeugung von Zufallszahlen in Tabellenkalkulationsprogrammen</li> <li>• Funktionen der Tabellenkalkulation zur Auswertung der durch Simulation gewonnenen Daten</li> </ul>	<p>Es bietet sich an, durch Simulation gewonnene Häufigkeitsverteilungen mit theoretisch überlegten Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu vergleichen.</p>
<p>bearbeiten reale Problemstellungen, indem sie mit diskreten Zufallsgrößen modellieren.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• diskrete Verteilung</li> <li>• Ziehen mit und ohne Zurücklegen</li> <li>• Bernoulli-Experiment</li> <li>• Bernoulli-Kette</li> <li>• Fakultät, Binomialkoeffizient</li> <li>• Binomialverteilungen mit Erwartungswert und Standardabweichung</li> <li>• Sigma-Regeln</li> <li>• Hypergeometrische Verteilung</li> </ul>	<p>Zur Bestimmung von (auch kumulierten) Wahrscheinlichkeiten sollen digitale Mathematikwerkzeuge genutzt werden.</p>
<p><i>Fortführung der Tabelle »</i></p>		

<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i></p>	<p>Verbindliche Themen und Inhalte</p>	<p>Vorgaben und Hinweise</p>
<p>interpretieren die Bedeutung der in der Funktionsgleichung einer Normalverteilung auftretenden Parameter und beschreiben ihren Einfluss auf die graphische Darstellung der Dichtefunktion,</p> <p>beurteilen, wann eine binomialverteilte Zufallsgröße durch eine Normalverteilung angenähert werden kann,</p> <p>berechnen Näherungswerte von Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen und nutzen dazu die Normalverteilungsfunktion des modularen Mathematiksystems,</p> <p>unterscheiden diskrete und stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen und wenden sie situationsgerecht an,</p> <p>geben die Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße mithilfe von Erwartungswert und Standardabweichung an und skizzieren die zugehörige Glockenkurve.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Normalverteilung</b></li> </ul> $\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Standardnormalverteilung</b></li> </ul> $\varphi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} x^2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>die Gaußsche Integralfunktion <math>\Phi_{0,1}</math></b></li> <li>• <b>Bedingung und Näherungsformel von Moivre und Laplace:</b></li> </ul> $P(X \leq k) \approx \Phi_{0,1} \left( \frac{k+0,5-\mu}{\sigma} \right)$	<p>Über die Eigenschaften der Funktion <math>\varphi_{0,1}</math> können die Sigmaregeln thematisiert werden.</p> <p>Es empfiehlt sich, die Bezeichnung</p> $\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ <p>sowie den Begriff Dichtefunktion zu verwenden.</p>
		<p>Die Näherungsformel von Moivre und Laplace kann dann durch</p> $P(X \leq k) \approx \int_{-\infty}^{k+0,5} \varphi_{\mu,\sigma}(x) dx = \Phi_{\mu,\sigma}(k+0,5) = \Phi_{0,1} \left( \frac{k+0,5-\mu}{\sigma} \right)$ <p>dargestellt werden.</p>

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
<p><b>konzipieren Hypothesentests und interpretieren die Fehler 1. und 2. Art.</b></p> <p><b>schätzen durch systematisches Probieren aus einem Stichprobenergebnis / Testergebnis ein Konfidenzintervall für die zugrunde liegende Wahrscheinlichkeit.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>zweiseitiger Hypothesentest</b></li> <li>• <b>Nullhypothese</b></li> <li>• <b>Fehler 1. und 2. Art</b></li> <li>• <b>Signifikanzniveau</b></li> <li>• <b>Verwerfungsbereich</b></li> <li>• <b>Prognose- und Konfidenzintervall</b></li>   <li>• <b>rechtsseitiger und linksseitiger Hypothesentest</b></li> </ul>	<p>Während es beim zweiseitigen Hypothesentest zunächst um die Bestimmung eines Verwerfungsbereichs zu einer angenommenen und zu testenden Wahrscheinlichkeit geht (Testen), stellt sich beim Schätzen die Frage, für welche angenommenen Wahrscheinlichkeiten das Stichprobenergebnis nicht im Verwerfungsbereich liegt.</p> <p>Bei einseitigen Hypothesentests kommt es auch auf eine Begründung der gewählten Teststrategie (links- oder rechtsseitiger Test) an. Auch sollte bei einseitigen Hypothesentests den Schülerinnen und Schülern deutlich werden, dass unendlich viele Zufallsgrößen <math>X_p</math> betrachtet werden müssen.</p>

**3 Themen und Inhalte des Unterrichts**

Der Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler erfolgt im Rahmen eines Spiralcurriculums. Durch die Wiederaufnahme von Inhalten vorhergehender Jahrgangsstufen, die in eine Erweiterung um neue Inhalte eingebettet ist, wird zugleich eine Wiederholung erreicht.

Die folgende Tabelle gibt Auskunft darüber, welche Inhalte der Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie

und Stochastik in welchem Jahr der Oberstufe zu behandeln sind. Die Fachschaft entscheidet über Reihenfolge, Dauer und Umfang der entsprechenden Unterrichtseinheiten.

Die Themen im Einführungsjahr sind verbindlich vorgegeben. Innerhalb der Qualifikationsphase ist ein Verschieben der Themen möglich (gestrichelte Linie).

Jahr	Analysis	Geometrie	Stochastik
Einführungsjahr	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Differenzialrechnung</li> <li>• Extrempunkte</li> <li>• Wendepunkte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vektoren im <math>\mathbb{R}^2</math> und <math>\mathbb{R}^3</math></li> <li>• Geraden</li> <li>• Lagebeziehungen von Geraden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundbegriffe der Stochastik</li> <li>• bedingte Wahrscheinlichkeit</li> </ul>
1. Jahr der Qualifikationsphase	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Integralrechnung</li> <li>• e-Funktion</li> <li>• Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Skalarprodukt</li> <li>• Ebenen</li> <li>• Vektorprodukt</li> <li>• Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen und zwischen Ebenen</li> <li>• Abstände</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsgröße, Erwartungswert, Streuungsmaße</li> <li>• Binomialverteilung</li> <li>• Hypergeometrische Verteilung</li> <li>• Normalverteilung</li> </ul>
2. Jahr der Qualifikationsphase	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionenscharen</li> <li>• Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vertiefung der analytischen Geometrie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Signifikanztest</li> <li>• Schätzen von Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>

#### 4 Schulinternes Fachcurriculum

Innerhalb der Rahmenvorgaben der Fachanforderungen besitzen die Schulen Gestaltungsfreiheit bezüglich der Umsetzung der Kontingenzstundentafel, der Lern- und Unterrichtsorganisation, der pädagogisch-didaktischen Konzepte wie auch der inhaltlichen Schwerpunktsetzungen.

Im schulinternen Fachcurriculum dokumentiert die Fachkonferenz ihre verbindlichen Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule. Die Weiterentwicklung des schulinternen Fachcurriculums stellt eine ständige gemeinsame Aufgabe der Fachkonferenz dar.

Somit stellt das schulinterne Fachcurriculum Verbindlichkeit für die Lehrkräfte im Rahmen der Gestaltungsfreiheit der Schulen her. Es schafft Entlastung für die Lehrkräfte durch gemeinsame Absprachen und eine Aufgabenteilung innerhalb der Fachschaft. Die Teamentwicklung innerhalb der Fachschaft wird gefördert. Entscheidend im Prozess sind weniger die letztlich

formulierten Ergebnisse, sondern vielmehr der Diskussions- und Verständigungsprozess innerhalb der Fachkonferenz.

Das schulinterne Fachcurriculum gibt einen Überblick über wichtige gemeinsame pädagogische und fachliche Absprachen. Es ist fortlaufend zu evaluieren und weiterzuentwickeln. Gründe für mögliche Anpassungen können zum Beispiel schulinterner Wandel, gesellschaftlicher Wandel oder didaktische Neuerungen sein.

Im schulinternen Fachcurriculum sind Vereinbarungen zu den in der Tabelle folgenden Aspekten zu treffen. Darüber hinaus kann die Fachkonferenz weitere Vereinbarungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts an ihrer Schule treffen und im schulinternen Fachcurriculum dokumentieren. Der Vorschlag des schulinternen Fachcurriculums wird von der Fachkonferenz erarbeitet und von der Schulleitung genehmigt (§ 66 Absatz 3 SchulG). Im Zuge der Transparenz ist die jeweils aktuelle Fassung des schulinternen Fachcurriculums auf der Homepage der Schule zu veröffentlichen.

Aspekte	Konkretisierungen	
Unterricht	<b>Reihenfolge, Zeitpunkt, Umfang und Schwerpunktsetzung von Themen und Unterrichtseinheiten</b> <b>didaktische Nutzung von Themensträngen</b> <b>Auswertung und Nutzung zentraler Abschlussarbeiten sowie Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf die Abiturprüfung</b> <b>Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf mündliche Prüfung und Präsentationsprüfung</b> <b>Übergang zur Hochschule: Hinweise auf mathematische Lernvoraussetzungen für Studiengänge</b>	Nutzung des MaLeMINT-Materials
Überfachliche Kompetenzen	<b>Abstimmung zur Berücksichtigung der überfachlichen Kompetenzen im Mathematikunterricht im gesamtschulischen Kontext</b>	z. B. Lernstrategien, Problemlösefähigkeiten
Sprachbildung	<b>einheitliche Verwendung von Bezeichnungen und Begriffen</b> <b>einheitliche formale Notation</b>	Mengenschreibweise, Schreibweise von Intervallen, geometrische Notation Notation im Kontext digitaler Werkzeuge
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

Aspekte	Konkretisierungen	
Differenzierung	Formen der Differenzierung im Unterricht Fördermaßnahmen für besonders begabte Schülerinnen und Schüler sowie für Schülerinnen und Schülern, die Unterstützung bei der Erfüllung der Leistungsanforderung in der Oberstufe benötigen	Einbettung in ein Förderkonzept der Schule Teilnahme an Wettbewerben, Förderprogrammen
Lehr- und Lernmaterial	Anschaffung und Nutzung von Lehr- und Lernmaterial Nutzung von Formelsammlungen beziehungsweise Formeldokumenten Nutzung von Medien im Mathematikunterricht Nutzung der Möglichkeiten des wissenschaftlichen Taschenrechners, auch im Hinblick auf die Abiturprüfung Nutzung der Möglichkeiten des modularen Mathematiksystems Auswahl und die Nutzung weiterer Mathematikwerkzeuge (insbesondere hinsichtlich der curricular verpflichtenden digitalen Werkzeuge)	Anschaffung und Nutzung, Lagerung und Bestandspflege von Material und Medien Anschaffung und Nutzung weiterer Software / Apps
Medienkompetenz	Festlegung von Grundsätzen zur Leistungsbeurteilung der Medienkompetenz Absprachen über erwartete Kompetenzen im Rahmen des Einsatzes und der Nutzung von analogen und digitalen mathematikspezifischen und allgemeinen Medien Abstimmung mit dem schulinternen Medienkonzept	
Grundlegende Kompetenzen	Diagnose und Förderung von Kompetenzen aus der Sekundarstufe I Sicherung von Fertigkeiten, die ohne digitale Mathematikwerkzeuge beherrscht werden sollen verbindliche Maßnahmen zur Förderung und Sicherung von Wissensbeständen, die aus dem Gedächtnis abrufbar sein sollen	
Leistungsbeurteilung	Grundsätze zur Leistungsbeurteilung und zur Gestaltung von Leistungsnachweisen	z. B. Aufgaben zur Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge, Parallelarbeiten, gleichwertige Leistungsnachweise und hilfsmittelfreie Anteile in Leistungsnachweisen
Überarbeitung und Weiterentwicklung	Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums durch geeignete Formen der Evaluation Überprüfung des Überarbeitungsbedarfs des schulinternen Fachcurriculums aufgrund geänderter Rahmenvorgaben des für Bildung zuständigen Ministeriums gegebenenfalls Neufassung von Beschlüssen zum schulinternen Fachcurriculum	Sammlung von Aufgabenstellungen der Klassenarbeiten

## 5 Leistungsbeurteilung

Lernerfolgsüberprüfungen müssen darauf ausgerichtet sein, Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. Für Lehrkräfte sind die Ergebnisse der begleitenden Diagnose und Evaluation des Lernprozesses sowie des Kompetenzerwerbs Anlass, die Zielsetzungen und Methoden ihres Unterrichts zu überprüfen. Für die Schülerinnen und Schüler sollen ein den Lernprozess begleitendes Feedback sowie Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für die Selbsteinschätzung sowie eine Unterstützung für das weitere Lernen darstellen. Sie dienen damit der Lenkung und Unterstützung des individuellen Lernprozesses.

Es sind grundsätzlich alle in Kapitel 2 ausgewiesenen Kompetenzbereiche bei der Leistungsbeurteilung angemessen zu berücksichtigen. Überprüfungsformen schriftlicher und mündlicher und gegebenenfalls praktischer Art sollen deshalb darauf ausgerichtet sein, die Erreichung der dort aufgeführten Kompetenzerwartungen zu evaluieren. Sie müssen über ein auf Reproduktion angelegtes Abfragen einzelner Daten und Sachverhalte hinausgehen.

Voraussetzung für eine formative Beurteilung sowie gegebenenfalls eine summative Leistungsbeurteilung ist das Beobachten von Schülerhandlungen durch die Lehrkraft. Dies geschieht vor dem Hintergrund erwarteter Kompetenzen, die sich in Form deskriptiver Kriterien formulieren lassen. Eine summative Beurteilung lässt sich aus einer differenzierten formativen Beurteilung ableiten. Bei der summativen Leistungsbeurteilung von Schülerinnen und Schülern wird die Note im Zeugnis nach fachlicher und pädagogischer Abwägung aus den Ergebnissen der Leistungsnachweise und der summativen Beurteilung der Unterrichtsbeiträge gebildet. Dabei geben die Unterrichtsbeiträge den Ausschlag.

### Grundsätze zur Beurteilung von Unterrichtsbeiträgen

Zu den Unterrichtsbeiträgen zählen unter anderem unterschiedliche Formen der selbstständigen und kooperativen Aufgabenerfüllung, Wort- und Textbeiträge, schriftliche Übungen, Tests, deren Dauer 20 Minuten nicht überschreiten darf, sowie umfangreichere Formen, wie zum Beispiel Lernprozessdokumentationen, Wochenaufgaben und Präsentationen.

Die Lehrkraft initiiert, dass – abhängig von der Unterrichtssituation – die Lernenden für Unterrichtsbeiträge eine kriteriengeleitete Rückmeldung erhalten. Die Lehrkraft gewährleistet die Transparenz der Kriterien. Das kann eine gemeinsame Erarbeitung von Kriterien mit der Lerngruppe einschließen. Die Benotung liegt in der Verantwortung der Lehrkraft.

Da die Unterrichtsbeiträge bei der summativen Leistungsbeurteilung den Ausschlag geben, muss die Gewichtung einzelner Arten von Unterrichtsbeiträgen innerhalb dieses Teilbereiches transparent gestaltet werden.

### Leistungsnachweise

Leistungsnachweise umfassen Klassenarbeiten (Klausuren) und zu Klassenarbeiten gleichwertige Leistungsnachweise. Tests gelten nicht als Leistungsnachweise.

### Grundsätze für die Erstellung von Klassenarbeiten (Klausuren)

Für die Erstellung von Klassenarbeiten (Klausuren) in der Oberstufe gelten die folgenden Grundsätze:

- Die Klassenarbeit ist so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis verschiedener allgemeiner mathematischer Kompetenzen erfordert.
- Die Klassenarbeiten können in Analogie zur schriftlichen Abiturprüfung einen hilfsmittelfreien Teil enthalten, dessen Umfang ein Drittel der gesamten Klassenarbeit nicht überschreiten darf. Jede Aufgabe dieses Teils ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen.
- Die Klassenarbeit setzt sich aus mehreren unabhängig voneinander bearbeitbaren Aufgaben zusammen. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben gegliedert

sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Mindestens eine der Aufgaben knüpft an Lebensweltbezüge an.

- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Die Klassenarbeit soll sich nach Möglichkeit auf mindestens zwei der drei Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik beziehen.
- Bei der Formulierung der Aufgaben sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden.
- Die Klassenarbeit muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Über ihre unmittelbare Funktion als Instrument der summativen Leistungsbeurteilung hinaus sollen Klassenarbeiten im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau im Laufe der Oberstufe auch zunehmend auf die inhaltlichen und formalen Anforderungen des schriftlichen Teils in der Abiturprüfung vorbereiten. In der Einführungsphase ist dabei der Gestaltungsspielraum größer; mit zunehmender Nähe zum Abitur orientieren sich die Aufgaben stärker am Format der Prüfungsaufgaben (siehe Kapitel 6).

Beim Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge sind eine Dokumentation des Ansatzes und eine angemessene Darstellung und Interpretation der Lösung erforderlich. Dazu gehören gegebenenfalls Hinweise auf Besonderheiten der Berechnung, zum Beispiel auf eine numerische Näherungslösung oder die Existenz weiterer Lösungen. Daneben kann es in angemessenem Umfang Aufgabenteile geben, die explizit die Ausführung eines Rechenverfahrens per Hand verlangen.

#### **Dauer und Anzahl**

Anzahl und Dauer der Klausuren in der Oberstufe werden per Erlass geregelt.

#### **Korrektur und Rückgabe**

Die Korrekturanmerkungen müssen eine Lernhilfe bieten. Die Besprechung bei der Rückgabe von Klassenarbeiten darf sich nicht auf die summative Leistungsbeurteilung beschränken. Eine inhaltliche Besprechung ausgewählter Schwerpunkte ist vorzusehen.

#### **Benotung von Klassenarbeiten**

In der Oberstufe orientiert sich die Benotung an den Vorschriften, die für die Benotung der Prüfungsarbeiten im Abitur gelten. In der Einführungsphase ist dabei der Gestaltungsspielraum größer; mit zunehmender Nähe zum Abitur sind die Abiturmaßstäbe strenger anzulegen. Für die Beurteilung der Klausur, die nach Art und Umfang der Abiturprüfung im Halbjahr Q2.1 geschrieben wird, gelten die Vorschriften, die für die Beurteilung der schriftlichen Abiturprüfungen gelten.

Da in Klassenarbeiten neben der Verdeutlichung des fachlichen Verständnisses auch die Darstellung bedeutsam ist, muss diesem Sachverhalt bei der Benotung hinreichend Rechnung getragen werden. Dies schließt die fachlich vollständige Argumentation ein.

Die Fachkonferenz konkretisiert diese Grundsätze für die Benotung von Klassenarbeiten.

#### **Gleichwertige Leistungsnachweise in der Oberstufe**

Im Sinne einer Übung für Klausursituationen, insbesondere für die Abiturprüfung, sollte im Kernfach Mathematik auf erhöhtem Niveau vom Einsatz gleichwertiger Leistungsnachweise und von Präsentationsprüfungen sparsam Gebrauch gemacht werden. Auf grundlegendem Niveau sollte von gleichwertigen Leistungsnachweisen Gebrauch gemacht werden; insbesondere im Hinblick auf die Vorbereitung von mündlichen Prüfungen und von Präsentationsprüfungen.

Bezüglich Umfang und Notwendigkeit von Fachkonferenzbeschlüssen zu formalen und inhaltlichen Beurteilungskriterien gelten die gleichen Bestimmungen wie in der Sekundarstufe I.

## 6 Die Abiturprüfung

Für die Abiturprüfung gelten die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife nach Maßgabe dieser Bestimmungen. Grundlage für die Abiturprüfung sind die in den *Fachanforderungen des Faches Mathematik der Sekundarstufe I* und die in den *Fachanforderungen des Faches Mathematik der Oberstufe* beschriebenen Kompetenzerwartungen. Die Fachanforderungen legen auch mögliche Arten von Aufgaben und Kriterien für die Leistungsbeurteilung fest.

Auf der Grundlage der Fachanforderungen erlässt das für Bildung zuständige Ministerium Regelungen für die Durchführung der Abiturprüfungen, die auch thematische Vorgaben enthalten können.

Die schriftliche Abiturprüfung im Kernfach Mathematik findet an allgemein bildenden Schulen auf erhöhtem Anforderungsniveau statt. In der schriftlichen Abiturprüfung gemäß der Verordnung für Externenprüfung (APVO-EW) können auch Fachprüfungen auf grundlegendem Anforderungsniveau erfolgen.

Die Prüfungsaufgabe in der schriftlichen wie in der mündlichen Abiturprüfung ist so zu stellen, dass ihre Bearbeitung den Nachweis der in den Fachanforderungen beschriebenen Kompetenzen erfordert, wobei verschiedene allgemeine mathematische (prozessbezogene) Kompetenzen zu berücksichtigen sind. Sie muss aus dem Unterricht in der Qualifikationsphase erwachsen und darf sich nicht auf ein Schulhalbjahr beschränken. Bei der Formulierung der Prüfungsaufgabe sind die vorgegebenen Operatoren zu verwenden. Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Die schriftliche wie die mündliche Prüfungsaufgabe ist so zu erstellen, dass der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistung im Anforderungsbereich *Zusammenhänge herstellen* liegt. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche *Reproduzieren* und *Verarbeiten komplexer Sachverhalte; Verallgemeinern und Reflektieren* zu berücksichtigen.

Im Prüfungsfach auf grundlegendem Anforderungsniveau sind die Anforderungsbereiche I und II, im Prüfungsfach auf erhöhtem Anforderungsniveau die Anforderungsbereiche II und III stärker zu akzentuieren. Nähere Vorgaben werden in den Richtlinien des Landes Schleswig-Holstein zur Durchführung der Abiturprüfungen im Fach Mathematik festgelegt.

Unterschiedliche Anforderungen in der Prüfungsaufgabe auf grundlegendem und auf erhöhtem Anforderungsniveau ergeben sich vor allem im Hinblick auf die Komplexität des Gegenstands, im Grad der Differenzierung und der Abstraktion der Inhalte, im Anspruch an die Beherrschung der Fachsprache und der Methoden sowie an die Selbstständigkeit bei der Lösung der Aufgaben.

### 6.1 Die schriftliche Abiturprüfung

Die Prüfungsaufgabe für die schriftliche Prüfung muss über die allgemeinen Vorgaben hinaus folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Prüfungsaufgabe setzt sich aus mehreren unabhängig voneinander bearbeitbaren Aufgaben zusammen. Jede dieser Aufgaben kann in Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinander stehen sollen. Mindestens eine der Aufgaben knüpft an Lebensweltbezüge an.
- Die Aufgliederung in Teilaufgaben soll nicht so detailliert sein, dass dadurch ein Lösungsweg zwingend vorgezeichnet wird.
- Die Teilaufgaben einer Aufgabe sollen so unabhängig voneinander sein, dass eine Fehlleistung – insbesondere am Anfang – nicht die weitere Bearbeitung der Aufgabe stark erschwert. Falls erforderlich, können Zwischenergebnisse in der Aufgabenstellung enthalten sein.
- Eine Ausnahme von den oben genannten Vorgaben bildet der hilfsmittelfreie Teil der Prüfungsaufgabe, der sich auf alle drei in den Bildungsstandards genannten Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik bezieht. Der hilfsmittelfreie Teil setzt sich aus Einzelaufgaben zusammen. Jede Einzelaufgabe ist für eine kurze Bearbeitungszeit konzipiert. Der hilfsmittelfreie Teil beschränkt sich nicht auf das Ausführen von Rechnungen.

- Die komplexen Aufgaben der Prüfungsaufgabe beziehen sich auf die drei in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik.
- Bei den komplexen Aufgaben sind sachgebietsübergreifende Aufgabenteile möglich, die den Schwerpunkt der Aufgabe jedoch nicht verändern.
- Die Prüfungsaufgabe muss Operatoren enthalten, die Erläuterungen durch Texte in angemessenem Umfang verlangen.
- Zugelassene Hilfsmittel sind anzugeben.

Für die Beurteilung der Prüfungsleistungen sind sowohl die rein formale Lösung als auch das zum Ausdruck gebrachte mathematische Verständnis maßgebend. Daher sind erläuternde, kommentierende und begründende Texte unverzichtbare Bestandteile der Prüfungsleistung. Dies gilt auch für die Dokumentation des Einsatzes digitaler Werkzeuge.

Die Benotung der Arbeiten erfolgt nach folgendem Bewertungsschlüssel:

Mindestens zu erreichender Anteil der insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten oder der Gesamtleistung (in %)	Note	Notenpunkte
95	sehr gut	15
90	sehr gut	14
85	sehr gut	13
80	gut	12
75	gut	11
70	gut	10
65	befriedigend	9
60	befriedigend	8
55	befriedigend	7
50	ausreichend	6
45	ausreichend	5
40	ausreichend	4
33	mangelhaft	3
27	mangelhaft	2
20	mangelhaft	1
0	ungenügend	0

Mangelhafte Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen oder unzureichende oder falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text sind als fachliche Fehler zu werten. Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu zwei Notenpunkten.

## 6.2 Die mündliche Abiturprüfung

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der Sachgebiete Analysis, analytische Geometrie und Stochastik. Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass mehrere Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden, sodass mathematisches Arbeiten in der Oberstufe hinreichend erfasst wird.

Die Aufgabenstellung muss einen einfachen Einstieg erlauben und so angelegt sein, dass unter Beachtung der Anforderungsbereiche, die auf der Grundlage eines Erwartungshorizontes den Aufgabenteilen zugeordnet werden, grundsätzlich jede Note erreichbar ist.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge mathematische Sachverhalte im freien Vortrag darstellen und im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen.

Die Prüferin oder der Prüfer legt dem Prüfungsausschuss vor der Prüfung einen schriftlichen Erwartungshorizont vor, in dem die erwarteten inhaltlichen Ergebnisse skizziert werden. Dabei ist anhand der unten stehenden Kriterien im Hinblick auf die vorgelegte Aufgabenstellung zu konkretisieren, wann Leistungen mit *ausreichend* und wann sie mit *gut* bis *sehr gut* bewertet werden sollen. Darüber hinaus werden im Erwartungshorizont Aussagen zu den unterrichtlichen Voraussetzungen und zur Selbstständigkeit der Prüfungsleistung getroffen.

Bei der Beurteilung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen,
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen,
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzu-

stellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen,

- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf.

Kommt ein Prüfling im Verlauf der mündlichen Prüfung nicht über die reine Reproduktion gelernten Wissens hinaus, so kann die Note nicht besser als *ausreichend* (4 Punkte) sein. Soll die Leistung mit *sehr gut* beurteilt werden, so muss dem Prüfungsgespräch ein eigenständiger Vortrag vorausgehen. Im Vortrag oder im Verlauf des Gesprächs müssen auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

## 6.3 Die Präsentationsprüfung

Die Präsentationsprüfung muss aus dem Unterricht in der Qualifikationsphase erwachsen. Sie kann eine fachübergreifende Themenstellung umfassen, muss aber den Schwerpunkt im Fach Mathematik haben. Die Bedingungen für eine Präsentationsprüfung als fünfte Prüfungskomponente richten sich nach den geltenden Rechtsvorschriften.

## 6.4 Besondere Lernleistung

Schülerinnen und Schüler können gemäß den geltenden Rechtsvorschriften eine besondere individuelle Lernleistung, die im Rahmen oder Umfang von zwei aufeinander folgenden Schulhalbjahren erbracht wird, in das Abitur einbringen.

*Besondere Lernleistungen* können sein:

- eine Jahres- oder Seminararbeit,
- die Ergebnisse eines umfassenden, auch fachübergreifenden Projektes oder Praktikums,
- ein umfassender Beitrag aus einem von den Ländern geförderten Wettbewerb in Bereichen, die schulischen Referenzfächern zugeordnet werden können.

Eine solche *besondere Lernleistung* ist schriftlich zu dokumentieren, ihre Ergebnisse stellt die Schülerin oder der Schüler in einem Kolloquium dar, erläutert sie und antwortet auf Fragen.

# IV Anhang

## 1 Operatoren im Fach Mathematik

Im Folgenden werden Operatoren erläutert, die im Fach Mathematik in Abschlussprüfungen verwendet werden. Diese Operatoren können hinsichtlich ihrer Bedeutung durch Zusätze (zum Beispiel *rechnerisch* oder *grafisch*) spezifiziert werden. Zugelassene Hilfsmittel dürfen zur Bearbeitung verwendet werden, sofern dem kein entsprechender Zusatz entgegensteht.

Sofern durch den Operator nichts anderes bestimmt ist, ist bei der Bearbeitung der Aufgabe das Vorgehen so zu dokumentieren, dass es für eine fachkundige Person nach-

vollziehbar ist. Im Einzelfall können auch hier nicht aufgeführte Operatoren eingesetzt werden, wenn davon auszugehen ist, dass sich deren Bedeutung aus dem Kontext ergibt (zum Beispiel auswerten, beschriften, darstellen).

Diese Operatoren gelten für Gymnasien, Gemeinschaftsschulen und Berufliche Gymnasien (Stand August 2014).

Im Zuge der Entwicklung ländergemeinsamer Abituraufgaben oder aufgrund von Festlegungen durch die Kultusministerkonferenz kann es im Laufe der Jahre Veränderungen geben.

Operatoren	Erläuterungen	Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe
<b>angeben, nennen</b>	Die erfragten Objekte, Sachverhalte, Begriffe oder Daten werden ohne Erläuterungen, Begründungen oder Lösungswege mitgeteilt oder notiert.	Gib die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 - 4 = 0$ an.  Geben Sie drei Punkte an, die in der Ebene $E$ liegen.  Nennen Sie drei Aspekte, die den Verlauf des Graphen charakterisieren.
<b>auflösen</b>	Gleichungen werden unter Angabe von wesentlichen Zwischenschritten in eine äquivalente Form gebracht. Ziel ist im Allgemeinen eine Form, aus der ein Variablen- oder Parameterwert unmittelbar abzulesen ist. Ziel kann auch eine vorgegebene Form sein.	Löse die Gleichung nach $x$ auf.  Lösen Sie die Matrixgleichung ... nach der Matrix $X$ auf.
<b>begründen</b>	Ein Sachverhalt wird auf Gesetzmäßigkeiten oder kausale Zusammenhänge zurückgeführt.  Hierbei sind mathematische Regeln und Beziehungen zu nutzen.  <i>Auch bei der Verwendung mathematischer Syntax ist eine geschlossene Antwort erforderlich, die auch Textanteile enthält. Die Angabe einer Formel oder Ähnliches genügt hier nicht. Aufgrund der verschiedenen Ausprägungen des Operators „begründen“ ergeben sich Überschneidungen mit „beweisen“ und „zeigen“, wobei dort formale oder rechnerische Aspekte eine höhere Bedeutung haben.</i>	Begründe, warum eine quadratische Gleichung höchstens zwei Lösungen haben kann.  Begründen Sie, dass die Funktion nicht mehr als drei Wendestellen haben kann.  Begründen Sie, warum von einer binomialverteilten Zufallsgröße ausgegangen werden kann.

Operatoren	Erläuterungen	Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe
<b>berechnen</b>	Ergebnisse werden von einem Ansatz ausgehend auf rechnerischem Wege gewonnen. <i>Auch die Nutzung des Taschenrechners ist zulässig.</i>	Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen 5 cm und 7 cm.  Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A.
<b>beschreiben</b>	Sachverhalte oder Verfahren werden in Textform unter Verwendung der Fachsprache in vollständigen Sätzen dargestellt.  <i>Hier sind auch Einschränkungen möglich: „Beschreiben Sie in Stichworten.“</i>	Beschreibe, wie man einen auf zwei Stellen genauen Näherungswert für $\pi$ bestimmen kann.  Beschreiben Sie einen Lösungsweg.
<b>bestimmen, ermitteln</b>	Ergebnisse werden durch Nutzung mathematischer Überlegungen oder Verfahren gewonnen.  <i>Alle Werkzeugebenen, das heißt auch die Nutzung des Taschenrechners sowie das Ablesen aus gegebenen Diagrammen, Skizzen, Abbildungen usw. sind zulässig.</i>	Bestimme dasjenige Rechteck mit dem Umfang 20 cm, welches den größten Flächeninhalt hat.  Bestimmen Sie aus diesen Werten die Koordinaten der beiden Punkte.  Ermitteln Sie den Schnittpunkt.
<b>beurteilen</b>	Zu einem Sachverhalt wird eine selbstständige Bewertung unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formuliert.	Beurteile, ob das Spiel fair ist.  Beurteilen Sie, wie gut die vorgeschlagene Funktion das Problem modelliert.
<b>beweisen, widerlegen</b>	Aussagen oder Sachverhalte werden unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen bestätigt oder falsifiziert, gegebenenfalls unter Verwendung von Gegenbeispielen.  <i>Verwendete Variablen werden eingeführt.</i>	Beweise: Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen halbieren, dann sind die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander.  Beweisen Sie, dass die vier Mittelpunkte der Seiten des Vierecks in einer Ebene liegen.  Beweisen oder widerlegen Sie die gegebene These.
<b>entscheiden</b>	Unter mehreren Möglichkeiten werden eine oder mehrere ausgewählt.  <i>Eine Begründung der Entscheidung wird gesondert gefordert.</i>	Entscheide, welche der folgenden Geradengleichungen die abgebildete Gerade beschreibt.  Entscheiden Sie, welche der Ihnen bekannten Verteilungen zur Problemstellung passt.  Entscheiden und begründen Sie, welche der Alternativen die kostengünstigere ist.
<i>Fortführung der Tabelle »</i>		

Operatoren	Erläuterungen	Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe
<b>ergänzen, vervollständigen</b>	Ein teilweise vorgegebener Entwurf oder Sachverhalt wird nach Vorgaben erweitert oder weiterentwickelt.	Ergänzen Sie die Gleichung so, dass die Lösungsmenge leer ist.  Vervollständigen Sie die Wertetabelle.
<b>erläutern</b>	Sachverhalte oder Verfahren werden in angemessener Textform nachvollziehbar und verständlich dargestellt und gegebenenfalls durch zusätzliche Informationen und Beispiele veranschaulicht.	Erläutere den Zusammenhang zwischen den Parametern $a$ , $u$ und $v$ in der Parabelgleichung $f(x) = a(x - u)^2 + v$ und der Lage der zugehörigen Parabel im Koordinatensystem.  Erläutere den fachlichen Zusammenhang der Begriffe rationale Zahlen, irrationale Zahlen und reelle Zahlen.  Erläutern Sie den Unterschied zwischen einem Ergebnis und einem Ereignis bei einem Zufallsexperiment.
<b>erstellen</b>	Zu einem Sachverhalt wird eine mathematische Darstellung in fachlich korrekter, meist vorgegebener Form angefertigt.	Erstelle zu dem durchgeführten Zufallsexperiment eine Häufigkeitstabelle.  Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung.
<b>herleiten</b>	Die Entstehung oder Entwicklung eines gegebenen Sachverhalts aus allgemeineren Sachverhalten wird nachvollziehbar dargestellt.	Leite die Gleichung für den Flächeninhalt des Trapezes her.  Leiten Sie die gegebene Gleichung der Stammfunktion her.
<b>interpretieren</b>	Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung werden rückübersetzt auf das ursprüngliche Problem.	Berechne die Nullstellen der quadratischen Funktion und interpretiere das Ergebnis.  Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.
<b>klassifizieren</b>	Objekte oder Sachverhalte werden nach vorgegebenen oder selbstständig zu wählenden Kriterien unter Benennung des Ordnungsschemas in Klassen eingeteilt.  <i>Eine Begründung der vorgegebenen oder selbst gewählten Kriterien wird gegebenenfalls gesondert gefordert.</i>	Klassifizieren Sie die Graphen der Schar.
<b>modellieren</b>	Zu einem realen Sachverhalt wird ein mathematisches Modell entwickelt.	Modellieren Sie den Sachverhalt durch eine geeignete Funktion.

Operatoren	Erläuterungen	Beispiele für Sekundarstufe I / Oberstufe
<b>skizzieren</b>	Die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes oder einer Struktur werden grafisch angemessen dargestellt - eventuell als Freihandzeichnung; in der Regel ohne Berücksichtigung eines Maßstabs.	Skizziere das in der Aufgabe beschriebene Grundstück.  Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f$ .  Skizzieren Sie die drei Objekte unter Berücksichtigung der gegenseitigen Lage.
<b>untersuchen, prüfen</b>	Sachverhalte oder mathematische Objekte werden nach vorgegebenen oder selbst gewählten Aspekten analysiert und nach fachlich üblichen, sinnvollen Kriterien dargestellt.  Dabei müssen unter Umständen selbstständig Fallunterscheidungen vorgenommen werden.	Untersuche, in wie viele Gebiete drei Geraden die Zeichenebene zerlegen.  Untersuchen Sie, ob es eine Funktion der Schar gibt, deren Graph keinen Hochpunkt besitzt.  Prüfen Sie, ob die beiden Graphen Berührungspunkte haben.
<b>vergleichen</b>	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten werden Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermittelt und dargestellt.  <i>Eine Beurteilung wird gegebenenfalls gesondert gefordert.</i>	Vergleiche die beiden Lösungsverfahren. (Ein lineares Gleichungssystem wird mit dem Gleichsetzungsverfahren und dem Einsetzungsverfahren gelöst.)  Vergleichen Sie den Verlauf der Graphen der Funktionen $f_a$ für positive und für negative Parameter $a$ .  Vergleichen Sie die Entwicklung der beiden Populationen in den ersten zehn Tagen.  Vergleichen Sie die beiden Lösungsverfahren und beurteilen Sie deren Genauigkeit.
<b>zeichnen, konstruieren</b>	Eine hinreichend exakte Abbildung wird - gegebenenfalls maßstabsgetreu - angefertigt.	Zeichne den Graphen der Funktion.  Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in einem geeigneten Koordinatensystem.
<b>zeigen, nachweisen</b>	Eine Aussage oder ein Sachverhalt wird nach gültigen Schlussregeln, mit Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigt.  <i>Teile der Argumentationskette können oÜe Herleitung aus den eingeführten Hilfsmitteln gewonnen werden.</i>	Zeige, dass das Dreieck gleichschenkelig ist.  Zeigen Sie, dass die Punkte $A$ , $B$ und $C$ auf einer Geraden liegen.  Weisen Sie nach, dass die beiden gefundenen Vektoren orthogonal zueinander sind.
<b>zuordnen</b>	Zwischen den Objekten zweier Mengen wird nach sinnvollen Kriterien eine Beziehung hergestellt.	Ordnen Sie jedem Graphen eine der vorgegebenen Funktionsgleichungen zu.





